



III 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

개념체크 & 계산력훈련 6-7p

1 (1) ○ (2) × (3) × (4) ×
 2 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×
 3 (1) $x=0$ 또는 $x=-3$ (2) $x=3$ 또는 $x=-4$
 4 (1) $x=-4$ 또는 $x=1$ (2) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
 (3) $x=-1$ (증근) (4) $x=\frac{1}{2}$ (증근)
 5 (1) $x=\pm\sqrt{5}$ (2) $x=\pm\sqrt{3}$
 (3) $x=1\pm\sqrt{2}$ (4) $x=-3$ 또는 $x=1$
 6 (1) $x=2\pm\sqrt{5}$ (2) $x=-3\pm\sqrt{7}$
 7 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$
 (3) $x=-2\pm\sqrt{3}$ (4) $x=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$
 8 (1) $x=-4$ 또는 $x=3$ (2) $x=-1$ 또는 $x=3$
 (3) $x=-1$ 또는 $x=2$ (4) $x=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$

기출 Best 8-11p

01 ① 02 ③ 03 ② 04 ③ 05 ⑤
 06 ③ 07 ④ 08 ② 09 ⑤ 10 ①
 11 ③ 12 ② 13 ⑤ 14 ⑤ 15 ③
 16 ① 17 ④ 18 ⑤ 19 ⑤ 20 ②
 21 ④ 22 ① 23 ④

기출 Best 쌍둥이 12-15p

01 ② 02 ④ 03 ③ 04 ① 05 ③
 06 ① 07 ② 08 ④ 09 ① 10 ⑤
 11 ② 12 ⑤ 13 ③ 14 ② 15 ②
 16 ③ 17 ④ 18 ② 19 ③ 20 ④
 21 ② 22 ⑤ 23 ④

집중공략 16-19p

1 ⑤ 2 ② 3 ① 4 ②

서술형 문제 20-23p

1 -1 2 (1) -1 (2) $x=-2$ 3 $x=1$
 4 $x=-3\pm 2\sqrt{3}$

실전 문제 1회 24-27p

01 ② 02 ③ 03 ⑤ 04 ① 05 ⑤
 06 ④ 07 ⑤ 08 ⑤ 09 ④ 10 ①
 11 ③ 12 ② 13 ② 14 ③ 15 ②
 16 ② 17 ② 18 (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{31}{9}$
 19 (1) 2 (2) $x=5$ 20 4 21 $x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{4}$

실전 문제 2회 28-31p

01 ② 02 ② 03 ③ 04 ① 05 ④
 06 ① 07 ③ 08 ⑤ 09 ② 10 ①
 11 ① 12 ② 13 ② 14 ① 15 ③
 16 ⑤ 17 ③ 18 $a=-2, b=3$ 19 2
 20 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=6$ 21 $a=4, b=2$

최다오답문제 32p

②

02 이차방정식의 활용

개념체크 & 계산력훈련

34-35p

- 1 (1) 2 (2) 0 (3) 1 (4) 2
 2 (1) $(x-2)(x-3)=0$ (2) $2(x+1)(x-4)=0$
 (3) $\frac{1}{2}(x-4)(x+2)=0$ (4) $-\frac{2}{3}(x+5)^2=0$
 3 (1) $2x^2+2x-12=0$ (2) $-2x^2-10x-8=0$
 4 (1) $x-5$ (2) $x(x-5)=66$
 (3) 큰 수: 11, 작은 수: 6
 5 (1) $x(x+2)=35$ (2) 5, 7
 6 (1) $60t-5t^2=0$ (2) 12초
 7 (1) $9-x$ (2) $x(9-x)=20$
 (3) 5 cm
 8 (1) $(18-x)(10-x)=128$ (2) 2 m

기출 Best

36-38p

- 01 ② 02 ③ 03 ③ 04 ④ 05 ⑤
 06 ⑤ 07 ⑤ 08 ⑤ 09 ② 10 ④
 11 ③ 12 ② 13 ⑤ 14 ② 15 ⑤
 16 ④ 17 ⑤ 18 ②

기출 Best

쌍둥이

39-41p

- 01 ③ 02 ① 03 ② 04 ② 05 ①
 06 ③ 07 ② 08 ② 09 ① 10 ③
 11 ② 12 ① 13 ④ 14 ① 15 ④
 16 ④ 17 ③ 18 ⑤

집중공략

42-43p

- 1 ② 2 ④

서술형 문제

44-45p

- 1 (1) $x=-1$ 또는 $x=4$ (2) $a=3, b=-4$
 (3) $2x^2+2x-24=0$
 2 (1) $x^2-2x-3=0$ (2) 5

실전 문제

1회

46-48p

- 01 ④ 02 ② 03 ③ 04 ① 05 ④
 06 ① 07 ③ 08 ④ 09 ③ 10 ①
 11 ⑤ 12 ④ 13 6 14 36
 15 4초 후 16 (1) $60x-2x^2$ (2) 15

실전 문제

2회

49-51p

- 01 ⑤ 02 ① 03 ④ 04 ② 05 ①
 06 ① 07 ② 08 ④ 09 ⑤ 10 ④
 11 ③ 12 ④
 13 (1) $a=2, \beta=-3$ (2) $x^2-x-6=0$
 14 (1) $x^2-x-12=0$ (2) $x=-3$ 또는 $x=4$
 15 (1) $x^2+x-56=0$
 (2) 동생의 나이: 7살, 언니의 나이: 9살
 16 (1) $x^2-10x+21=0$ (2) 7 cm

최다오답 문제

52p

- ⑤

IV 이차함수

01 이차함수와 그 그래프

개념체크 & 계산력훈련

54-55p

- 1 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×
- 2 (1) -3 (2) 0 (3) -3 (4) 8
- 3 (1) (0, 0) (2) $x=0$ (3) $y=-x^2$
- 4 (1) (0, 0) (2) 위로 (3) 증가 (4) $y=2x^2$
- 5 (1) $y=3x^2+2$ (2) $y=-2x^2-1$
- 6 (1) $y=2(x+2)^2$ (2) $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$
- 7 (1) (3, 2), $x=3$ (2) (-1, 4), $x=-1$
(3) (2, -1), $x=2$
- 8 $a>0, p>0, q=0$

기출 Best

56-59p

- 01 ④ 02 ② 03 ③ 04 ⑤ 05 ④
- 06 ② 07 ② 08 ④ 09 ② 10 ④
- 11 ② 12 ④ 13 ① 14 ① 15 ①
- 16 ② 17 ② 18 ⑤ 19 ⑤ 20 ③
- 21 ④ 22 ① 23 ③, ⑤ 24 ④

기출 Best 쌍둥이

60-63p

- 01 ③ 02 ④ 03 ① 04 ③ 05 ⑤
- 06 ④ 07 ⑤ 08 ① 09 ② 10 ③
- 11 ② 12 ② 13 ④ 14 ② 15 ①
- 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ④ 20 ②
- 21 ③ 22 ① 23 ③ 24 ②

집중공략

64-65p

- 1 ③ 2 ②

서술형 문제

66-67p

- 1 -9 2 $y=-(x-2)^2+3$

실전 문제 1회

68-71p

- 01 ⑤ 02 ② 03 ③ 04 ① 05 ④
- 06 ④ 07 ⑤ 08 ④ 09 ① 10 ④
- 11 ⑤ 12 ② 13 ③ 14 ① 15 ④
- 16 ① 17 ⑤ 18 ② 19 6 20 0
- 21 8 22 1

실전 문제 2회

72-75p

- 01 ④ 02 ④ 03 ① 04 ① 05 ⑤
- 06 ③ 07 ① 08 ① 09 ② 10 ④
- 11 ③ 12 ⑤ 13 ② 14 ④ 15 ④
- 16 ⑤ 17 ② 18 ⑤ 19 -1
- 20 8 21 15 22 12

초다오답 문제

76p

- ④

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

개념체크 & 계산력훈련

78-79p

- 1 (1) $y=(x-2)^2-5$ (2) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$
 2 (1) $(0, -3), x=0$ (2) $(1, 4), x=1$
 (3) $(-3, 19), x=-3$ (4) $(-2, 1), x=-2$
 3 (1) $(-3, 0), (1, 0), (0, -3)$
 (2) $(-\frac{3}{2}, 0), (2, 0), (0, -6)$
 4 $a < 0, b > 0, c > 0$
 5 (1) $y=2(x-2)^2-1$ (2) $y=-(x+1)^2-1$
 6 $y=-(x-2)^2+5$
 7 $y=3x^2-12x+7$
 8 (1) $y=2x^2-2$ (2) $y=x^2-2x-8$

기출 Best

80-83p

- 01 ③ 02 ② 03 ⑤ 04 ① 05 ⑤
 06 ③ 07 ⑤ 08 ⑤ 09 ② 10 ④
 11 ④ 12 ⑤ 13 ② 14 ① 15 ①
 16 ④ 17 ④ 18 ④ 19 ① 20 ⑤
 21 ② 22 ①

기출 Best

쌍둥이

84-87p

- 01 ④ 02 ④ 03 ① 04 ④ 05 ③
 06 ⑤ 07 ⑤ 08 ① 09 ③ 10 ④
 11 ⑤ 12 ⑤ 13 ⑤ 14 ⑤ 15 ①
 16 ④ 17 ④ 18 ⑤ 19 ① 20 ①
 21 ⑤ 22 ③

집중공략

88-91p

- 1 ② 2 ④ 3 ① 4 ③

서술형 문제

92-95p

- 1 (1) x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼
 (2) 축의 방정식: $x=-1$, 꼭짓점: $(-1, 3)$
 2 1 3 12
 4 -40

실전 문제

1회

96-99p

- 01 ② 02 ① 03 ① 04 ② 05 ⑤
 06 ① 07 ③ 08 ② 09 ② 10 ④
 11 ⑤ 12 ② 13 ③ 14 ① 15 ④
 16 ④ 17 ① 18 ①
 19 (1) $y=2(x-2)^2-7$ (2) $(2, -7)$ (3) $x=2$
 20 (1) A(0, 6), B(-2, 0), C(6, 0) (2) 24
 21 10 22 $y=-3x^2+12x+15$

실전 문제

2회

100-103p

- 01 ⑤ 02 ⑤ 03 ③ 04 ④ 05 ⑤
 06 ① 07 ① 08 ④ 09 ④ 10 ⑤
 11 ③ 12 ③ 13 ⑤ 14 ⑤ 15 ⑤
 16 ② 17 ③
 18 (1) $y=(x+a)^2-a^2-a+2$
 (2) $(-a, -a^2-a+2)$ (3) $-1, 2$
 19 -5 20 $(\frac{3}{2}, 3)$ 21 8

최다 오답 문제

104p

- ②

 **부록**

실전 모의고사 · 1회 106~109p

01 ③ 02 ④ 03 ⑤ 04 ⑤ 05 ⑤
 06 ④ 07 ① 08 ① 09 ⑤ 10 ⑤
 11 ② 12 ③ 13 ② 14 ⑤ 15 ②
 16 ⑤ 17 ④ 18 ④ 19 ⑤ 20 ③
 21 (1) 4 (2) $x=1$
 22 (1) $a \leq \frac{25}{24}$ (2) $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
 23 8초 후 24 18 25 3

실전 모의고사 · 2회 110~113p

01 ④ 02 ④ 03 ⑤ 04 ② 05 ①
 06 ④ 07 ③ 08 ② 09 ④ 10 ⑤
 11 ② 12 ⑤ 13 ④ 14 ⑤ 15 ⑤
 16 ⑤ 17 ④ 18 ④ 19 ③ 20 ⑤
 21 4 22 $x=1$
 23 (1) $x^2=2(x-3)^2-7$
 (2) 형의 나이: 11살, 동생의 나이: 8살
 24 $k=-3$ 또는 $k=-1$ 25 $f(x)=-x^2+2x+15$

실전 모의고사 · 3회 114~117p

01 ② 02 ⑤ 03 ④ 04 ⑤ 05 ③
 06 ④ 07 ② 08 ④ 09 ① 10 ②
 11 ④ 12 ① 13 ② 14 ⑤ 15 ⑤
 16 ② 17 ③ 18 ② 19 ④ 20 ②
 21 11 22 $m=4$ 또는 $m=12$
 23 (1) $(15-x)(10-x)=104$ (2) 2 m
 24 0 25 1

죽집개 마무리 객관식 80선 118~131p

01 ③ 02 ② 03 ⑤ 04 ② 05 ④
 06 ④ 07 ① 08 ① 09 ② 10 ①
 11 ② 12 ① 13 ⑤ 14 ④ 15 ③
 16 ① 17 ④ 18 ⑤ 19 ③ 20 ②
 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24 ④ 25 ⑤
 26 ⑤ 27 ⑤ 28 ③ 29 ② 30 ②
 31 ① 32 ④ 33 ④ 34 ② 35 ⑤
 36 ① 37 ③ 38 ④ 39 ① 40 ②
 41 ④ 42 ② 43 ① 44 ④ 45 ③
 46 ① 47 ① 48 ③ 49 ⑤ 50 ②
 51 ③ 52 ③ 53 ③ 54 ② 55 ④
 56 ② 57 ① 58 ④ 59 ④ 60 ③
 61 ② 62 ④ 63 ⑤ 64 ② 65 ②
 66 ⑤ 67 ④ 68 ⑤ 69 ①, ⑤ 70 ⑤
 71 ⑤ 72 ④ 73 ⑤ 74 ③ 75 ⑤
 76 ④ 77 ② 78 ② 79 ② 80 ②

죽집개 마무리 서술형 20선 132~136p

01 $x=3$ 02 15 03 24
 04 (1) $a=3, b=0$ (2) $x=-3$ 또는 $x=0$
 05 $m \geq -3$ 06 $x=-7$ 또는 $x=2$ 07 7
 08 (4, 0) 09 2초 후 10 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 11 45
 12 (1) 3 (2) $-3 < b < 0$ 13 $\frac{8}{3}$ 14 2
 15 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 16 5
 17 (1) $y=3(x-1)^2+1$ (2) (1, 1) (3) $x=1$ 18 -2
 19 32 20 9

고난도 기출문제

137~144p

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 01 ③ | 02 ④ | 03 ④ | 04 ⑤ | 05 ② |
| 06 ④ | 07 ② | 08 ③ | 09 ④ | 10 ⑤ |
| 11 ③ | 12 ① | 13 ② | 14 ④ | 15 ② |
| 16 ④ | 17 ② | 18 ④ | 19 ⑤ | 20 ⑤ |
| 21 ③ | 22 ④ | 23 ③ | 24 ④ | 25 ② |
| 26 ④ | 27 ④ | 28 ② | 29 ② | 30 ② |
| 31 ③ | 32 ③ | | | |

파이널 모의고사 · 3회

153~156p

- | | | | | |
|-------------------------|------------|---------------|------|------|
| 01 ⑤ | 02 ④ | 03 ① | 04 ② | 05 ③ |
| 06 ⑤ | 07 ① | 08 ④ | 09 ④ | 10 ④ |
| 11 ④ | 12 ③ | 13 ②, ③ | 14 ③ | 15 ④ |
| 16 ② | 17 ⑤ | 18 ① | 19 ④ | 20 ② |
| 21 $a=-5, b=2$ | 22 13 cm | 23 $\sqrt{3}$ | | |
| 24 (1) $y=-3(x+4)^2+17$ | (2) -6, -2 | 25 6 | | |

파이널 모의고사 · 1회

145~148p

- | | | | | |
|---------------------------|------------------------------------|------|------|------|
| 01 ④ | 02 ③ | 03 ⑤ | 04 ③ | 05 ② |
| 06 ② | 07 ⑤ | 08 ① | 09 ④ | 10 ② |
| 11 ④ | 12 ③ | 13 ④ | 14 ⑤ | 15 ⑤ |
| 16 ④ | 17 ④ | 18 ① | 19 ④ | 20 ⑤ |
| 21 5 | 22 $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ | | | |
| 23 (1) $(40-x)(25-x)=700$ | (2) 5 | 24 4 | 25 0 | |

파이널 모의고사 · 4회

157~160p

- | | | | | |
|-----------------|------------------------------------|-------------------------|---------|------|
| 01 ④ | 02 ③ | 03 ③ | 04 ④ | 05 ③ |
| 06 ③ | 07 ③ | 08 ⑤ | 09 ② | 10 ④ |
| 11 ② | 12 ③ | 13 ③ | 14 ④, ⑤ | 15 ③ |
| 16 ④ | 17 ④ | 18 ④ | 19 ③ | 20 ④ |
| 21 $a=4, k=-16$ | 22 $x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$ | 23 -5 | | |
| 24 -5 | 25 (1) 3 | (2) $y = -x^2 - 2x + 3$ | | |

파이널 모의고사 · 2회

149~152p

- | | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|---------|------|------|
| 01 ② | 02 ③ | 03 ④ | 04 ⑤ | 05 ③ |
| 06 ⑤ | 07 ② | 08 ④ | 09 ① | 10 ② |
| 11 ③ | 12 ② | 13 ① | 14 ② | 15 ③ |
| 16 ① | 17 ③ | 18 ③ | 19 ⑤ | 20 ⑤ |
| 21 (1) $\frac{1}{2}$ | (2) $x=2$ | 22 0, 1 | 23 2 | |
| 24 $y = -\frac{1}{9}(x+2)^2+3$ | 25 $x = -3, (-3, -\frac{3}{2})$ | | | |

파이널 모의고사 · 5회

161~164p

- | | | | | |
|--------------------------|------------------------|---|------|------|
| 01 ⑤ | 02 ② | 03 ② | 04 ⑤ | 05 ④ |
| 06 ② | 07 ② | 08 ② | 09 ③ | 10 ③ |
| 11 ① | 12 ⑤ | 13 ③ | 14 ④ | 15 ③ |
| 16 ④ | 17 ④ | 18 ④ | 19 ② | 20 ④ |
| 21 32 | 22 $x = -1$ 또는 $x = 6$ | | | |
| 23 (1) $(x+2)(x-2)=8x+5$ | (2) 11 | 24 $(\frac{2}{3}, \frac{4}{9}), \frac{16}{9}$ | | |
| 25 18 | | | | |



이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

기출 Best

8-11p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 꼴인 것을 찾는다.

- ① 이차방정식
- ② $x+6=0$ (일차방정식)
- ③ 미지수가 분모에 있으므로 이차방정식이 아니다.
- ④ $x^2+6x+9=x^2+2x, 4x+9=0$ (일차방정식)
- ⑤ $x^2-5x=2x^3-1, 2x^3-x^2+5x-1=0$ (이차방정식이 아니다.)

02 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.
 $\therefore a \neq 0$

03 [] 안의 수를 x 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

- ① $81 \neq 9$
- ② $4+6=10$
- ③ $4 \times 9+33-3=66 \neq 0$
- ④ $1 \times 6=6 \neq 9$
- ⑤ $2^2=4 \neq -6+30=24$

04 $x^2-5x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $4-10+a=0$
 $\therefore a=6$

05 $x^2-5x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-5a+1=0$
 $a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면
 $a-5+\frac{1}{a}=0$
 $\therefore a+\frac{1}{a}=5$

06 이차방정식 $3(x+1)(x-2)=0$ 에서
 $x+1=0$ 또는 $x-2=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

07 $x^2-16=6x$ 에서 $x^2-6x-16=0, (x+2)(x-8)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

08 $2x^2-x-10=0$ 에서 $(2x-5)(x+2)=0$
 $\therefore x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=-2$

09 $x^2+ax-12=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $9-3a-12=0, -3a=3, a=-1$
이때 처음 이차방정식이 $x^2-x-12=0$ 이므로
 $(x+3)(x-4)=0, x=-3$ 또는 $x=4$
따라서 다른 한 근은 $x=4$ 이다.

10 $x^2-ax-a^2-1=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $4-2a-a^2-1=0, a^2+2a-3=0$
 $(a+3)(a-1)=0, a=-3 (\because a < 0)$
처음 이차방정식은 $x^2+3x-10=0$ 이므로
 $(x+5)(x-2)=0, x=-5$ 또는 $x=2$
즉, 다른 한 근이 $x=-5$ 이므로 $b=-5$
 $\therefore a+b=-8$

11 이차방정식 $x^2-3x+2=0$ 에서
 $(x-1)(x-2)=0, x=1$ 또는 $x=2$
이때 큰 근인 $x=2$ 가 이차방정식 $2x^2+x-a=0$ 의 근이므로
 $8+2-a=0$
 $\therefore a=10$

- 12 ① $(x-1)(x-3)=0 \therefore x=1$ 또는 $x=3$
- ② $x^2-2x+1=0, (x-1)^2=0 \therefore x=1$ (중근)
- ③ $2x^2+x-3=0, (2x+3)(x-1)=0$
 $\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$
- ④ $x^2-5x-6=0, (x+1)(x-6)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=6$
- ⑤ $x^2-8x-9=0, (x+1)(x-9)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=9$

13 $k+1=\left(\frac{6}{2}\right)^2, k+1=9$
 $\therefore k=8$

14 $9=\left\{\frac{-2(a-3)}{2}\right\}^2, 9=(a-3)^2, a=6 (\because a > 0)$
이때 처음 이차방정식이 $x^2-6x+9=0$ 이므로
 $(x-3)^2=0, x=3$ (중근)
즉, $k=3$
 $\therefore a+k=9$

15 이차방정식 $x^2+2x=0$ 에서
 $x(x+2)=0, x=0$ 또는 $x=-2$
이차방정식 $2x^2-8=0$ 에서
 $x^2-4=0, (x+2)(x-2)=0, x=-2$ 또는 $x=2$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$ 이다.

16 이차방정식 $2(x-a)^2=b$ 에서

$$(x-a)^2 = \frac{b}{2}, x-a = \pm\sqrt{\frac{b}{2}}, x = a \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$$

이때 $a = -1, \frac{b}{2} = 7$ 이므로 $a = -1, b = 14$

$$\therefore ab = -14$$

[다른 풀이]

$$x = -1 \pm \sqrt{7} \text{에서}$$

$$x+1 = \pm\sqrt{7}, (x+1)^2 = 7, 2(x+1)^2 = 14$$

즉, $a = -1, b = 14$ 이므로 $ab = -14$

17 x 에 대한 이차방정식 $(x+p)^2 = k$ 가 해를 가지려면 $k \geq 0$ 이어야 한다.

18 이차방정식 $x^2 - 8x + 5 = 0$ 에서

$$x^2 - 8x = -5, x^2 - 8x + 16 = -5 + 16, (x-4)^2 = 11$$

즉, $a = 4, b = 11$ 이므로

$$a + b = 15$$

19 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x^2 - 4x = \boxed{7}$$

$$x^2 - 4x + \boxed{4} = \boxed{7} + \boxed{4}$$

$$(x - \boxed{2})^2 = \boxed{11}$$

$$\therefore x = \boxed{2 \pm \sqrt{11}}$$

20 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에 $a = 1, b = -5, c = 1$ 을 대입하면

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

21 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times a \times 1}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4a}}{2a}$$

이때 $2a = 6, 25 - 4a = b$ 이므로

$$a = 3, b = 13$$

$$\therefore b - a = 10$$

22 양변에 10을 곱하면

$$2x^2 + 5x - 2 = 0$$

근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

23 양변에 6을 곱하면

$$(x-3)^2 - 2(x-4) = 6, x^2 - 6x + 9 - 2x + 8 = 6$$

$$x^2 - 8x + 11 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times 11}}{1} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore x = 4 \pm \sqrt{5}$$

기출 Best **쌍둥이** 12~15p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

꼴이 아닌 것을 찾는다.

① $x^2 + 3x = -x^2 + 1, 2x^2 + 3x - 1 = 0$ (이차방정식)

② $x^3 + x = 2x^2 + 1, x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$ (이차방정식이 아니다.)

③ 이차방정식

④ $x^2 - 1 = x, x^2 - x - 1 = 0$ (이차방정식)

⑤ 이차방정식

02 $2(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2x - 5$ 에서

$$2(x^2 - 2x + 1) - 1 = ax^2 - 2x - 5$$

$$2x^2 - 4x + 1 = ax^2 - 2x - 5, (2-a)x^2 - 2x + 6 = 0$$

이때 x 에 대한 이차방정식이 되려면 $2-a \neq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \neq 2$$

03 [] 안의 수를 x 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $4 \times (-1) = -4 \neq 0$

② $36 + 24 - 12 = 48 \neq 0$

③ $2 \times 4 - 8 = 0$

④ $(-5)^2 = 25 \neq 9$

⑤ $2 \times 4 + 2 - 6 = 4 \neq 0$

04 $x^2 - 10x + 2a - 5 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$9 + 30 + 2a - 5 = 0, 2a = -34$$

$$\therefore a = -17$$

05 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a - 1 = 0$$

$a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 - \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = 3$$

06 이차방정식 $(3x-2)(x+5) = 0$ 에서

$$3x-2=0 \text{ 또는 } x+5=0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -5$$

07 $x^2+2=x+8$ 에서 $x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

08 $2x^2-9x-5=0$ 에서 $(2x+1)(x-5)=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$

09 $x^2-ax-4a-3=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $9+3a-4a-3=0$, $-a=-6$, $a=6$
 이때 처음 이차방정식이 $x^2-6x-27=0$ 이므로
 $(x+3)(x-9)=0$, $x=-3$ 또는 $x=9$
 따라서 다른 한 근은 $x=9$ 이다.

10 $4x^2-ax+a(a-6)=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $4+a+a^2-6a=0$, $a^2-5a+4=0$
 $(a-1)(a-4)=0$, $a=4$ ($\because a>1$)
 이때 처음 이차방정식이 $4x^2-4x-8=0$ 이므로
 $x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$, $x=-1$ 또는 $x=2$
 즉, 다른 한 근이 $x=2$ 이므로 $b=2$
 $\therefore a-b=2$

11 이차방정식 $2x^2+5x-3=0$ 에서
 $(2x-1)(x+3)=0$, $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$
 이때 작은 근인 $x=-3$ 이 이차방정식 $ax^2+2ax+a-8=0$ 의 근
 이므로
 $9a-6a+a-8=0$, $4a=8$
 $\therefore a=2$

12 ① $(x-1)(x-2)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=2$
 ② $x(x-3)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=3$
 ③ $x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
 ④ $x^2-2x+1=1$, $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=2$
 ⑤ $(2x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

13 $k-2=\left(\frac{8}{2}\right)^2$, $k-2=16$
 $\therefore k=18$

14 $4x^2+12x-2a+4=0$ 의 양변을 4로 나누면
 $x^2+3x-\frac{1}{2}a+1=0$, $-\frac{1}{2}a+1=\left(\frac{3}{2}\right)^2$
 $-\frac{1}{2}a+1=\frac{9}{4}$, $-\frac{1}{2}a=\frac{5}{4}$, $a=-\frac{5}{2}$
 이때 처음 이차방정식이 $4x^2+12x+9=0$ 이므로

$(2x+3)^2=0$, $x=-\frac{3}{2}$ (중근)

즉, $b=-\frac{3}{2}$ 이므로 $a+b=-4$

15 이차방정식 $x^2+7x+10=0$ 에서
 $(x+5)(x+2)=0$, $x=-5$ 또는 $x=-2$
 이차방정식 $x^2-2x-8=0$ 에서
 $(x+2)(x-4)=0$, $x=-2$ 또는 $x=4$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$ 이다.

16 이차방정식 $2(x-1)^2=20$ 에서
 $(x-1)^2=10$, $x-1=\pm\sqrt{10}$, $x=1\pm\sqrt{10}$
 즉, $p=1$, $q=10$ 이므로
 $p+q=11$

17 x 에 대한 이차방정식 $(x+3)^2=a+2$ 가 해를 가지려면 $a+2\geq 0$
 이어야 한다.
 $\therefore a\geq -2$

18 이차방정식 $x^2-x-1=0$ 에서
 $x^2-x=1$, $x^2-x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}$, $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$
 즉, $A=-\frac{1}{2}$, $B=\frac{5}{4}$ 이므로
 $A+B=\frac{3}{4}$

19 이차방정식 $x^2+4x+1=0$ 에서
 $x^2+4x=\boxed{-1}$
 $x^2+4x+\boxed{4}=\boxed{-1}+\boxed{4}$
 $(x+\boxed{2})^2=\boxed{3}$
 $x+\boxed{2}=\boxed{\pm\sqrt{3}}$
 $\therefore x=\boxed{-2\pm\sqrt{3}}$

20 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 에 $a=2$, $b=-3$, $c=-1$ 을 대
 입하면
 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times (-1)}}{2\times 2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$
 $\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

21 근의 짝수 공식에 의하여
 $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-a\times(-3)}}{a}=\frac{1\pm\sqrt{1+3a}}{a}$
 이때 $a=3$, $1+3a=b$ 이므로
 $a=3$, $b=10$
 $\therefore a+b=13$

22 양변에 10을 곱하면

$$2x^2 - x - 3 = 0, (2x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

23 양변에 12를 곱하면

$$3(x-1)(x+3) = 4x(x-2), 3(x^2+2x-3) = 4x^2-8x$$

$$x^2 - 14x + 9 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 1 \times 9}}{1} = 7 \pm 2\sqrt{10}$$

$$\therefore x = 7 \pm 2\sqrt{10}$$

집중공략 16-19p

1 $x^2 - 5x + 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 - 5a + 1 = 0$$

$a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면

$$a - 5 + \frac{1}{a} = 0, a + \frac{1}{a} = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} + a + \frac{1}{a} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 + a + \frac{1}{a} \\ &= 5^2 - 2 + 5 = 28 \end{aligned}$$

2 $(k-2)x^2 + (k^2+3)x - 6k + 5 = 0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$k - 2 + k^2 + 3 - 6k + 5 = 0$$

$$k^2 - 5k + 6 = 0, (k-2)(k-3) = 0$$

$$k = 2 \text{ 또는 } k = 3$$

이때 주어진 이차방정식의 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로 $k-2 \neq 0$, 즉 $k \neq 2$

$$\therefore k = 3$$

즉, 주어진 이차방정식이 $x^2 + 12x - 13 = 0$ 이므로

$$(x+13)(x-1) = 0, x = -13 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 다른 한 근이 $x = -13$ 이므로 $a = -13$

$$\therefore a + k = -10$$

3 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2 - 4ac$ 의 값이 0이어야 한다.

이때 $a = 4k, b = -2(k-3), c = 1$ 이므로

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= \{-2(k-3)\}^2 - 4 \times 4k \times 1 \\ &= 4(k-3)^2 - 16k \\ &= 4k^2 - 40k + 36 \end{aligned}$$

즉, $4k^2 - 40k + 36 = 0$ 에서

$$k^2 - 10k + 9 = 0, (k-1)(k-9) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 9$$

4 주어진 식을 정리하면

$$(2x+y)^2 - 7(2x+y) + 6 = 0$$

공통부분 $2x+y$ 를 A 로 치환하면

$$A^2 - 7A + 6 = 0, (A-1)(A-6) = 0, A=1 \text{ 또는 } A=6$$

$$2x+y=1 \text{ 또는 } 2x+y=6$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $2x+y$ 의 값은 3 이상의 자연수이다.

즉, $2x+y=6$ 이므로 $2x+y=6$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 4), (2, 2)$ 이다.

따라서 구하는 개수는 2이다.

서술형 문제 20-23p

1 $x^2 + mx - m - 3 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$1 - m - m - 3 = 0, -2m - 2 = 0, -2m = 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore m = -1 \quad \dots \textcircled{2}$$

채점기준	배점
① $x = -1$ 을 대입하여 식을 바르게 정리하였다.	3
② m 의 값을 바르게 구하였다.	2

2 (1) $x^2 + ax + 2a - 4 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$9 + 3a + 2a - 4 = 0, 5a = -5, a = -1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore -1$$

(2) 처음 이차방정식이 $x^2 - x - 6 = 0$ 이므로

$$(x+2)(x-3) = 0, x = -2 \text{ 또는 } x = 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

즉, 다른 한 근은 $x = -2$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

$$\therefore x = -2$$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	3
② 처음 이차방정식을 제시하고, 근을 바르게 구하였다.	3
③ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

3 이차방정식 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 에서

$$(x-1)(x-4) = 0, x = 1 \text{ 또는 } x = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

이차방정식 $0.1x^2 + 0.9x - 1 = 0$ 에서 양변에 10을 곱하면

$$x^2 + 9x - 10 = 0, (x+10)(x-1) = 0$$

$$x = -10 \text{ 또는 } x = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

이때 공통인 근은 $x = 1$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

$$\therefore x = 1$$

채점기준	배점
① 첫 번째 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
② 두 번째 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
③ 공통인 근을 바르게 구하였다.	1

4 상수항을 우변으로 이항하면

$$x^2 + 6x = 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 를 더하면

$$x^2+6x+9=3+9 \quad \dots\dots ②$$

좌변을 완전제곱식으로 나타내고, 우변을 정리하면

$$(x+3)^2=12 \quad \dots\dots ③$$

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$$x+3=\pm\sqrt{12}, x=-3\pm2\sqrt{3} \quad \dots\dots ④$$

$$\therefore x=-3\pm2\sqrt{3}$$

채점기준	배점
① 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
② 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
③ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
④ 제곱근을 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

24-27p

01 \neg . 이차방정식

ㄴ. $4x-5=0$ (일차방정식)

ㄷ. $x^2-2x+1=x^2-3x, x+1=0$ (일차방정식)

ㄹ. $2x^2-4=x^2+x, x^2-x-4=0$ (이차방정식)

따라서 x 에 대한 이차방정식인 것은 $\neg, \text{ㄹ}$ 이다.

02 $ax^2+3=(x-2)(x+5)$ 에서

$$ax^2+3=x^2+3x-10, (a-1)x^2-3x+13=0$$

이때 이차방정식이 되려면 $a-1 \neq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \neq 1$$

03 $x^2+3x+2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$$a^2+3a+2=0, a^2+3a=-2$$

$$\therefore 2a^2+6a+7=2(a^2+3a)+7$$

$$=2 \times (-2)+7$$

$$=3$$

04 $x^2+2ax-3=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$9+6a-3=0, 6a=-6, a=-1$$

이때 처음 이차방정식이 $x^2-2x-3=0$ 이므로

$$(x+1)(x-3)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

즉, 다른 한 근은 $x=-1$ 이다.

$3x^2-7x+b=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$3+7+b=0, b=-10$$

$$\therefore a+b=-11$$

05 이차방정식 $(x-1)^2=9$ 에서

$$x-1=\pm 3, x=1\pm 3, x=4 \text{ 또는 } x=-2$$

이때 작은 근인 $x=-2$ 가 이차방정식 $x^2+2mx+m^2=0$ 의 근이므로

$$4-4m+m^2=0, (m-2)^2=0, m=2 \text{ (중근)}$$

$$\therefore m=2$$

06 $x-y=A$ 로 치환하면

$$A(A-1)=12, A^2-A-12=0$$

$$(A+3)(A-4)=0, A=-3 \text{ 또는 } A=4$$

$$x-y=-3 \text{ 또는 } x-y=4$$

이때 $x > y$ 이므로 $x-y=4$

07 \neg . $(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$

ㄴ. $(x+2)^2=0 \quad \therefore x=-2$ (중근)

ㄷ. $(3x-2)^2=0 \quad \therefore x=\frac{2}{3}$ (중근)

따라서 중근을 갖는 것은 $\text{ㄴ}, \text{ㄷ}$ 이다.

08 $2k+4=\left(\frac{12}{2}\right)^2, 2k+4=36, 2k=32$

$$\therefore k=16$$

09 이차방정식 $x^2+3x-10=0$ 에서

$$(x+5)(x-2)=0, x=-5 \text{ 또는 } x=2$$

이차방정식 $3x^2-4x-4=0$ 에서

$$(3x+2)(x-2)=0, x=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=2$$

따라서 공통인 근은 $x=2$ 이다.

10 주어진 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-1$ 이므로

$x^2-3x+a=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$1+3+a=0, a=-4$$

$3x^2-2bx-4=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$3+2b-4=0, 2b=1, b=\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab=-2$$

11 이차방정식 $2x^2+4x-3=0$ 에서

$$x^2+2x-\frac{3}{2}=0, x^2+2x=\frac{3}{2}$$

$$x^2+2x+1=\frac{3}{2}+1, (x+1)^2=\frac{5}{2}$$

즉, $p=1, q=\frac{5}{2}$ 이므로 $p+q=\frac{7}{2}$

12 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3}=\frac{-7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\therefore x = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

13 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

즉, $A=17, B=4$ 이므로

$$A+B=21$$

14 $\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$3x^2 = 4x + 2, 3x^2 - 4x - 2 = 0$$

근의 공식에 $a=3, b=-4, c=-2$ 를 대입하면

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{40}}{6} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

즉, $A=12, B=-4, C=10$ 이므로

$$A+B+C=18$$

15 $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0$ 의 양변에 12를 곱하면

$$2x^2 + 4x - 3 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

16 양변에 6을 곱하면

$$2x^2 + 8x = 3x^2 + 6x - 6, x^2 - 2x - 6 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-6)}}{1} = 1 \pm \sqrt{7}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{7}$$

17 $3(2x+y)^2 - 16(2x+y) + 5 = 0$ 에서 $2x+y=A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 16A + 5 = 0, (3A-1)(A-5) = 0$$

$$A = \frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 5$$

$$2x+y = \frac{1}{3} \text{ 또는 } 2x+y = 5$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $2x+y=5$

즉, $2x+y=5$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는

$(1, 3), (2, 1)$ 이다.

따라서 구하는 개수는 2이다.

18 (1) $3x^2 - 7x + 3 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$$3a^2 - 7a + 3 = 0, a^2 - \frac{7}{3}a + 1 = 0 \quad \dots\dots ①$$

$a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면

$$a - \frac{7}{3} + \frac{1}{a} = 0, a + \frac{1}{a} = \frac{7}{3} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \frac{7}{3}$$

$$(2) a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 2 = \frac{31}{9} \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore \frac{31}{9}$$

채점기준	배점
① a 에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
② $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값을 바르게 구하였다.	3

19 (1) $(k-1)x^2 - (k^2+3)x + 2(k+3) = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4(k-1) - 2(k^2+3) + 2(k+3) = 0$$

$$-2k^2 + 6k - 4 = 0, k^2 - 3k + 2 = 0 \quad \dots\dots ①$$

$$(k-1)(k-2) = 0, k=2 (\because k \neq 1) \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore 2$$

(2) 처음 이차방정식이 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 이므로

$$(x-2)(x-5) = 0, x=2 \text{ 또는 } x=5 \quad \dots\dots ③$$

즉, 다른 한 근은 $x=5$ 이다. $\dots\dots ④$

$$\therefore x=5$$

채점기준	배점
① k 에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
② k 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 처음 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
④ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

20 $2x^2 - 8x + 3m - 4 = 0$ 에서

$$x^2 - 4x + \frac{3m-4}{2} = 0 \quad \dots\dots ①$$

이 이차방정식의 중근을 가지려면 $\frac{3m-4}{2} = \left(\frac{-4}{2}\right)^2$ 에서

$$\dots\dots ②$$

$$\frac{3m-4}{2} = 4, 3m-4=8, 3m=12, m=4 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore 4$$

채점기준	배점
① x^2 의 계수를 1로 바르게 바꾸었다.	2
② 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시하였다.	2
③ m 의 값을 바르게 구하였다.	2

21 주어진 이차방정식의 양변을 2로 나누면

$$x^2 + \frac{5}{2}x - 2 = 0 \quad \dots\dots ①$$

상수항을 우변으로 이항하면

$$x^2 + \frac{5}{2}x = 2 \quad \dots\dots ②$$

양변에 $(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2})^2 = \frac{25}{16}$ 를 더하면

$$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = 2 + \frac{25}{16} \quad \dots \textcircled{3}$$

좌변을 완전제곱식으로 나타내고, 우변을 정리하면

$$(x + \frac{5}{4})^2 = \frac{57}{16} \quad \dots \textcircled{4}$$

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{\sqrt{57}}{4}, \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4} \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$$

채점기준	배점
① x^2 의 계수를 1로 바르게 바꾸었다.	1
② 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
③ 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
④ (완전제곱식) = (상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
⑤ 제곱근을 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2

실전 문제 2회

28-31p

01 $2(x^2+1)=x^2-2x$ 에서

$$2x^2+2=x^2-2x, \quad x^2+2x+2=0$$

즉, $a=2, b=2$ 이므로

$$a+b=4$$

02 $(ax+3)(x-2)=x^2-2(x-4)(x+1)$ 에서

$$ax^2-2ax+3x-6=x^2-2(x^2-3x-4)$$

$$ax^2-2ax+3x-6=-x^2+6x+8$$

$$(a+1)x^2-(2a+3)x-14=0$$

이때 x 에 대한 이차방정식이 되려면 $a+1 \neq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \neq -1$$

03 $x=-1$ 을 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

(가) $1 \neq -1$ (나) $(-2) \times 0 = 0$

(다) $1+1-2=0$ (라) $(-2)^2=4 \neq 0$

(마) $1+2-3=0$ (바) $2 \neq -1-3=-4$

따라서 $x=-1$ 을 해로 갖는 것은 (나), (다), (마)의 3개이다.

04 $x=3-\sqrt{2}$ 에서 $x-3=-\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$$(x-3)^2=2, \quad x^2-6x+9=2, \quad x^2-6x=-7$$

$$\therefore a=-7$$

05 (i) $A+B=3x^2+4x-15=0$ 에서

$$(3x-5)(x+3)=0, \quad x=\frac{5}{3} \text{ 또는 } x=-3$$

(ii) $AB=(x^2-x-12)(2x^2+5x-3) \neq 0$ 에서

$$(x+3)(x-4)(2x-1)(x+3) \neq 0$$

$$x \neq -3, \quad x \neq 4, \quad x \neq \frac{1}{2}$$

따라서 (i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 값은 $\frac{5}{3}$ 이다.

06 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$4(a-1)+2(a^2-1)+2(a-1)=0, \quad 2a^2+6a-8=0$$

$$a^2+3a-4=0, \quad (a+4)(a-1)=0$$

$$a=-4 \quad (\because a \neq 1)$$

이때 처음 이차방정식이 $-5x^2-15x-10=0$ 이므로

$$x^2+3x+2=0, \quad (x+2)(x+1)=0$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=-1$$

즉, 다른 한 근이 $x=-1$ 이므로 $b=-1$

$$\therefore a+b=-5$$

07 이차방정식 $(x-1)(x+2)=-2x-2$ 에서

$$x^2+x-2=-2x-2, \quad x^2+3x=0$$

$$x(x+3)=0, \quad x=0 \text{ 또는 } x=-3$$

즉, $a=0, b=-3$ ($\because a > b$)

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$ 에 $a=0, b=-3$ 을 대입하면

$$x^2-3=0, \quad x^2=3, \quad x=\pm\sqrt{3}$$

따라서 두 근의 차는 $\sqrt{3}-(-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

08 이차방정식 $(x+1)(2x-1)=(x+1)^2$ 에서

$$2x^2+x-1=x^2+2x+1, \quad x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0, \quad x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

즉, $\alpha=2, \beta=-1$ ($\because \alpha > \beta$)이므로

$$2\alpha-\beta=4+1=5$$

09 주어진 이차방정식이 중근을 가지면 공통부분 $x-\frac{2}{3}$ 를 A 로 치환하였을 때, A 에 대한 이차방정식도 중근을 가져야 한다.

$$2A^2+4A=k \text{에서}$$

$$A^2+2A=\frac{k}{2}, \quad A^2+2A+1=\frac{k}{2}+1, \quad (A+1)^2=\frac{k}{2}+1$$

이때 중근을 가지려면 $\frac{k}{2}+1=0$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } (A+1)^2=0 \text{에서 } (x+\frac{1}{3})^2=0 \text{이므로 } x=-\frac{1}{3} \text{ (중근)}$$

10 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k=0$ 이 중근을 가지므로

$$(k+1)^2-4k=0, \quad (k-1)^2=0, \quad k=1$$

이차방정식 $x^2+(k-4)x-28=0$ 에 $k=1$ 을 대입하면

$$x^2-3x-28=0, \quad (x+4)(x-7)=0$$

$$x=-4 \text{ 또는 } x=7$$

따라서 작은 근은 $x=-4$ 이다.

11 이차방정식 $(x+3)^2 = \frac{1}{2}$ 에서

$$x+3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}, x = -3 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{2}}{2}$$

즉, $A = -6, B = 2$ 이므로

$$A - B = -8$$

12 ㄱ. $k=0$ 이면 $x(x-4)=0, x=0$ 또는 $x=4$ (참)

ㄴ. $k=4$ 이면 $(x-2)^2=0, x=2$ (중근) (참)

ㄷ. $k=-4$ 이면 $x^2-4x=4, x^2-4x+4=4+4, (x-2)^2=8$

$$x-2 = \pm \sqrt{8}, x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

즉, 두 개의 무리수인 근을 갖는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

13 $2x^2-3x-2=0$ 의 양변을 $\boxed{2}$ 로 나누면

$$x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0, x^2 - \frac{3}{2}x = 1$$

양변에 $\left\{\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 = \frac{9}{16}$ 를 더하면

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}, \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{5}{4}, x = \frac{3}{4} \pm \frac{5}{4}$$

$$\therefore x = \boxed{-\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = 2$$

14 근의 공식에 의하여 $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 8b}}{4}$ 이므로

$$-a = 3, a^2 - 8b = 17$$

즉, $a = -3, b = -1$ 이므로

$$a + b = -4$$

15 이차방정식 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 에서

$$(x-3)(x-7) = 0, x = 3 \text{ 또는 } x = 7$$

즉, $a+b=3$ 또는 $a+b=7$ 이 될 확률을 구하면 된다.

(i) $a+b=3$ 인 경우

$$(a, b) = (1, 2), (2, 1)$$

(ii) $a+b=7$ 인 경우

$$(a, b) = (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{2}{36} + \frac{6}{36} = \frac{2}{9}$

16 $x^2+ax-12$ 가 다음과 같이 인수분해되면 해는 모두 정수이다.

$$(x-1)(x+12) \text{이면 } a=11$$

$$(x+1)(x-12) \text{이면 } a=-11$$

$$(x-2)(x+6) \text{이면 } a=4$$

$$(x+2)(x-6) \text{이면 } a=-4$$

$$(x-3)(x+4) \text{이면 } a=1$$

$$(x+3)(x-4) \text{이면 } a=-1$$

따라서 정수 a 의 값이 될 수 있는 수는

$\pm 1, \pm 4, \pm 11$ 의 6개이다.

17 이차방정식 $(x+1)^2 = 2x^2 - 1$ 에서

$$x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 1, x^2 - 2x - 2 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-2)}}{1} = 1 \pm \sqrt{3}$$

즉, $\alpha = 1 - \sqrt{3}, \beta = 1 + \sqrt{3}$ ($\because \alpha < \beta$)

이때 $1 - \sqrt{3} < n < 1 + \sqrt{3}$ 을 만족시키는 정수 n 은 0, 1, 2의 3개이다.

18 이차방정식 $3x^2 + 2x - 1 = 0$ 에서

$$(3x-1)(x+1) = 0, x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -1 \quad \dots \textcircled{1}$$

(i) 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + a + 1 = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 이므로

$$1 + a + 2 + a + 1 = 0, 2a = -4, a = -2 \quad \dots \textcircled{2}$$

(ii) 이차방정식 $3x^2 + (b-1)x - 1 = 0$ 의 한 근이 $x = \frac{1}{3}$ 이므로

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}(b-1) - 1 = 0, \frac{1}{3}b = 1, b = 3 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\therefore a = -2, b = 3$

채점기준	배점
① 이차방정식 $3x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 근을 바르게 구하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ b 의 값을 바르게 구하였다.	2

19 이차방정식 $(-2a+1)x^2 + (a^2+1)x + 2 = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4(-2a+1) + 2(a^2+1) + 2 = 0$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(a-2)^2 = 0, a = 2 \text{ (중근)}$$

즉, 상수 a 의 값은 2이다. $\dots \textcircled{2}$

$\therefore 2$

채점기준	배점
① a 에 대한 이차식으로 바르게 정리하였다.	3
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2

20 $x^2 + 6x + a = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4 + 12 + a = 0, a = -16 \quad \dots \textcircled{1}$$

$x^2 + bx + 20 = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$4 + 2b + 20 = 0, 2b = -24, b = -12 \quad \dots \textcircled{2}$$

이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 에 $a = -16, b = -12$ 를 대입하면

$$3x^2 - 16x - 12 = 0, (3x+2)(x-6) = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 6$

채점기준	배점
① a의 값을 바르게 구하였다.	2
② b의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$ 의 해를 바르게 구하였다.	2

21 (다)에서 공통부분 $a-b$ 를 A로 치환하면

$$A^2+7A-18=0, (A+9)(A-2)=0$$

$$A=-9 \text{ 또는 } A=2$$

$$a-b=-9 \text{ 또는 } a-b=2 \quad \dots\dots ①$$

이때 (가)에 의하여 $a>b$ 이므로

$$a-b=2 \quad \dots\dots ②$$

(나)에서 $a+b=6$ 이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$a=4, b=2 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore a=4, b=2$$

채점기준	배점
① (다)에서 가능한 $a-b$ 의 값을 구하였다.	3
② 조건 (가)를 만족시키는 $a-b$ 의 값을 구하였다.	2
③ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 32p

이차방정식 $x^2-4x+2=0$ 에서 근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times 2}}{1} = 2 \pm \sqrt{2}$$

이때 $a > \beta$ 이므로

$$a = 2 + \sqrt{2}, \beta = 2 - \sqrt{2}$$

부등식 $\beta - 2 < n < a - 2$ 에서

$$-\sqrt{2} < n < \sqrt{2}$$

즉, 이 부등식을 만족시키는 정수 n은 -1, 0, 1의 3개이다.

02 이차방정식의 활용

기출 Best

36-38p

01 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $b^2-4ac < 0$ 인 것을 찾는다.

- ① $3^2-4 \times 1 \times 2=1 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ② $(-3)^2-4 \times 3 \times 2=-15 \Rightarrow$ 근이 없다.
- ③ $(-1)^2-4 \times 3 \times (-2)=25 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ④ $0^2-4 \times 1 \times (-5)=20 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ⑤ $4^2-4 \times 4 \times 1=0 \Rightarrow$ 중근

02 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 한다.

$$\{-(k-2)\}^2-k=0, k^2-5k+4=0$$

$$(k-1)(k-4)=0$$

$$\therefore k=1 \text{ 또는 } k=4$$

03 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$$b^2-ac > 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$2^2-2k > 0, -2k > -4$$

$$\therefore k < 2$$

04 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$$b^2-4ac > 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$(-3)^2-4k > 0, -4k > -9, k < \frac{9}{4}$$

이때 정수 k의 최댓값은 2이다.

$$\therefore 2$$

05 $6x^2+ax-b=6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)$

$$=6x^2+x-1$$

즉, $a=1, b=1$ 이므로 $a+b=2$

06 (i) 정민이는 상수항을 바르게 보았으므로

$$x^2+\square x+b=(x+2)(x-3)=x^2-x-6$$

$$\text{즉, } b=-6$$

(ii) 수영이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$$x^2+ax+\square=(x+4)(x-3)=x^2+x-12$$

$$\text{즉, } a=1$$

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+x-6=0$ 이므로

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

07 $x=-3+\sqrt{7}$ 에서 $x+3=\sqrt{7}$

양변을 제곱하면

$$(x+3)^2=7, x^2+6x+9=7, x^2+6x+2=0$$

$$\therefore k=2$$

08 $\frac{n(n-3)}{2}=90$ 에서
 $n^2-3n=180, n^2-3n-180=0$
 $(n+12)(n-15)=0, n=15 (\because n>3)$
 즉, 대각선의 개수가 90인 다각형은 십오각형이므로 십오각형의 변의 개수는 15이다.

09 $40t-5t^2=0$ 에서
 $t^2-8t=0, t(t-8)=0, t=8 (\because t>0)$
 즉, 공이 지면에 떨어지는 것은 공을 쏘아 올린 지 8초 후이다.

10 두 자연수 중 큰 수를 x 로 놓으면 작은 수는 $x-3$ 이므로
 $x(x-3)=88, x^2-3x-88=0$
 $(x+8)(x-11)=0, x=11 (\because x$ 는 3보다 큰 자연수)
 즉, 두 자연수 중 큰 수는 11이다.

11 연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 로 놓으면
 $x^2+(x+1)^2=113, 2x^2+2x-112=0$
 $x^2+x-56=0, (x+8)(x-7)=0$
 $x=7 (\because x$ 는 자연수)
 즉, 연속하는 두 자연수는 7, 8이므로 이들의 합은 15이다.

12 형의 나이를 x 살로 놓으면 동생의 나이는 $(x-4)$ 살이므로
 $2(x-4)^2=x^2+17, 2x^2-16x+32=x^2+17$
 $x^2-16x+15=0, (x-1)(x-15)=0$
 $x=15 (\because x>4)$
 즉, 형의 나이는 15살이다.

13 모둠의 학생 수를 x 로 놓으면 한 사람이 받을 초콜릿 수는 $(x-4)$ 이므로
 $x(x-4)=60, x^2-4x-60=0$
 $(x+6)(x-10)=0, x=10 (\because x>4)$
 즉, 이 모둠의 학생 수는 10이다.

14 일차함수 $y=\frac{a}{3}x-6$ 의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로
 $\frac{a}{3}<0, a<0$
 $y=\frac{a}{3}x-6$ 에 $x=6a+3, y=a^2+2a$ 를 대입하면
 $a^2+2a=a(2a+1)-6, a^2-a-6=0$
 $(a+2)(a-3)=0, a=-2 (\because a<0)$

15 $\overline{AP}=x$ cm로 놓으면
 $\overline{BP}=(16-x)$ cm이므로 (단, $\overline{AP}<\overline{BP}$)
 $x^2+(16-x)^2=130, 2x^2-32x+126=0$
 $x^2-16x+63=0, (x-7)(x-9)=0$

$x=7 (\because \overline{AP}<\overline{BP})$
 즉, $\overline{AP}=7$ cm, $\overline{BP}=9$ cm이므로
 두 정사각형의 넓이의 차는 $9^2-7^2=32(\text{cm}^2)$

16 $(12-x)(7+x)=48$ 이므로
 $84+5x-x^2=48, x^2-5x-36=0$
 $(x+4)(x-9)=0, x=9 (\because 0<x<12)$

17 도로의 폭을 x m로 놓으면
 $(30-x)(24-x)=520, x^2-54x+200=0$
 $(x-4)(x-50)=0, x=4 (\because 0<x<24)$
 즉, 도로의 폭은 4 m이다.

18 정육면체 모양의 상자 밑면의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면
 $x^2+4 \times 2x=48, x^2+8x-48=0$
 $(x+12)(x-4)=0, x=4 (\because x>0)$
 즉, 상자 밑면의 한 변의 길이는 4 cm이다.

기출 Best **상등이** 39~41p

01 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $b^2-4ac<0$ 인 것을 찾는다.
 ① $1^2-4 \times 2 \times (-4)=33 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ② $(-4)^2-4 \times 1 \times 4=0 \Rightarrow$ 중근
 ③ $3^2-4 \times 1 \times 5=-11 \Rightarrow$ 근이 없다.
 ④ $(-5)^2-4 \times 3 \times 1=13 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ⑤ $(-1)^2-4 \times 1 \times (-1)=5 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

02 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 한다.
 $\{-(k-3)\}^2-4k=0, k^2-10k+9=0$
 $(k-1)(k-9)=0$
 $\therefore k=1$ 또는 $k=9$

03 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-4ac>0$ 이어야 한다.
 $1^2-8(k-1)>0, -8k+9>0, -8k>-9$
 $\therefore k<\frac{9}{8}$

04 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-ac>0$ 이어야 한다.
 $(-2)^2-(k-1)>0, -k+5>0, -k>-5, k<5$
 이때 정수 k 의 최댓값은 4이다.

- 05 $2x^2+ax+b=2(x+2)(x-3)=2(x^2-x-6)$
 $=2x^2-2x-12$
 즉, $a=-2, b=-12$ 이므로
 $a+b=-14$
- 06 (i) 유진이는 상수항을 바르게 보았으므로
 $x^2+\square x+q=(x+6)(x-2)=x^2+4x-12$
 즉, $q=-12$
 (ii) 희진이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로
 $x^2+px+\square=(x+5)(x-6)=x^2-x-30$
 즉, $p=-1$
 (i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-x-12=0$ 이므로
 $(x+3)(x-4)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=4$
- 07 $x=4+\sqrt{7}$ 에서 $x-4=\sqrt{7}$
 양변을 제곱하면
 $(x-4)^2=7, x^2-8x+16=7, x^2-8x+9=0$
 $\therefore k=9$
- 08 $\frac{n(n-3)}{2}=54$ 에서
 $n^2-3n=108, n^2-3n-108=0$
 $(n+9)(n-12)=0, n=12 (\because n>3)$
 즉, 대각선의 개수가 54인 다각형은 십이각형이다.
- 09 $-5t^2+20t+25=0$ 에서
 $t^2-4t-5=0, (t+1)(t-5)=0, t=5 (\because t>0)$
 즉, 공이 지면에 떨어지는 것은 공을 쏘아 올린 지 5초 후이다.
- 10 두 자연수 중 큰 수를 x 로 놓으면 작은 수는 $x-5$ 이므로
 $x^2+(x-5)^2=157, 2x^2-10x-132=0$
 $x^2-5x-66=0, (x+6)(x-11)=0$
 $x=11 (\because x$ 는 5보다 큰 자연수)
 즉, 두 자연수 중 큰 수는 11이다.
- 11 연속하는 두 홀수를 $x, x+2$ 로 놓으면
 $x^2+(x+2)^2=802, 2x^2+4x-798=0$
 $x^2+2x-399=0, (x+21)(x-19)=0$
 $x=19 (\because x$ 는 자연수)
 즉, 연속하는 두 홀수는 19, 21이므로 이들의 합은 40이다.
- 12 동생의 나이를 x 살로 놓으면 언니의 나이는 $(x+3)$ 살이므로
 $(x+3)^2=2x^2-7, x^2+6x+9=2x^2-7$
 $x^2-6x-16=0, (x+2)(x-8)=0$
 $x=8 (\because x>0)$

즉, 동생의 나이는 8살이다.

- 13 모둠의 학생 수를 x 로 놓으면 한 사람이 받을 사탕 수는 $x-2$ 이므로
 $x(x-2)=24, x^2-2x-24=0$
 $(x+4)(x-6)=0, x=6 (\because x>2)$
 즉, 이 모둠의 학생 수는 6이다.
- 14 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+5$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로
 $\frac{a}{2}<0, a<0$
 $y=\frac{a}{2}x+5$ 에 $x=a-1, y=a^2+2a+2$ 를 대입하면
 $a^2+2a+2=\frac{a}{2}(a-1)+5, 2a^2+4a+4=a^2-a+10$
 $a^2+5a-6=0, (a+6)(a-1)=0, a=-6 (\because a<0)$
- 15 $\overline{BP}=x$ cm로 놓으면
 $\overline{AP}=(12-x)$ cm이므로 (단, $\overline{AP}>\overline{BP}$)
 $(12-x)^2+x^2=80, 2x^2-24x+64=0$
 $x^2-12x+32=0, (x-4)(x-8)=0$
 $x=4 (\because \overline{AP}>\overline{BP})$
 즉, $\overline{BP}=4$ cm이므로 작은 정사각형의 넓이는 $4^2=16(\text{cm}^2)$
- 16 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이를 x m로 놓으면
 $(x+4)(x-6)=264, x^2-2x-288=0$
 $(x+16)(x-18)=0, x=18 (\because x>6)$
 즉, 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이는 18 m이다.
- 17 길의 폭을 x m로 놓으면
 $(12-x)(12-2x)=54, 2x^2-36x+90=0$
 $x^2-18x+45=0, (x-3)(x-15)=0$
 $x=3 (\because 0<x<6)$
 즉, 이 길의 폭은 3 m이다.
- 18 처음 정사각형 모양의 두꺼운 종이의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면
 $5(x-10)^2=200, (x-10)^2=40$
 $x-10=\pm\sqrt{40}, x=10\pm2\sqrt{10}$
 이때 $x>10$ 이므로 $x=10+2\sqrt{10}$
 즉, 처음 정사각형 모양의 두꺼운 종이의 한 변의 길이는 $(10+2\sqrt{10})$ cm이다.



집중공략

42-43p

- 1 (i) 이차방정식 $x^2-2x+a+2=0$ 은 서로 다른 두 근을 가지므로 $b^2-ac>0$ 이어야 한다.
 $b^2-ac=(-1)^2-(a+2)>0, -a-1>0$
 $-a>1, a<-1$
- (ii) 이차방정식 $2x^2+2(a-1)x+a^2-1=0$ 은 중근을 가지므로 $b^2-ac=0$ 이어야 한다.
 $(a-1)^2-2(a^2-1)=0, -a^2-2a+3=0$
 $a^2+2a-3=0, (a+3)(a-1)=0$
 $a=-3$ 또는 $a=1$
- (i), (ii)를 모두 만족시키는 a 의 값은 -3 이다.

- 2 점 P의 좌표를 $(a, -a+10)$ 으로 놓으면
 $\overline{OQ}=a, \overline{PQ}=-a+10 (0<a<5)$ 이므로
 $\square OQPR=a(-a+10)=24, -a^2+10a-24=0$
 $a^2-10a+24=0, (a-4)(a-6)=0$
 $a=4 (\because 0<a<5)$
 즉, 점 P의 좌표는 $(4, 6)$ 이다.

서술형 문제

44-45p

- 1 (1) 이차방정식 $x^2-3x-4=0$ 에서
 $(x+1)(x-4)=0, x=-1$ 또는 $x=4$ ①
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
- (2) (1)의 결과에 의하여
 $a=-1+4=3, b=-1 \times 4=-4$ ②
 $\therefore a=3, b=-4$
- (3) 구하는 이차방정식은
 $2(x+4)(x-3)=0, 2(x^2+x-12)=0$
 $2x^2+2x-24=0$ ③
 $\therefore 2x^2+2x-24=0$

채점기준	배점
① 인수분해를 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2
② a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ 이차방정식을 바르게 구하였다.	2

- 2 (1) 연속하는 세 자연수 중 가장 작은 수를 x 로 놓으면 나머지 두 수는 $x+1, x+2$ 이므로
 $(x+2)^2=x^2+(x+1)^2, x^2+4x+4=2x^2+2x+1$
 $\therefore x^2-2x-3=0$ ①
- (2) (1)의 결과에 의하여
 $(x+1)(x-3)=0, x=-1$ 또는 $x=3$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=3$ 이다. ②

즉, 세 자연수 중 가장 큰 수는 $3+2=5$ ③
 $\therefore 5$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 1회

46-48p

- 01 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 에서 $b^2-ac>0$ 인 것을 찾는다.
 ① $(-2)^2-4 \times 1=0 \Rightarrow$ 중근
 ② $(-10)^2-4 \times 25=0 \Rightarrow$ 중근
 ③ $(-4)^2-2 \times 9=-2<0 \Rightarrow$ 근이 없다.
 ④ $(-6)^2-1 \times 5=31>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ⑤ $(-6)^2-4 \times 13=-16<0 \Rightarrow$ 근이 없다.
- 02 (i) 이차방정식 $2x^2-3x+k-1=0$ 은 서로 다른 두 근을 가지므로
 $(-3)^2-8(k-1)>0, -8k+17>0$
 $-8k>-17, k<\frac{17}{8}$
- (ii) 이차방정식 $x^2+(k-2)x+4=0$ 은 중근을 가지므로
 $(k-2)^2-16=0, k^2-4k-12=0$
 $(k+2)(k-6)=0, k=-2$ 또는 $k=6$
 (i), (ii)에 의하여 $k=-2$
- 03 처음 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 으로 놓으면
 (i) 아영이는 상수항을 바르게 보았으므로
 $x^2+\square x+b=(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$
 즉, $b=-24$
- (ii) 유진이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로
 $x^2+ax+\square=(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$
 즉, $a=-2$
- (i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-2x-24=0$ 이므로
 $(x+4)(x-6)=0, x=-4$ 또는 $x=6$
- 04 두 자연수 중 큰 수를 x 로 놓으면 작은 수는 $x-4$ 이다.
 $\therefore x^2+(x-4)^2=136$
- 05 n 번째 가로열의 바둑돌의 수는 $n+1$, 세로열의 바둑돌의 수는 n 이므로
 $n(n+1)=132, n^2+n-132=0$
 $(n+12)(n-11)=0, n=11 (\because n$ 은 자연수)
 즉, 바둑돌의 수가 132인 사각형 모양은 11번째이다.

06 무심결에 펼친 수학책의 두 쪽수를 각각 $x, x+1$ 로 놓으면

$$x(x+1)=420, x^2+x-420=0$$

$$(x+21)(x-20)=0, x=20 (\because x \text{는 자연수})$$

즉, 두 쪽수는 각각 20, 21이므로 이들의 합은 $20+21=41$

07 동생의 나이를 x 살, 오빠의 나이를 $(x+3)$ 살로 놓으면

$$x^2+(x+3)^2=185, 2x^2+6x-176=0$$

$$x^2+3x-88=0, (x+11)(x-8)=0$$

$$\therefore x=8 (\because x>0)$$

따라서 동생의 나이는 8살, 오빠의 나이는 11살이므로 오빠와 동생의 나이의 합은 $11+8=19$

08 $-5t^2+30t+40=80$ 에서

$$-5t^2+30t-40=0, t^2-6t+8=0$$

$$(t-2)(t-4)=0, t=2 \text{ 또는 } t=4$$

즉, 공이 두 번째로 지면으로부터의 높이가 80 m인 지점을 지나는 것은 공을 던진 지 4초 후이다.

09 점 P가 직선 $y=-2x+12$ 위의 점이므로 $b=-2a+12$

$$\therefore \overline{OQ}=a, \overline{PQ}=-2a+12 \text{ (단, } 0<a<4)$$

이때 $\square OQPR=a(-2a+12)=16$ 이므로

$$-2a^2+12a-16=0, a^2-6a+8=0$$

$$(a-2)(a-4)=0, a=2 (\because 0<a<4)$$

즉, 점 P의 좌표는 (2, 8)이므로 $a=2, b=8$

$$\therefore a+b=10$$

10 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x m로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(3-x)$ m이므로

$$(3-x)^2: x^2=2:3, 2x^2=3(3-x)^2$$

$$2x^2=3x^2-18x+27, x^2-18x+27=0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-27}}{1}=9\pm3\sqrt{6}$$

$$x=9-3\sqrt{6} (\because \frac{3}{2}<x<3)$$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-3\sqrt{6})$ m이다.

11 구하는 시간을 x 초로 놓으면

$$(20-x)(16+4x)=20\times 16, -4x^2+64x=0$$

$$x^2-16x=0, x(x-16)=0$$

$$x=16 (\because 0<x<20)$$

즉, 넓이가 처음 직사각형과 같아지는 데 16초가 걸린다.

12 $(35-x)(20-x)=450$ 이므로

$$x^2-55x+250=0, (x-5)(x-50)=0$$

$$x=5 (\because 0<x<20)$$

13 두 근이 $-\frac{1}{5}, \frac{1}{2}$ 이고, x^2 의 계수가 10인 이차방정식은

$$10\left(x+\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0, 10\left(x^2-\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}\right)=0$$

$$10x^2-3x-1=0 \dots\dots ①$$

$$\text{즉, } a=10, b=-3, c=-1 \text{이므로} \dots\dots ②$$

$$a+b+c=10+(-3)+(-1)=6 \dots\dots ③$$

$$\therefore 6$$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 구하였다.	2
② a, b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $a+b+c$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

14 연속하는 세 짝수를 $x, x+2, x+4$ 로 놓으면

$$(x+4)^2=x^2+(x+2)^2-48 \dots\dots ①$$

$$x^2+8x+16=2x^2+4x-44, x^2-4x-60=0$$

$$(x+6)(x-10)=0, x=10 (\because x \text{는 자연수}) \dots\dots ②$$

이때 연속하는 세 짝수는 10, 12, 14이므로 구하는 합은

$$10+12+14=36 \dots\dots ③$$

$$\therefore 36$$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
③ 세 짝수의 합을 바르게 구하였다.	2

15 구하는 시간을 x 초 후로 놓으면 각각

$$\overline{DP}=(20-2x) \text{ cm, } \overline{DQ}=x \text{ cm이므로}$$

$$\triangle DPQ=\frac{1}{2}x(20-2x)=24 \dots\dots ①$$

$$10x-x^2=24, x^2-10x+24=0$$

$$(x-4)(x-6)=0, x=4 \text{ 또는 } x=6 \dots\dots ②$$

즉, 처음으로 $\triangle DPQ$ 의 넓이가 24 cm^2 가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다. $\dots\dots ③$

$$\therefore 4 \text{ 초 후}$$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
③ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

16 (1) 접은 부분의 한쪽 길이가 x cm이므로 색칠한 부분의 가로 길이는 $(60-2x)$ 이다. $\dots\dots ①$

즉, 색칠한 부분의 넓이에서

$$x(60-2x)=60x-2x^2 \dots\dots ②$$

$$\therefore 60x-2x^2$$

$$(2) 60x-2x^2=450, x^2-30x+225=0$$

$$(x-15)^2=0, x=15 \text{ (중근)} \dots\dots ③$$

$$\therefore 15$$



채점기준	배점
① 색칠한 부분의 가로 길이를 x 에 대하여 바르게 나타내었다.	1
② 색칠한 부분의 넓이를 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
③ x 의 값을 바르게 구하였다.	3

실전 문제 2회

49-51p

- 01** 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가지므로
 $(-3)^2 - k = 0, k = 9$
 이차방정식 $2x^2 + x - 1 = 0$ 에서
 $(2x-1)(x+1) = 0, x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -1$
 $\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -1$
- 02** $x = 3 + \sqrt{7}$ 에서 $x - 3 = \sqrt{7}$
 양변을 제곱하면
 $(x-3)^2 = 7, x^2 - 6x + 9 = 7, x^2 - 6x + 2 = 0$
 즉, $a = -6, b = 2$ 이므로 $a + b = -4$
- 03** $\langle x \rangle = A$ 로 치환하면
 $A^2 + 3A - 10 = 0, (A+5)(A-2) = 0$
 $A = 2$ ($\because A$ 는 자연수)
 이때 $\langle x \rangle = 2$ 이므로 자연수 x 의 약수의 개수는 2이고, 이러한 자연수는 소수뿐이다.
 즉, 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7이므로 이들의 총합은
 $2 + 3 + 5 + 7 = 17$
- 04** 십의 자리의 숫자를 x 로 놓으면 일의 자리의 숫자는 $13 - x$ 이므로
 $x(13 - x) = 10x + (13 - x) - 18, -x^2 + 13x = 9x - 5$
 $x^2 - 4x - 5 = 0, (x+1)(x-5) = 0$
 $x = 5$ ($\because x$ 는 한 자리 자연수)
 즉, 구하는 두 자리 자연수는 58이다.
- 05** $-5t^2 + 30t = 40$ 에서
 $t^2 - 6t + 8 = 0, (t-2)(t-4) = 0$
 $\therefore t = 2$ 또는 $t = 4$
 따라서 축구공의 높이가 40 m 이상인 것은 공을 차 올린 지 2초 후부터 4초 후까지 2초 동안이다.
- 06** 세로줄의 개수를 x 로 놓으면 가로줄의 개수는 $42 - x$ 이므로
 $x(42 - x) = 440, x^2 - 42x + 440 = 0$
 $(x-20)(x-22) = 0, x = 22$ ($\because 21 < x < 42$)
 즉, 세로줄의 개수는 22이다.

- 07** 직선 $2x + my = 3$ 이 제2사분면을 지나지 않으므로
 $my = -2x + 3, y = -\frac{2}{m} + \frac{3}{m}$ 에서 $-\frac{2}{m} > 0, m < 0$
 $2x + my = 3$ 에 $x = 2m^2, y = m - 2$ 를 대입하면
 $4m^2 + m^2 - 2m = 3, 5m^2 - 2m - 3 = 0$
 $(5m+3)(m-1) = 0, m = -\frac{3}{5}$ ($\because m < 0$)
- 08** $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$ 이므로
 $\angle DBA = \angle DBC = 36^\circ, \angle BDC = 72^\circ$
 즉, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = x$ 로 놓으면
 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}, 10 : x = x : (10 - x)$
 $x^2 = 100 - 10x, x^2 + 10x = 100$
 $(x+5)^2 = 125, x = -5 + 5\sqrt{5}$ ($\because 0 < x < 10$)
 즉, \overline{BC} 의 길이는 $-5 + 5\sqrt{5}$ 이다.
- 09** 학급 게시판의 가로의 길이를 x 로 놓으면
 $x : (x-2) = (x-2) : 2, x^2 - 4x + 4 = 2x$
 $x^2 - 6x + 4 = 0, (x-3)^2 = 5, x = 3 + \sqrt{5}$ ($\because x > 2$)
 즉, 학급 게시판의 가로의 길이는 $(3 + \sqrt{5})$ m이다.
- 10** $\overline{BC} = 2x$ cm로 놓으면 $\overline{AC} = (20 - 2x)$ cm이므로
 $\frac{1}{2} \times 100\pi - \frac{1}{2}(10 - x)^2\pi - \frac{1}{2}x^2\pi = 24\pi$
 $100 - (10 - x)^2 - x^2 = 48$
 $-2x^2 + 20x - 48 = 0, x^2 - 10x + 24 = 0$
 $(x-4)(x-6) = 0, x = 4$ ($\because 0 < x < 5$)
 즉, \overline{BC} 의 길이는 $2 \times 4 = 8$ (cm)
- 11** 구하는 시간을 x 초 후로 놓으면
 $\overline{BP} = (15 - x)$ cm, $\overline{BQ} = 2x$ cm이므로
 $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x(15 - x) = 50, 15x - x^2 = 50$
 $x^2 - 15x + 50 = 0, (x-5)(x-10) = 0, x = 5$ 또는 $x = 10$
 즉, 처음으로 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 50 cm^2 가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 5초 후이다.
- 12** $a + 2b = 20$ 이므로 $a = 20 - 2b$ 로 놓고
 $ab = 42$ 에 $a = 20 - 2b$ 를 대입하면
 $(20 - 2b)b = 42, -2b^2 + 20b - 42 = 0$
 $b^2 - 10b + 21 = 0, (b-3)(b-7) = 0, b = 3$ ($\because a > b$)
 $a = 20 - 2b$ 에 $b = 3$ 을 대입하면 $a = 14$
 $\therefore a + b = 17$
- 13** (1) 이차방정식 $2x^2 + 2x - 12 = 0$ 에서
 $x^2 + x - 6 = 0, (x+3)(x-2) = 0, x = -3$ 또는 $x = 2$

즉, $\alpha=2, \beta=-3 (\because \alpha>\beta)$ ①

$\therefore \alpha=2, \beta=-3$

(2) x^2 의 계수가 1이고 두 수 3과 -2를 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-3)(x+2)=0, x^2-x-6=0$ ②

$\therefore x^2-x-6=0$

채점기준	배점
① α, β 의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
② 이차방정식을 바르게 구하였다.	3

14 (1) 영수는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+q=(x+6)(x-2)=x^2+4x-12$

즉, $q=-12$ ①

태희는 x 의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+px+\square=(x+4)(x-5)=x^2-x-20$

즉, $p=-1$ ②

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-x-12=0$ 이다. ③

$\therefore x^2-x-12=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x+3)(x-4)=0, x=-3$ 또는 $x=4$ ④

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

채점기준	배점
① q 의 값을 바르게 구하였다.	2
② p 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 처음 이차방정식을 바르게 구하였다.	1
④ 처음 이차방정식을 바르게 풀었다.	2

15 (1) 동생의 나이를 x 살로 놓으면 언니의 나이는 $(x+2)$ 살이므로

$3x=(x+2)^2-60, 3x=x^2+4x-56$

$x^2+x-56=0$ ①

$\therefore x^2+x-56=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x+8)(x-7)=0, x=7 (\because x>0)$ ②

즉, 동생의 나이는 7살, 언니의 나이는 9살이다. ③

\therefore 동생의 나이: 7살, 언니의 나이: 9살

채점기준	배점
① x 에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 동생과 언니의 나이를 각각 바르게 구하였다.	2

16 (1) 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)$ cm이므로

$x^2+(10-x)^2=58, x^2+x^2-20x+100=58$

$2x^2-20x+42=0, x^2-10x+21=0$ ①

$\therefore x^2-10x+21=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x-3)(x-7)=0, x=7 (\because 5<x<10)$ ②

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다. ③

$\therefore 7$ cm

채점기준	배점
① x 에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구하였다.	1

최다 오답 문제

52p

평소 물건의 가격을 A 원, 판매량을 B 로 놓으면 인상 이전의 총 수익은 AB 원이다.

물건의 가격을 $x\%$ 인상한 가격은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원,

인상했을 때의 판매량은 $0.5x\%$ 감소한

$B\left(1-\frac{0.5x}{100}\right)=B\left(1-\frac{x}{200}\right)$

인상했을 때의 총 수익이 인상 이전에 비해 12% 증가했으므로

$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{x}{200}\right)=AB\left(1+\frac{12}{100}\right)$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{200}\right)=\frac{112}{100}$

$1+\frac{x}{200}-\frac{x^2}{20000}=\frac{112}{100}, x^2-100x+2400=0$

$(x-40)(x-60)=0$

$\therefore x=40 (\because x<50)$

IV 이차함수

01 이차함수와 그 그래프

기출 Best

56-59p

- 01 정리한 것이 y 가 x 에 대한 이차식인 것,
즉, $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 꼴인 것을 찾는다.
이때 x^2 항의 계수만 확인하면 된다.
④ $y=2x^3-2x^2-2x$ (이차함수가 아니다.)
- 02 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때,
 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 꼴인 것을 찾는다.
ㄱ. $y=\pi x^2$
(이차함수, π 는 원주율이므로 문자가 아닌 계수로 본다.)
ㄴ. $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)
ㄷ. $y=4x$ (일차함수)
ㄹ. $y=100x$ (일차함수)
ㅁ. $y=x^2+(x+1)^2$, $y=2x^2+2x+1$ (이차함수)
따라서 y 가 x 의 이차함수인 것은 ㄱ, ㅁ이다.
- 03 함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.
이때 $y=ax^2+ax+5$ 이므로 $a \neq 0$
- 04 $f(1)=-1+2+3=4$, $f(-2)=-4-4+3=-5$ 이므로
 $f(1)-f(-2)=4-(-5)=9$
- 05 $f(0)=c=-5$
 $f(2)=8+2b-5=9$, $2b=6$, $b=3$
즉, $f(x)=2x^2+3x-5$
 $\therefore f(1)=2+3-5=0$
- 06 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 위로 볼록하려면 $a < 0$ 이어야 한다.
즉, $a < 0$ 인 것은 $y=-x^2$, $y=-5x^2$, $y=-2x^2$ 의 3개이다.
- 07 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a > 0$ 이어야 하고,
그래프의 폭은 a 의 절댓값이 클수록 좁아진다.
- 08 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=\frac{4}{5}x^2$ 이다.
 $y=\frac{4}{5}x^2$ 에 $x=-5$, $y=k$ 를 대입하면
 $k=\frac{4}{5} \times 25=20$
- 09 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이므로 이차함수의 그래프의 식은 $y=ax^2$ 꼴이다.
 $y=ax^2$ 에 $x=1$, $y=3$ 을 대입하면 $a=3$
따라서 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y=3x^2$ 이다.

- 10 ① y 축 ($x=0$)을 축으로 한다.
② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록하다.
③ $x > 0$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
⑤ 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프이다.

- 11 $y=x^2$ 에 $y=9$ 를 대입하면

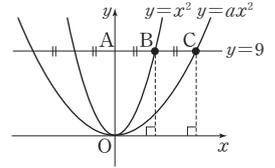
$$x^2=9, x=\pm 3$$

$$\therefore B(3, 9)$$

이때 $\overline{BC}=\overline{AB}=3$ 이므로 $C(6, 9)$

따라서 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $C(6, 9)$ 를 지나므로

$$9=36a, a=\frac{1}{4}$$



- 12 $\square ABCD$ 가 정사각형이고, 점 C 의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로

$$A(-3, 9a), B(-3, 0), D(3, 9a)$$

이때 $\overline{BC}=\overline{CD}$ 이므로

$$6=9a, a=\frac{2}{3}$$

- 13 $y=\frac{1}{2}x^2 \xrightarrow{y \rightarrow \frac{y-k}{3}} y=\frac{1}{2}x^2+3$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2+3$ 에 $x=2$, $y=k$ 를 대입하면

$$k=\frac{1}{2} \times 4+3=5$$

- 14 꼭짓점이 $(-2, 0)$ 인 이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2$ 꼴이다.

이때 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$y=a(x+2)^2$ 에 $x=0$, $y=-4$ 를 대입하면

$$-4=4a, a=-1$$

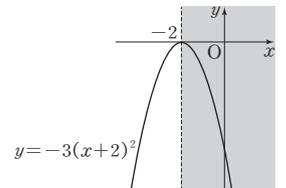
$$\therefore y=-(x+2)^2$$

- 15 이차함수 $y=-3(x+2)^2$ 의 그래프

는 그림과 같다.

이때 $x > -2$ 에서 x 의 값이 증가하면

y 의 값은 감소한다.



- 16 축의 방정식은 $x=7$, 꼭짓점의 좌표는 $(7, 6)$ 이므로

$$a=7, b=7, c=6$$

$$\therefore a+b+c=20$$

- 17 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는

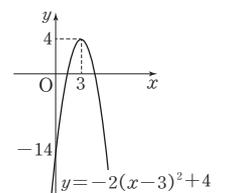
$(3, 4)$ 이다.

이때 위로 볼록하고 y 절편이 -14 이므로

그래프는 그림과 같다.

따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은

제2사분면이다.



18 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여도 x^2 의 계수 -2 는 변함이 없다.

19 $y = 5(x+2)^2 - 3 \xrightarrow[\text{y축: } n]{\text{x축: } m} y = 5(x-m+2)^2 - 3 + n$

이때 $-m+2 = -1, -3+n = 1$ 이므로

$$m = 3, n = 4$$

$$\therefore m+n = 7$$

20 $y = -2x^2 \xrightarrow[\text{y축: } 3]{\text{x축: } -1} y = -2(x+1)^2 + 3$

이 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = -2(x+1)^2 + 3, y = 2(x+1)^2 - 3$$

21 꼭짓점의 좌표가 $(-4, -3)$ 이므로 이차함수의 식은

$$y = a(x+4)^2 - 3 \text{ 꼴이다.}$$

$y = a(x+4)^2 - 3$ 에 $x=0, y=5$ 를 대입하면

$$5 = 16a - 3, -16a = -8, a = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉, } a = \frac{1}{2}, p = -4, q = -3 \text{이므로 } a - p + q = \frac{3}{2}$$

22 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{9}(x+2)^2 + q$

꼴이다.

$y = \frac{1}{9}(x+2)^2 + q$ 에 $x=1, y=0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{1}{9} \times 9 + q, q = -1$$

$$\text{즉, } p = -2, q = -1 \text{이므로 } p + q = -3$$

23 ③ 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

24 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a < 0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(p, -q)$ 이고, 제2사분면 위의 점이므로

$$p < 0, -q > 0$$

$$\text{즉, } p < 0, q < 0$$

(i), (ii)에 의하여 $a < 0, p < 0, q < 0$

02 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때,

$$y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0) \text{ 꼴인 것을 찾는다.}$$

$$\neg. y = \frac{1}{2}x^2 \text{ (이차함수)}$$

$$\iota. y = \frac{1}{2}(x+2x) \times 6, y = 9x \text{ (일차함수)}$$

$$\text{ㄷ. } y = x(12-x), y = -x^2 + 12x \text{ (이차함수)}$$

$$\text{ㄹ. } y = 4\pi x^2$$

(이차함수, π 는 원주율이므로 문자가 아닌 계수로 본다.)

따라서 y 가 x 의 이차함수인 것은 $\neg, \text{ㄷ, ㄹ}$ 이다.

03 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.

$$\text{이때 } y = k^2x^2 - 3k(x^2 + 2x + 1), y = (k^2 - 3k)x^2 - 6kx - 3k$$

$$k^2 - 3k \neq 0, k(k-3) \neq 0$$

즉, $k \neq 0, k \neq 3$ 이어야 한다.

04 $f(1) = 2 + 5 - 7 = 0, f(2) = 8 + 10 - 7 = 11$ 이므로

$$f(1) + f(2) = 11$$

05 $f(-1) = -1 - a - b = 1, a + b = -2$

$$f(1) = -1 + a - b = 11, a - b = 12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 5, b = -7$

$$\text{즉, } f(x) = -x^2 + 5x + 7 \text{이므로}$$

$$f(3) = -9 + 15 + 7 = 13, f(-2) = -4 - 10 + 7 = -7$$

$$\therefore f(3) - f(-2) = 20$$

06 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a > 0$ 이어야 한

다. 즉, $a > 0$ 인 것은 $y = 3x^2, y = 5x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = x^2$ 의 4개이다.

07 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 위로 볼록하려면 $a < 0$ 이어야 하

고, 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

08 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 이

다. $y = -\frac{3}{4}x^2$ 에 $x = -2, y = k$ 를 대입하면

$$k = \left(-\frac{3}{4}\right) \times 4 = -3$$

09 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이므로 이차함수의 그래프의 식은 $y = ax^2$ 꼴이

다. $y = ax^2$ 에 $x = 2, y = -4$ 를 대입하면

$$-4 = 4a, a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y = -x^2$ 이다.

10 ① y 축 ($x=0$)을 축으로 한다.

② y 절편은 0이다.

④ a 의 절댓값이 커질수록 그래프의 폭은 좁아진다.

01 정리한 것이 y 가 x 에 대한 이차식인 것,

즉, $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ 꼴인 것을 찾는다.

이때 x^2 항의 계수만 확인하면 된다.

$$\text{③ } y = x^2 - 4 + x - x^2, y = x - 4 \text{ (일차함수)}$$

⑤ 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프이다.

11 $y = x^2$ 에 $y = 16$ 을 대입하면

$$x^2 = 16, x = \pm 4$$

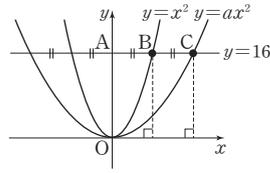
$\therefore B(4, 16)$

이때 $\overline{BC} = \overline{AB} = 4$ 이므로

$$C(8, 16)$$

따라서 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $C(8, 16)$ 을 지나므로

$$16 = 64a, a = \frac{1}{4}$$



12 $\square ABCD$ 가 정사각형이고, 점 B의 좌표가 $(-4, 0)$ 이므로

$$A(-4, 16a), C(4, 0), D(4, 16a)$$

이때 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로

$$8 = 16a, a = \frac{1}{2}$$

13 $y = -4x^2 \xrightarrow{y\text{축}} y = -4x^2 + 2$

따라서 $y = -4x^2 + 2$ 에 $x = -\frac{1}{4}, y = m$ 을 대입하면

$$m = (-4) \times \frac{1}{16} + 2 = \frac{7}{4}$$

14 꼭짓점이 $(3, 0)$ 인 이차함수의 식은 $y = a(x-3)^2$ 꼴이다.

이때 점 $(0, \frac{9}{2})$ 를 지나므로

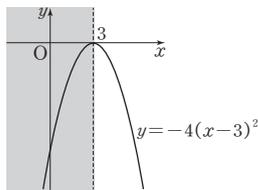
$y = a(x-3)^2$ 에 $x = 0, y = \frac{9}{2}$ 를 대입하면

$$\frac{9}{2} = 9a, a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-3)^2$$

15 이차함수 $y = -4(x-3)^2$ 의 그래프는 그림과 같다.

이때 $x < 3$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

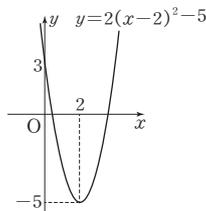


16 축의 방정식은 $x = -5$, 꼭짓점의 좌표는 $(-5, -10)$ 이다.

17 축의 방정식은 $x = 2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$ 이다.

이때 아래로 볼록하고 y 절편이 3이므로 그래프는 그림과 같다.

따라서 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.



18 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여도 x^2 의 계수 3은 변함이 없다.

19 $y = (x-1)^2 + 2 \xrightarrow{x\text{축: } m, y\text{축: } n} y = (x-m-1)^2 + 2+n$

이때 $-m-1 = 3, 2+n = -1$ 이므로

$$m = -4, n = -3$$

$$\therefore m - n = -1$$

20 $y = 3x^2 \xrightarrow{x\text{축: } 1, y\text{축: } -4} y = 3(x-1)^2 - 4$

이 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x-1)^2 - 4, y = -3(x-1)^2 + 4$$

21 꼭짓점의 좌표가 $(2, 4)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = a(x-2)^2 + 4$ 꼴이다.

$y = a(x-2)^2 + 4$ 에 $x = 0, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 4a + 4, -4a = 1, a = -\frac{1}{4}$$

즉, $a = -\frac{1}{4}, p = 2, q = 4$ 이므로

$$apq = -2$$

22 축의 방정식이 $x = 3$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + q$ 꼴이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + q$ 에 $x = 5, y = -6$ 을 대입하면

$$-6 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 + q, q = -4$$

즉, $p = -3, q = -4$ 이므로

$$p + q = -7$$

23 ① 위로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

④ 이차함수 $y = 2(x-3)^2$ 의 그래프와 폭이 같다.

⑤ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

24 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프에 대하여

(i) 아래로 볼록하므로 $a > 0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(-p, q)$ 이고, 제4사분면 위의 점이므로

$$-p > 0, q < 0$$

$$\text{즉, } p < 0, q < 0$$

(i), (ii)에 의하여 $a > 0, p < 0, q < 0$

중점공략

64-65p

1 점 C의 x좌표를 a ($a > 0$)로 놓으면

$$A(-a, 2a^2), B(-a, -a^2), C(a, -a^2), D(a, 2a^2)$$

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CD}$

이때 $\overline{BC} = 2a, \overline{CD} = 3a^2$ 이므로

$$2a = 3a^2, 3a^2 - 2a = 0, a(3a - 2) = 0, a = \frac{2}{3} (\because a > 0)$$

즉, □ABCD는 한 변의 길이가 $\overline{BC} = 2a = \frac{4}{3}$ 인 정사각형이므로

$$\text{로 } \square ABCD = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

2 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라 하면

(가)에서 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양과 폭이 같으므로 $a = -3$

(나)에서 축의 방정식은 $x = -1$ 이므로 $p = -1$

이때 구하는 이차함수의 식의 꼴은 $y = -3(x+1)^2 + q$ 임을 알 수 있다.

(다)에서 $y = -3(x+1)^2 + q$ 에 $x=1, y=-7$ 을 대입하면

$$-7 = -12 + q, q = 5$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -3(x+1)^2 + 5$ 이다.

서술형 문제

66-67p

1 이차함수 $y = ax^2 + 2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = a(x-4)^2 + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

(i) $y = a(x-4)^2 + 1$ 에 $x=5, y=-1$ 을 대입하면

$$-1 = a + 1, a = -2 \quad \dots \textcircled{2}$$

(ii) $y = -2(x-4)^2 + 1$ 에 $x=2, y=k$ 를 대입하면

$$k = -8 + 1 = -7 \quad \dots \textcircled{3}$$

(i), (ii)에 의하여 $a+k = -2 + (-7) = -9 \quad \dots \textcircled{4}$

$\therefore -9$

채점기준	배점
① 평행이동한 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
② a의 값을 바르게 구하였다.	2
③ k의 값을 바르게 구하였다.	2
④ a+k의 값을 바르게 구하였다.	1

2 꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로

구하는 이차함수의 식의 꼴은 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다. $\dots \textcircled{1}$

이때 이차함수의 그래프가 점 (0, -1)을 지나므로

$y = a(x-2)^2 + 3$ 에 $x=0, y=-1$ 을 대입하면

$$-1 = 4a + 3, -4a = 4, a = -1 \quad \dots \textcircled{2}$$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y = -(x-2)^2 + 3$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

$\therefore y = -(x-2)^2 + 3$

채점기준	배점
① 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
② a의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

68-71p

01 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때,

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0) \text{ 꼴인 것을 찾는다.}$$

① $y = 2(x+3)$ (일차함수)

② $xy = 24, y = \frac{24}{x}$ (반비례 관계)

③ $y = 60x$ (일차함수)

④ $y = x^3$ (이차함수가 아니다.)

⑤ $y = 9x^2$ (이차함수)

02 $f(1) = 0 - 4 = -4, f(-1) = 8 - 4 = 4$ 이므로

$$3f(1) + f(-1) = 3 \times (-4) + 4 = -8$$

03 $-\frac{5}{2} < -2$ 이므로 이차함수 $y = -\frac{5}{2}x^2$ 의 그래프는 위로 볼록하

고, 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

따라서 그래프로 적당한 것은 ㉠이다.

04 (i) $y = ax^2$ 에 $x=2, y=4$ 를 대입하면

$$4 = 4a, a = 1$$

(ii) $y = x^2$ 에 $x=b, y=9$ 를 대입하면

$$9 = b^2, b = -3 (\because b < 0)$$

(i), (ii)에 의하여 $a+b = -2$

05 (i) $y = 3x^2$ 에 $x=-2, y=a$ 를 대입하면

$$a = 12$$

(ii) 두 이차함수 $y = 3x^2, y = bx^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로

$$b = -3$$

(i), (ii)에 의하여 $a-b = 15$

06 ④ 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 클수록 좁아진다. 즉, $|-2| < |4|$ 이므로 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프의 폭보다 좁다.

$$07 \quad y = -5x^2 \xrightarrow{y\text{축}} y = -5x^2 + q$$

따라서 $y = -5x^2 + q$ 에 $x=1, y=3$ 을 대입하면

$$3 = -5 + q, q = 8$$

08 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x 축 위에 있으려면

$y=(x \text{에 대한 완전제곱식})$ 꼴이어야 한다.

⑤ $y=(x-3)^2$

09 $y=x^2 \xrightarrow[y\text{축: } b]{x\text{축: } a} y=(x-a)^2+b$

즉, $a=-2, b=1$ 이므로

$a+b=-1$

10 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이다.

① $(-2, 3)$ ② $(-1, -2)$

③ $(2, 2)$ ⑤ $(0, -3)$

11 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 작을 수록 넓다.

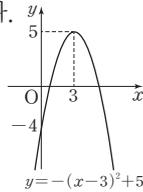
즉, $|-1/4| < |-1/3| < |1/2| < |-1| < |3|$ 이므로

그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ⑤이다.

12 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 5)$ 이다.

이때 위로 볼록하고 y 절편이 -4 이므로 그래프는 그림과 같다.

따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.



13 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$ 의 그래프를 평행이동하여도 x^2 의 계수 -1 은 변함이 없다.

14 $y=-3x^2 \xrightarrow[y\text{축: } b]{x\text{축: } a} y=-3(x-a)^2+b$

즉, $a=-2, b=-4$ 이므로

$a+b=-6$

15 $y=1/2(x+2)^2-1 \xrightarrow[\text{대칭}]{x\text{축}} y=-1/2(x+2)^2+1$

이 그래프가 점 $(k, -7)$ 을 지나므로

$y=-1/2(x+2)^2+1$ 에 $x=k, y=-7$ 을 대입하면

$-7=-1/2(k+2)^2+1, 1/2(k+2)^2=8$

$(k+2)^2=16, k+2=\pm 4, k=2$ 또는 $k=-6$

이때 $k>0$ 이므로 $k=2$

16 $y=-2x^2 \xrightarrow[y\text{축: } 2]{x\text{축: } -3} y=-2(x+3)^2+2$

이 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x+3)^2+2, y=2(x+3)^2-2$

17 ① 위로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=2$ 이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이다.

④ 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

18 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프에 대하여

(i) 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고, 제4사분면 위의 점이므로

$p>0, q<0$

(i), (ii)에 의하여 $a>0, p>0, q<0$

19 $f(-2)=-8+2a+7=-7$ 이므로 $2a=-6, a=-3$ ①

즉, $f(x)=-2x^2+3x+7$ 이므로

$f(3)=-18+9+7=-2$

즉, $b=-2$ 이므로 ②

$ab=-3 \times (-2)=6$ ③

$\therefore 6$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ ab 의 값을 바르게 구하였다.	1

20 (i) $y=-4x^2$ 에 $x=-1, y=a$ 를 대입하면

$a=-4$ ①

(ii) 두 이차함수 $y=-4x^2, y=bx^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이므로

$b=4$ ②

(i), (ii)에 의하여 $a+b=-4+4=0$ ③

$\therefore 0$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ $a+b$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

21 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-p)^2+q$ 이다. ①

즉, $p=3, q=5$ 이므로 ②

$p+q=3+5=8$ ③

$\therefore 8$

채점기준	배점
① 이차함수의 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
② p, q 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $p+q$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

22 (가)에서 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프와 모양과 폭이 같으므로

$a=3$ ①

(나)에서 축의 방정식은 $x=2$ 이므로 $p=2$ ②

이때 이차함수의 식의 꼴은 $y=3(x-2)^2+q$ 이다.

(다)에서 $y=3(x-2)^2+q$ 에 $x=3, y=-1$ 을 대입하면

$-1=3+q, q=-4$ ③

즉, $a=3, p=2, q=-4$ 이므로

$a+p+q=3+2+(-4)=1$ ④

$\therefore 1$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② p 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ q 의 값을 바르게 구하였다.	2
④ $a+p+q$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

시전 문제 2회

72-75p

01 ④ $y=3x^2-3x^2-6x, y=-6x$ (일차함수)

02 함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.

$y=x^2+4x+4-ax^2+3x, y=(1-a)x^2+7x+4$

$1-a \neq 0, a \neq 1$

$\therefore a \neq 1$ 인 모든 실수

03 $f(3)=-9+15+a=2, a=-4$

즉, $f(x)=-x^2+5x-4$ 이므로

$f(b)=-b^2+5b-4=-10, b^2-5b-6=0$

$(b+1)(b-6)=0, b=-1 (\because b < 0)$

$\therefore a+b=-5$

04 $y=-3x^2$ 에 $x=a, y=2a$ 를 대입하면

$2a=-3a^2, 3a^2+2a=0, a(3a+2)=0$

$a=-\frac{2}{3} (\because a \neq 0)$

05 (i) $y=ax^2$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면

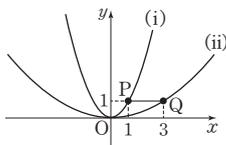
$a=1$

(ii) $y=ax^2$ 에 $x=3, y=1$ 을 대입하면

$1=9a, a=\frac{1}{9}$

(i), (ii)에 의하여 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 \overline{PQ} 와 만나려면

$\frac{1}{9} \leq a \leq 1$ 이어야 한다.



06 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이므로 \overline{PQ} 는 y 축에 의하여 이등분된다.

즉, 점 P의 x 좌표가 2이므로

$y=\frac{1}{2} \times 4=2$

07 $|\frac{1}{2}| < |a| < |-2|$, 즉 $\frac{1}{2} < |a| < 2$ 이어야 하므로

상수 a 의 값으로 적절하지 않은 것은 ① -3 이다.

08 ① 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 (라)이다.

09 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-2x^2$ 이다.

$y=-2x^2$ 에 $x=k, y=2k$ 를 대입하면

$2k=-2k^2, k^2+k=0, k(k+1)=0$

$\therefore k=-1 (\because k \neq 0)$

10 $y=-\frac{1}{2}x^2+n$ 에 $x=2, y=0$ 을 대입하면 $0=-2+n, n=2$

$y=x^2+m$ 에 $x=2, y=0$ 을 대입하면 $0=4+m, m=-4$

즉, A(0, 2), B(-2, 0), C(0, -4), D(2, 0)이므로

$\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$=\frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 12$

11 꼭짓점이 (-2, 0)인 이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2$ 꼴이다.

즉, $p=-2$

$y=a(x+2)^2$ 에 $x=0, y=-2$ 를 대입하면

$-2=4a, a=-\frac{1}{2}$

$\therefore ap=1$

12 이차함수 $y=\frac{3}{4}(x+3)^2+k$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, k)$ 이므로

$y=-2x+3$ 에 $x=-3, y=k$ 를 대입하면

$k=6+3=9$

13 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2-2 \xrightarrow[\text{y축: } n]{\text{x축: } m} y=-\frac{1}{3}(x-m-3)^2-2+n$

이때 $-m-3=1, -2+n=0$ 이므로

$m=-4, n=2$

$\therefore \frac{m}{n} = -2$

14 $y=-2x^2 \xrightarrow[\text{y축: } -4]{\text{x축: } 1} y=-2(x-1)^2-4$

이 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x-1)^2-4, y=2(x-1)^2+4$

따라서 $y=2(x-1)^2+4$ 에 $x=k, y=22$ 를 대입하면
 $22=2(k-1)^2+4, (k-1)^2=9, k=4 (\because k>0)$

15 (가), (나)에서 이차함수 $y=-2(x+1)^2-4$ 의 그래프와 폭이 같고, 아래로 볼록하므로 이차함수의 식의 꼴은 $y=2(x-p)^2+q$ 이다.

이때 (다)에서 꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로 이차함수의 식은 $y=2(x-2)^2+3$ 이다.

즉, $a=2, p=2, q=3$ 이므로
 $a+p+q=7$

16 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이고 점 (0, -1)을 지나므로
 $y=a(x-2)^2+1$ 에 $x=0, y=-1$ 을 대입하면

$$-1=4a+1, -4a=2, a=-\frac{1}{2}$$

따라서 그래프가 나타내는 이차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$$

17 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고, 제2사분면 위의 점이므로

$$p<0, q>0$$

(i), (ii)에 의하여 $a<0, p<0, q>0$

18 $y=ax^2$ 에 $x=2, y=-1$ 을 대입하면 $-1=4a, a=-\frac{1}{4}$

이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이므로

$$B(-8, -16), C(8, -16)$$

이때 $\square ABCD$ 는 $\overline{AD}=4, \overline{BC}=16$ 이고 높이가 15인 사다리꼴이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+16) \times 15 = 150$$

19 (i) $y=ax^2$ 에 $x=3, y=-6$ 을 대입하면

$$-6=9a, a=-\frac{2}{3} \quad \dots\dots ①$$

(ii) $y=-\frac{2}{3}x^2$ 에 $x=k, y=-\frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{2} = -\frac{2}{3}k^2, k^2 = \frac{9}{4}, k = \frac{3}{2} (\because k>0) \quad \dots\dots ②$$

(i), (ii)에 의하여 $ak = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{2} = -1 \quad \dots\dots ③$

$\therefore -1$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② k 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ ak 의 값을 바르게 구하였다.	1

20 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로

$$a = -\frac{1}{2} \quad \dots\dots ①$$

꼭짓점의 좌표가 $(-4, 6)$ 이므로 이차함수의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 6$$

즉, $p=-4, q=6 \quad \dots\dots ②$

$\therefore ap+q = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4) + 6 = 8 \quad \dots\dots ③$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② p, q 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $ap+q$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

21 이차함수 $y=-3(x-2)^2+q$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x-4)^2 + q - 3 \quad \dots\dots ①$$

(i) $y=-3(x-4)^2+q-3$ 에 $x=3, y=-2$ 를 대입하면

$$-2 = -3 + q - 3, q = 4 \quad \dots\dots ②$$

(ii) $y=-3(x-4)^2+1$ 에 $x=6, y=k$ 를 대입하면

$$k = -12 + 1 = -11 \quad \dots\dots ③$$

(i), (ii)에 의하여 $q-k = 4 - (-11) = 15 \quad \dots\dots ④$

$\therefore 15$

채점기준	배점
① 이차함수의 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
② q 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ k 의 값을 바르게 구하였다.	2
④ $q-k$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

22 이차함수 $y=kx^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이므로 점 D의 x 좌표를 $a (a>0)$ 로 놓으면

$$A(a, a^2), B(-a, a^2), C\left(-a, -\frac{1}{3}a^2\right), D\left(a, -\frac{1}{3}a^2\right) \quad \dots\dots ①$$

$\square ABCD$ 가 정사각형이므로 $\overline{CD} = \overline{AD}$

이때 $\overline{CD} = 2a, \overline{AD} = \frac{4}{3}a^2$ 이므로

$$2a = \frac{4}{3}a^2, 4a^2 - 6a = 0, 2a^2 - 3a = 0$$

$$a(2a-3) = 0, a = \frac{3}{2} (\because a>0) \quad \dots\dots ②$$

즉, $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 $\overline{CD} = 2a = 3$ 인 정사각형이므로 둘레의 길이는 $4 \times 3 = 12 \quad \dots\dots ③$

$\therefore 12$

채점기준	배점
① 네 점의 좌표를 a 에 대하여 각각 바르게 제시하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	4
③ 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

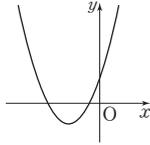
제1, 2, 3사분면을 지나는 이차함수의 그래프를 대략적으로 그리면 그림과 같다.

포물선이 아래로 볼록하므로 $-a > 0$, $a < 0$

꼭짓점이 제3사분면 위에 있어야 한다.

⇒ 점 $(-p, q)$ 가 제3사분면 위의 점이다.

즉, $-p < 0$, $q < 0$ 에서 $p > 0$, $q < 0$



02 이차함수 ax^2+bx+c 의 그래프

기출 Best

80-83p

$$01 \quad y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 10 = 3(x-2)^2 - 2$$

즉, $a=3$, $p=2$, $q=-2$ 이므로

$$a+p+q=3$$

$$02 \quad y = -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 5 = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 축의 방정식은 $x=2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$ 이다.

$$03 \quad y = x^2 - 8x + 16 - 16 + a = (x-4)^2 + a - 16$$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(4, a-16) = (b, 2)$ 이므로

$$a=18, b=4$$

$$\therefore a+b=22$$

$$04 \quad y = \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 1 = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$$

아래로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=-2$ 이므로 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

$$\therefore x < -2$$

$$05 \quad y = x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + b = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + b - \frac{9}{4}$$

이때 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, b - \frac{9}{4}\right)$ 이고, x 축 위에 있어야 하

$$\text{므로 } b - \frac{9}{4} = 0, b = \frac{9}{4}$$

06 $y=0$ 일 때의 x 의 값을 구한다.

$$x^2 - 5x + 4 = 0, (x-1)(x-4) = 0$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=4$$

즉, x 축과의 교점이 $A(1, 0)$, $B(4, 0)$ 또는 $A(4, 0)$, $B(1, 0)$

$$\text{이므로 } \overline{AB} = 3$$

$$07 \quad y = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$, y 절편이 1이고, 위로 볼록한 그래프는 ⑤이다.

08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 클수록 좁아진다.

$$\text{즉, } |1| < \left|\frac{3}{2}\right| < |-2| < |3| < |-4| \text{이므로}$$

그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ⑤이다.

$$09 \quad y = x^2 - 6x + 2 \text{에서}$$

$$y = x^2 - 6x + 9 - 9 + 2 = (x-3)^2 - 7$$

$$y = x^2 + 2x + 4 \text{에서}$$

$$y = x^2 + 2x + 1 - 1 + 4 = (x+1)^2 + 3$$

이때 꼭짓점의 좌표가 (3, -7)에서 (-1, 3)으로 이동했으므로 x 축의 방향으로 -4만큼, y 축의 방향으로 10만큼 평행이동한 것이다.

즉, $m = -4$, $n = 10$ 이므로

$$m - n = -14$$

10 $y = x^2 + 2x + 1 - 1 + 2 = (x+1)^2 + 1$

$$y = (x+1)^2 + 1 \xrightarrow[y\text{축: } -2]{x\text{축: } 3} y = (x-2)^2 - 1$$

$y = (x-2)^2 - 1$ 에 $x = -1$, $y = k$ 를 대입하면

$$k = 9 - 1 = 8$$

11 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 평행이동하면 x^2 의 계수 a 의 값은 변함이 없다.

12 $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) - 4 = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$(x-2)(x-4) = 0, x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 x 축과의 교점의 좌표는 (2, 0), (4, 0)이다.

⑤ $x < 3$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

13 (i) 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

(ii) 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$, $b < 0$

(iii) y 절편이 양수이므로 $c > 0$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이다.

14 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에 대하여

오른쪽 아래로 향하므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.

이차함수 $y = bx^2 - x + a$ 의 그래프에 대하여

(i) $b > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

(ii) $b \times (-1) < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

(iii) $a < 0$ 이므로 y 절편은 음수이다.

따라서 (i), (ii), (iii)을 모두 만족시키는 그래프는 ①이다.

15 이차방정식 $-x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$x^2 + 5x - 6 = 0, (x+6)(x-1) = 0, x = -6 \text{ 또는 } x = 1$$

즉, A(-6, 0), B(1, 0)

또, y 절편이 6이므로 C(0, 6)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC} = \frac{1}{2} \times 7 \times 6 = 21$$

16 $y = x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = (x+1)^2 - 4$

이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 에서

$$(x+3)(x-1) = 0, x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

즉, A(-3, 0)

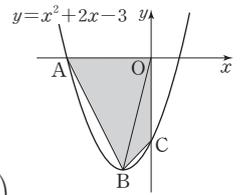
꼭짓점의 좌표는 B(-1, -4)

y 절편이 -3이므로 C(0, -3)

$$\therefore \square OABC = \triangle OAB + \triangle OBC$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) + \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right)$$

$$= \frac{15}{2}$$



17 $y = 4x^2 - 8x = 4(x^2 - 2x + 1 - 1) = 4(x-1)^2 - 4$

$$y = 4x^2 - 16x + 12$$

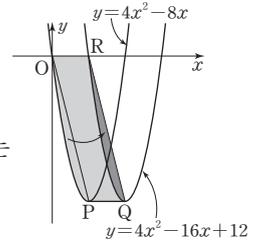
$$= 4(x^2 - 4x + 4 - 4) + 12$$

$$= 4(x-2)^2 - 4$$

즉, P(1, -4), Q(2, -4)

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 OPQR의 넓이와 같다.

$$\therefore \square OPQR = 1 \times 4 = 4$$



18 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-4)^2 - 1$ 이라 하자.

$y = a(x-4)^2 - 1$ 에 $x = 0$, $y = 15$ 를 대입하면

$$15 = 16a - 1, a = 1$$

$$\therefore y = (x-4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 15$$

19 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2 - 4$ 라 하자.

$y = a(x-1)^2 - 4$ 에 $x = 0$, $y = -3$ 을 대입하면

$$-3 = a - 4, a = 1$$

즉, $y = (x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$ 이므로

$$b = -2, c = -3$$

$$\therefore b + c - a = -6$$

20 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 + q$ 라 하자.

$y = a(x-2)^2 + q$ 에 $x = 0$, $y = 1$ 을 대입하면

$$4a + q = 1$$

$y = a(x-2)^2 + q$ 에 $x = 2$, $y = 3$ 을 대입하면

$$q = 3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -\frac{1}{2}$, $q = 3$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

21 y 절편이 5이므로 $c = 5$

$y = ax^2 + bx + 5$ 에 $x = -1$, $y = 11$ 을 대입하면

$$11 = a - b + 5, a - b = 6$$

$y = ax^2 + bx + 5$ 에 $x = 1$, $y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a + b + 5, a + b = -2$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = -4$

$$\therefore abc = -40$$

22 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$ 이라 하자.

$y=a(x+5)(x-1)$ 에 $x=0, y=5$ 를 대입하면
 $5=-5a, a=-1$
 $\therefore y=-(x+5)(x-1)=-x^2-4x+5$

기출 Best 84-87p

01 $y=-(x^2-4x+4-4)+5=-(x-2)^2+9$
 이때 $a=-1, p=2, q=9$ 이므로
 $a+p+q=10$

02 $y=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+1=\frac{1}{3}(x-3)^2-2$
 따라서 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.

03 $y=-2(x^2-4x+4-4)+a=-2(x-2)^2+a+8$
 이때 꼭짓점의 좌표가 $(2, a+8)=(b, 5)$ 이므로
 $a=-3, b=2$
 $\therefore a+b=-1$

04 $y=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+1=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$
 위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$ 이므로
 $x < 1$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $\therefore x < 1$

05 $y=2(x^2+2x+1-1)-a+3=2(x+1)^2-a+1$
 이때 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -a+1)$ 이고, x 축 위에 있어야 하므로 $-a+1=0, a=1$

06 $y=0$ 일 때의 x 의 값을 구한다.
 $\frac{1}{3}x^2-x-6=0, x^2-3x-18=0$
 $(x+3)(x-6)=0, x=-3$ 또는 $x=6$
 즉, x 축과의 교점이 $A(-3, 0), B(6, 0)$ 또는
 $A(6, 0), B(-3, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=9$

07 $y=2(x^2-2x+1-1)+1=2(x-1)^2-1$
 즉, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, y 절편이 1 이고, 아래로 볼록한 그래프는 ⑤이다.

08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 폭은 절댓값 a 의 값이 클수록 좁아진다.
 즉, $|\frac{1}{2}| < |-1| = |1| < |2| < |-3|$ 이므로
 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

09 $y=2x^2-4x+3$ 에서
 $y=2(x^2-2x+1-1)+3=2(x-1)^2+1$
 $y=2x^2-12x+3$ 에서
 $y=2(x^2-6x+9-9)+3=2(x-3)^2-15$
 이때 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 에서 $(3, -15)$ 로 이동했으므로
 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -16 만큼 평행이동한 것이다.

즉, $a=2, b=-16$ 이므로
 $a+b=-14$

10 $y=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$
 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4 \xrightarrow[y\text{축: }3]{x\text{축: }-1} y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$
 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$ 에 $x=4, y=k$ 를 대입하면
 $k=1$

11 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 평행이동하면 x^2 의 계수 a 의 값은 변함이 없다.

12 $y=3(x^2-2x+1-1)+4=3(x-1)^2+1$
 ⑤ 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$, y 절편이 4 이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

13 (i) 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$
 (ii) 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0, b < 0$
 (iii) y 절편이 양수이므로 $c > 0$
 (i), (ii), (iii)에 의하여 $a < 0, b < 0, c > 0$ 이다.

14 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프에 대하여
 오른쪽 위로 향하므로 $a > 0$,
 y 절편이 음수이므로 $-b < 0$, 즉 $b > 0$
 이차함수 $y=ax^2+bx-2$ 의 그래프에 대하여
 (i) $a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.
 (ii) $ab > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다.
 (iii) y 절편은 -2 이다.
 따라서 (i), (ii), (iii)을 모두 만족시키는 그래프는 ⑤이다.

15 y 절편이 12 이므로 $A(0, 12)$
 이차방정식 $-x^2+4x+12=0$ 에서
 $x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0, x=-2$ 또는 $x=6$
 즉, $C(6, 0)$
 $y=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+12=-\frac{1}{2}(x-2)^2+16$ 에서
 꼭짓점의 좌표가 $(2, 16)$ 이므로 $D(2, 0)$
 $\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24$

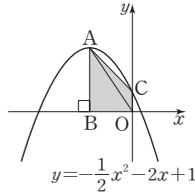
16 $y = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 1 = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 에서

$A(-2, 3), B(-2, 0)$

y 절편이 1이므로 $C(0, 1)$

$\therefore \square ABOC = \triangle ABO + \triangle AOC$

$= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3\right) + \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right)$
 $= 4$



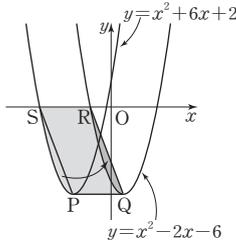
17 $y = x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7$

$y = x^2 - 2x - 6 = x^2 - 2x + 1 - 1 - 6$
 $= (x-1)^2 - 7$

즉, $P(-3, -7), Q(1, -7)$

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는
 평행사변형 PQRS의 넓이와 같다.

$\therefore \square PQRS = 4 \times 7 = 28$



18 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-3)^2 - 2$ 라 하자.

$y = a(x-3)^2 - 2$ 에 $x=1, y=0$ 을 대입하면

$0 = 4a - 2, a = \frac{1}{2}$

$\therefore y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$

19 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2 + 3$ 이라 하자.

$y = a(x-1)^2 + 3$ 에 $x=3, y=-1$ 을 대입하면

$-1 = 4a + 3, -4a = 4, a = -1$

즉, $y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b=2, c=2$

$\therefore a - b + c = -1$

20 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+4)^2 + q$ 라 하자.

$y = a(x+4)^2 + q$ 에 $x=0, y=-7$ 을 대입하면

$16a + q = -7$

$y = a(x+4)^2 + q$ 에 $x=-2, y=5$ 를 대입하면

$4a + q = 5$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, q = 9$

$\therefore y = -(x+4)^2 + 9 = -x^2 - 8x - 7$

21 y 절편이 3이므로 $c=3$

$y = ax^2 + bx + 3$ 에 $x=2, y=3$ 을 대입하면

$3 = 4a + 2b + 3, 2a + b = 0$

$y = ax^2 + bx + 3$ 에 $x=4, y=-5$ 를 대입하면

$-5 = 16a + 4b + 3, 4a + b = -2$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 2$

$\therefore a + b + c = 4$

22 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-2)(x-4)$ 라 하자.

$y = a(x-2)(x-4)$ 에 $x=6, y=8$ 을 대입하면

$8 = 8a, a = 1$

$\therefore y = (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8$

집중공략 88-91p

1 주어진 이차함수의 식을 $y = (x-p)^2 + q$ 꼴로 나타내면

$y = (x^2 + 2ax + a^2) - 2a - 1 = (x+a)^2 - 2a - 1$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-a, -2a-1)$ 이므로 제4사분면 위에
 있으려면

$(-a, -2a-1) = (+, -)$

(i) $-a > 0$ 에서 $a < 0$

(ii) $-2a-1 < 0$ 에서 $-2a < 1, a > -\frac{1}{2}$

(i), (ii)에 의하여 $-\frac{1}{2} < a < 0$

2 점 B의 좌표를 $(a, 0)$ 으로 놓으면

$A(a, -a^2 + 8a - 12)$

이차함수 $y = -x^2 + 8x - 12$ 에서

$y = -(x^2 - 8x + 16 - 16) - 12 = -(x-4)^2 + 4$

이때 두 점 B, C는 축의 방정식 $x=4$ 에 대하여 대칭이므로

$\overline{BC} = 2(4-a) = 8-2a$

(직사각형 ABCD의 둘레의 길이)

$= 2(\overline{AB} + \overline{BC})$

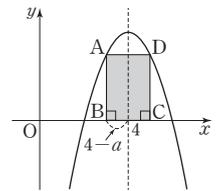
$= 2(-a^2 + 8a - 12 + 8 - 2a)$

$= -2a^2 + 12a - 8$

즉, $-2a^2 + 12a - 8 = 10, a^2 - 6a + 9 = 0$

$(a-3)^2 = 0, a = 3$

$\therefore A(3, 3)$



3 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가

제 1, 3, 4사분면을 지나므로 그림과 같다.

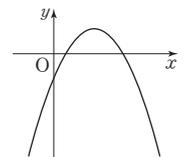
(i) 그래프의 모양이 위로 볼록이므로 $a < 0$

(ii) 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로

$ab < 0, \text{ 즉 } b > 0$

(iii) y 절편이 음수이므로 $-c < 0, \text{ 즉 } c > 0$

이때 이차함수 $y = cx^2 - bx - a$ 의 그래프는 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록, $-bc < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽, $-a > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 ①의 그래프이다.



4 꼭짓점의 좌표가 $(1, 18)$ 이므로 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

이때 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x 절편이 $-2, 4$ 임을 알 수 있다.

이차함수의 식을 $y = a(x+2)(x-4)$ 라 하자.

$y=a(x+2)(x-4)$ 에 $x=1, y=18$ 을 대입하면
 $18=-9a, a=-2$
 즉, $y=-2(x+2)(x-4)=-2x^2+4x+16$ 이므로
 $b=4, c=16$
 $\therefore -a-b+c=14$

서술형 문제 92-95p

- 1 (1) 이차함수 $y=-2x^2-4x+1$ 에서
 $y=-2(x^2+2x+1-1)+1=-2(x+1)^2+3$ ①
 즉, 이차함수 $y=-2(x+1)^2+3$ 의 그래프는 이차함수
 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다. ②
 $\therefore x$ 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼
 (2) 축의 방정식은 $x=-1$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$ 이
 다. ③
 \therefore 축의 방정식: $x=-1$, 꼭짓점: $(-1, 3)$

채점기준	배점
① $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② 평행이동의 방법을 바르게 제시하였다.	2
③ 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	2

- 2 이차함수 $y=-2x^2-12x-5$ 에서
 $y=-2(x^2+6x+9-9)-5=-2(x+3)^2+13$ ①
 이때 이차함수 $y=-2(x+3)^2+13$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 이차함수의 그
 래프의 식은
 $y=-2(x-2+3)^2+13-4=-2(x+1)^2+9$
 $=-2x^2-4x+7$ ②
 즉, $a=-2, b=-4, c=7$ 이므로 ③
 $ab-c=-2 \times (-4) - 7 = 1$ ④
 $\therefore 1$

채점기준	배점
① $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② 평행이동한 이차함수의 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
③ a, b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
④ $ab-c$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 3 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 에 $x=-2, y=a$ 를 대입하면
 $a=-\frac{1}{2} \times 4 = -2$ ①
 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 에 $x=b, y=-8$ 을 대입하면
 $-8=-\frac{1}{2}b^2, b=4$ ($\because b>0$) ②

두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면
 $\triangle OAB = \square ABDC - \triangle OCA - \triangle OBD$
 $= \frac{1}{2} \times (2+8) \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$
 $= 12$ ③

$\therefore 12$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ $\triangle OAB$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	3

- 4 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y=a(x+1)^2-3$ 이라 하자.
 $y=a(x+1)^2-3$ 에 $x=0, y=-5$ 를 대입하면
 $-5=a-3, a=-2$ ①
 이때 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2-3$ 이다.
 즉, $y=-2x^2-4x-5$ 이므로
 $b=-4, c=-5$ ②
 $\therefore abc=-2 \times (-4) \times (-5) = -40$ ③

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
③ abc 의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 1회 96-99p

- 01 $y=-2(x^2-6x+9-9)-16=-2(x-3)^2+2$
 즉, $a=-2, p=3, q=2$ 이므로
 $a-p-q=-7$
- 02 $y=-(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4})+\frac{3}{4}=-(x+\frac{1}{2})^2+1$
 따라서 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$,
 꼭짓점의 좌표는 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 이다.
- 03 $y=x^2+ax+1$ 에 $x=1, y=-2$ 를 대입하면
 $-2=1+a+1, a=-4$
 처음 이차함수의 식은 $y=x^2-4x+1$ 이므로
 $y=x^2-4x+4-4+1=(x-2)^2-3$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
- 04 $y=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+2k=\frac{1}{2}(x+1)^2+2k-\frac{1}{2}$
 이때 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2k-\frac{1}{2})$ 이고, 제3사분면 위에 있
 으려면

$$\left(-1, 2k - \frac{1}{2}\right) = (-, -), \text{ 즉 } 2k - \frac{1}{2} < 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore k < \frac{1}{4}$$

05 $y = x^2 + 4x + 4 - 4 + a - 3 = (x+2)^2 + a - 7$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-2, a-7)$ 이고, x 축에 접하려면 $a-7=0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = 7$$

06 $y = -2x^2 + ax + 10$ 에 $x = -1, y = 0$ 을 대입하면

$$0 = -2 - a + 10, a = 8$$

$y = -2x^2 + 8x + 10$ 에서 $y = 0$ 일 때의 x 의 값을 구한다.

$$-2x^2 + 8x + 10 = 0, x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0, x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

즉, $A(-1, 0), B(5, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 6$

07 $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x+1)^2 + 1$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$, y 절편이 3이고, 아래로 볼록한 그래프이어야 하므로 적당한 것은 ㉓이다.

08 $y = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x-2)^2 + 3$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$, y 절편이 -5 이고, 위로 볼록한 포물선이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

09 $y = -2x^2 + 4x - 5$ 에서

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 = -2(x-1)^2 - 3$$

$$y = -2x^2 + 12x - 10 \text{에서}$$

$$y = -2(x^2 - 6x + 9 - 9) - 10 = -2(x-3)^2 + 8$$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 에서 $(3, 8)$ 로 이동했으므로 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 11만큼 평행이동한 것이다.

즉, $p = 2, q = 11$ 이므로

$$p + q = 13$$

10 $y = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) - 2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{13}{2}$

㉔ 꼭짓점의 좌표가 $\left(3, -\frac{13}{2}\right)$, y 절편이 -2 이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 모든 사분면을 지난다.

11 (i) 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$

(ii) 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0, b > 0$

(iii) y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉑ $a - b + c = a + (-b) + c < 0$

㉒ $a + b + c$ 의 부호는 판단할 수 없다.

12 $x^2 + 6x - 7 = 0, (x+7)(x-1) = 0$

$$x = -7 \text{ 또는 } x = 1$$

즉, $A(-7, 0)$

y 절편이 -7 이므로 $B(0, -7)$

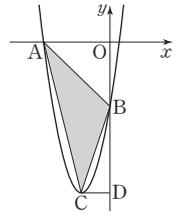
$$y = x^2 + 6x + 9 - 9 - 7 = (x+3)^2 - 16$$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $C(-3, -16)$

$$\therefore \triangle ABC = \square OACD - \triangle OAB - \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times (7+3) \times 16 - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times 9 \times 3$$

$$= 42$$



13 점 A의 좌표를 $(a, 0)$ 으로 놓으면

$$B(a, a^2 - 4a)$$

$$y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \text{이므로 축의 방정식}$$

식은 $x = 2$ 이고, 두 점 A, D는 축의 방정식

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로

$$\overline{AD} = 2(2-a) = 4-2a$$

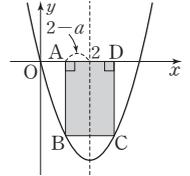
이때 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 10이고 $\overline{AB} = -a^2 + 4a$

이므로

$$2\{(-a^2 + 4a) + (4-2a)\} = 10, a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a-1)^2 = 0, a = 1$$

따라서 점 B의 좌표는 $(1, -3)$ 이다.



14 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이므로

구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2 + 1$ 이라 하자.

$y = a(x-1)^2 + 1$ 에 $x = 0, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a + 1, a = 2$$

$$\therefore y = 2(x-1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$$

15 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 + q$ 라 하자.

(i) $y = a(x-2)^2 + q$ 에 $x = 0, y = 5$ 를 대입하면

$$4a + q = 5$$

(ii) $y = a(x-2)^2 + q$ 에 $x = 3, y = -4$ 를 대입하면

$$a + q = -4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 3, q = -7$

$$\therefore y = 3(x-2)^2 - 7 = 3x^2 - 12x + 5$$

16 이차함수의 식을 $y = a(x+4)(x-2)$ 라 하자.

$y = a(x+4)(x-2)$ 에 $x = 0, y = -4$ 를 대입하면

$$-4 = -8a, a = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉, } y = \frac{1}{2}(x+4)(x-2)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1 - 9) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{9}{2}$$

이때 꼭짓점의 좌표가 $\left(-1, -\frac{9}{2}\right)$ 이므로 $p = -1, q = -\frac{9}{2}$

$$\therefore p - q = \frac{7}{2}$$

17 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 로 놓으면
 (가) $y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1$ 이므로 $p=-1$
 (나) 꼭이 같고, 위로 볼록한 포물선이므로 $a=-2$
 (다) $y=-2(x+1)^2+q$ 에 $x=0, y=2$ 를 대입하면
 $2=-2+q, q=4$
 $\therefore y=-2(x+1)^2+4=-2x^2-4x+2$

18 $y=36$ 일 때의 x 의 값을 구한다.
 $36=30x-6x^2, x^2-5x+6=0$
 $(x-2)(x-3)=0, x=2$ 또는 $x=3$
 즉, 처음으로 공의 높이가 36 m가 되는 것은 2초 후이고, 다시
 1초 후에 36 m가 된다.
 \therefore 1초 후

19 (1) $y=2x^2-8x+1$ 에서
 $y=2(x^2-4x+4-4)+1=2(x-2)^2-7$ ①
 $\therefore y=2(x-2)^2-7$
 (2) 꼭짓점의 좌표는 $(2, -7)$ 이다. ②
 $\therefore (2, -7)$
 (3) 축의 방정식은 $x=2$ 이다. ③
 $\therefore x=2$

채점기준	배점
① $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
② 꼭짓점의 좌표를 바르게 구하였다.	1
③ 축의 방정식을 바르게 구하였다.	1

20 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 에서
 (i) y 절편이 6이므로 $A(0, 6)$ ①
 (ii) 이차방정식 $-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0$ 에서
 $x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$
 $x=-2$ 또는 $x=6$
 즉, $B(-2, 0), C(6, 0)$ ②
 $\therefore A(0, 6), B(-2, 0), C(6, 0)$
 (2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AO} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ③
 $\therefore 24$

채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
② 점 B, C의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	4
③ $\triangle ABC$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	2

21 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로
 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-2$ 라 하자.
 $y=a(x-1)^2-2$ 에 $x=2, y=2$ 를 대입하면
 $2=a-2, a=4$ ①

이때 $y=4(x-1)^2-2=4x^2-8x+2$ 이므로
 $b=-8, c=2$ ②
 $\therefore a-b-c=4-(-8)-2=10$ ③

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
③ $a-b-c$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

22 x 절편이 $-1, 5$ 이므로
 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$ 라 하자. ①
 $y=a(x+1)(x-5)$ 에 $x=0, y=15$ 를 대입하면
 $15=-5a, a=-3$ ②
 즉, $y=-3(x+1)(x-5)=-3x^2+12x+15$ ③
 $\therefore y=-3x^2+12x+15$

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2

실전 문제 2회 100-103p

01 $y=3x^2+6x-4=3(x^2+2x)-4$
 $=3(x^2+2x+1-1)-4$
 $=3(x+1)^2-7$
 $\therefore \ominus: 3, \textcircled{L}: 2, \textcircled{R}: 1, \textcircled{O}: -7$

02 $y=x^2-2ax+b$ 에 $(1, 4)$ 를 대입하면
 $4=1-2a+b, b=2a+3$ ①
 $y=x^2-2ax+a^2-a^2+b=(x-a)^2-a^2+b$
 즉, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a^2+b)$ 이므로
 $y=-2x+7$ 에 $x=a, y=-a^2+b$ 를 대입하면
 $-a^2+b=-2a+7, -a^2+2a+3=-2a+7 (\because \textcircled{1})$
 $a^2-4a+4=0, (a-2)^2=0, a=2$ (중근)
 $a=2$ 를 ①에 대입하면 $b=7$
 $\therefore a+b=9$

03 $y=-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x+1-1)-1=-2(x-1)^2+1$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 즉, $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이
 므로
 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+1=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}$

이때 $a=1, b=\frac{1}{2}$ 이므로 $a-b=\frac{1}{2}$

04 $y=\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+1=\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{2}{3}$

아래로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=-1$ 이므로 $x>-1$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $\therefore x>-1$

05 $y=x^2-4x+4-4+a=(x-2)^2+a-4$ ㉠

축의 방정식이 $x=2$ 이고, $\overline{AB}=6$ 이므로 $A(-1, 0), B(5, 0)$
 이때 $y=(x+1)(x-5)=x^2-4x-5$ 이므로 $a=-5$
 즉, ㉠에서 꼭짓점의 좌표는 $(2, a-4)=(2, -9)$ 이다.

06 이차함수 $y=-2x^2+x-3a$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $-2x^2+x-3a=0$ 이 서로 다른 두 근을 가져야 한다.

즉, $b^2-4ac>0$ 이어야 하므로 $1^2-4 \times (-2) \times (-3a)>0, 1-24a>0, -24a>-1$
 $\therefore a<\frac{1}{24}$

07 $y=3(x^2-4x+4-4)+5=3(x-2)^2-7$
 $y=3(x-2)^2-7 \xrightarrow{\substack{x\text{축: } p \\ y\text{축: } q}} y=3(x-p-2)^2-7+q$

$y=3(x-p-2)^2-7+q \xrightarrow{\text{대칭}} y=-3(x-p-2)^2+7-q$
 즉, $a=-3$ 이므로 $y=-3(x^2+2x+1-1)+2=-3(x+1)^2+5$
 이때 $-p-2=1, 7-q=5$ 이므로 $p=-3, q=2$
 $\therefore a+p+q=-4$

08 $y=-2(x^2+2x+1-1)+2=-2(x+1)^2+4$

ㄱ. 위로 볼록한 포물선이다.
 ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

09 $f(1)=a+b+c=0, f(-1)=a-b+c>0$

$f(-2)=4a-2b+c>0$
 (i) 위로 볼록하므로 $a<0$
 (ii) 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0, b<0$
 (iii) y 절편이 양수이므로 $c>0$
 ③ $abc>0$ ④ $a+b-c<0$

10 위로 볼록하므로 $a<0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab<0, b<0$
 y 절편이 양수이므로 $-c>0, c<0$

이때 이차함수 $y=cx^2-bx-a$ 의 그래프는 $c<0$ 이므로 위로 볼록하고, 축은 $-bc<0$ 이므로 y 축의 오른쪽에, y 절편은 $-a>0$ 이므로 양수이다.

즉, 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

11 $y=-(x^2-2x+1-1)+3=-(x-1)^2+4$

이차방정식 $-x^2+2x+3=0$ 에서 $x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0, x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $A(1, 4), B(-1, 0), C(3, 0)$
 이때 직선 $y=ax+b$ 가 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 \overline{AC} 의 중점 $(2, 2)$ 를 지나야 하므로

$$a=\frac{2-0}{2-(-1)}=\frac{2}{3}$$

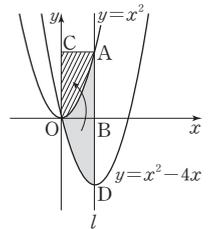
$y=\frac{2}{3}x+b$ 에 $x=-1, y=0$ 을 대입하면

$$0=-\frac{2}{3}+b, b=\frac{2}{3}$$

$$\therefore a+b=\frac{4}{3}$$

12 $y=x^2-4x=x^2-4x+4-4=(x-2)^2-4$

즉, 직선 l 은 $x=2$ 이므로 그림과 같이 직선 l 과 두 이차함수의 그래프의 교점을 각각 A, D라 하면 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 OBAC의 넓이와 같다.



이때 $A(2, 4)$ 이므로 $\square OBAC=2 \times 4=8$

13 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2-3$ 이라 하자.

$y=a(x+1)^2-3$ 에 $x=0, y=-1$ 을 대입하면 $-1=a-3, a=2$
 즉, $y=2(x+1)^2-3=2x^2+4x-1$ 이므로 $b=4, c=-1$
 $\therefore a+b+c=5$

14 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$ 라 하자.

$y=a(x-1)^2+q$ 에 $x=0, y=3$ 을 대입하면 $a+q=3$
 $y=a(x-1)^2+q$ 에 $x=3, y=0$ 을 대입하면 $4a+q=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, q=4$
 즉, $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$ 이므로 $b=2, c=3$
 $\therefore -a+b+c=6$

15 y 절편이 2이므로 $c=2$

$y=ax^2+bx+2$ 에 $x=1, y=-1$ 을 대입하면 $-1=a+b+2, a+b=-3$
 $y=ax^2+bx+2$ 에 $x=-1, y=3$ 을 대입하면

$$3 = a - b + 2, a - b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = -2$

$$\therefore abc = 4$$

- 16 점 O를 좌표평면 위의 원점이라 하면 포물선 모양의 레일의 그래프는 꼭짓점이 (0, 5)이고, 점 (4, 7)을 지나는 포물선과 같다. 포물선 모양의 레일의 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + 5$ 라 하자.

$$y = ax^2 + 5 \text{에 } x=4, y=7 \text{을 대입하면 } 7 = 16a + 5, a = \frac{1}{8}$$

$$\text{이때 } y = \frac{1}{8}x^2 + 5 \text{에 } x=8, y=h \text{를 대입하면 } h = 13$$

$$\therefore 13 \text{ m}$$

- 17 $x=2$ 일 때의 y 의 값을 구한다.

$$y = -5x^2 + 60x \text{에 } x=2 \text{를 대입하면}$$

$$y = -20 + 120 = 100$$

즉, 로켓을 쏘아 올린 지 2초 후의 높이는 100 m이다.

- 18 (1) 이차함수 $y = x^2 + 2ax - a + 2$ 에서

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - a^2 - a + 2$$

$$= (x+a)^2 - a^2 - a + 2 \quad \dots\dots ①$$

$$\therefore y = (x+a)^2 - a^2 - a + 2$$

- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(-a, -a^2 - a + 2)$ 이다. $\dots\dots ②$

$$\therefore (-a, -a^2 - a + 2)$$

- (3) $y = 2x$ 에 $x = -a, y = -a^2 - a + 2$ 를 대입하면

$$-a^2 - a + 2 = -2a, a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a+1)(a-2) = 0, a = -1 \text{ 또는 } a = 2 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore -1, 2$$

채점기준	배점
① $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
② 꼭짓점을 a 에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	1
③ 상수 a 의 값을 바르게 구하였다.	3

- 19 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 13$ 에서

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 13 = -2(x+2)^2 - 5 \quad \dots\dots ①$$

이차함수 $y = -2(x+2)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y = 2(x+2)^2 + 5$ $\dots\dots ②$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$ 이므로

그림과 같은 포물선의 꼭짓점이 $(-4, 2)$ 로 이동하려면

x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동해야 한다.

$$\text{즉, } a = -2, b = -3 \quad \dots\dots ③$$

$$a + b = -5 \quad \dots\dots ④$$

$$\therefore -5$$

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
③ a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
④ $a+b$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 20 점 A는 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$A\left(a, \frac{4}{3}a^2\right) \quad \dots\dots ①$$

이때 $\triangle AOB$ 의 넓이가 18이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{4}{3}a^2 = 18$$

$$8a^2 = 18, a^2 = \frac{9}{4}, a = \frac{3}{2} (\because a > 0) \quad \dots\dots ②$$

$$\text{즉, } A\left(a, \frac{4}{3}a^2\right) = A\left(\frac{3}{2}, 3\right) \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 a 에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	1
② a 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2

- 21 주어진 세 점을 지나는 그래프의 식을 $y = ax^2 + bx - 3$ 이라 하자.

(i) $y = ax^2 + bx - 3$ 에 $x=2, y=-3$ 을 대입하면

$$-3 = 4a + 2b - 3, 2a + b = 0$$

(ii) $y = ax^2 + bx - 3$ 에 $x=-2, y=5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 2b - 3, 2a - b = 4$$

(i), (ii)의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-2$

즉, 세 점을 지나는 이차함수의 식은 $y = x^2 - 2x - 3$ 이다.

$$\dots\dots ①$$

이때 $y = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $A(1, -4)$ $\dots\dots ②$

또, 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에서

$$(x+1)(x-3) = 0, x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

즉, $B(-1, 0), C(3, 0)$ 또는 $B(3, 0), C(-1, 0)$ $\dots\dots ③$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \quad \dots\dots ④$$

채점기준	배점
① 세 점을 지나는 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	4
② 꼭짓점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
③ 점 B, C의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	2
④ $\triangle ABC$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	1



이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 B(3, 2)를 지나는 경우

$$2=9a, a=\frac{2}{9}$$

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 D(1, 5)를 지나는 경우

$$a=5$$

이때 직사각형 ABCD의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{2}{9} < a < 5 \text{ 이어야 한다.}$$

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)
 꼴인 것을 찾는다.

- ① 이차식
- ② $x-4=0$ (일차방정식)
- ③ 이차방정식
- ④ $-x^3+3x^2-4x+1=0$ (이차방정식이 아니다.)
- ⑤ $x^2-1=x^2+2x+3, -2x-4=0$ (일차방정식)

02 [] 안의 수를 x 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

- ① $9+9=18 \neq 0$
- ② $4 \times 4 - 2 = 14 \neq 0$
- ③ $0-0+1=1 \neq 0$
- ④ $9-6-3=0$
- ⑤ $3-1-1=1 \neq 0$

03 $x^2+4x-1=0$ 에 $x=p$ 를 대입하면

$$p^2+4p-1=0, p^2+4p=1$$

$$\therefore p^2+4p+2=3$$

04 $2a+5=\left(\frac{-6}{2}\right)^2, 2a+5=9, 2a=4, a=2$

이때 이차방정식 $x^2-6x+9=0$ 의 근은

$$(x-3)^2=0, x=3 \text{ (중근)}$$

즉, $m=3$ 이므로 $a+m=5$

05 이차방정식 $3(x-2)^2=18$ 에서

$$(x-2)^2=6, x-2=\pm\sqrt{6}, x=2\pm\sqrt{6}$$

즉, $a=2, b=6$ 이므로

$$a+b=8$$

06 $x^2+6x=4, x^2+6x+9=13, (x+3)^2=13$

즉, $p=3, q=13$ 이므로

$$p+q=16$$

07 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

08 양변에 6을 곱하면

$$3(x+1)(x-3)=2x(x+2), 3x^2-6x-9=2x^2+4x$$

$$x^2-10x-9=0$$

이때 근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - (-9)}}{1} = 5 \pm \sqrt{34}$$

09 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $b^2-4ac<0$ 인 것을 찾는다.

- ① $(-1)^2-4\times 2\times (-1)=9>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ② $3^2-4\times 1\times (-6)=33>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ③ $6^2-4\times 9\times 1=0 \Rightarrow$ 중근
- ④ $0^2-4\times 1\times (-10)=40>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
- ⑤ $(-3)^2-4\times 2\times 2=-7<0 \Rightarrow$ 근이 없다.

10 조건에 맞는 이차방정식은 $2(x+4)(x-5)=0$ 이다.

$$2(x^2-x-20)=0, 2x^2-2x-40=0$$

즉, $a=2, b=-2, c=-40$ 이므로

$$a+b-c=40$$

11 $-5t^2+40t+100=160, t^2-8t+12=0$

$$(t-2)(t-6)=0, t=2 \text{ 또는 } t=6$$

따라서 공의 높이가 처음으로 160m가 되는 순간은 공을 던져 올린 지 2초 후이다.

12 함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 이차함수가 되려면 $a\neq 0$ 이어야 한다.

$$y=3x^2-5x-3kx+kx^2=(k+3)x^2-(3k+5)x$$

즉, $k+3\neq 0, k\neq -3$

13 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

즉, 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례대로 나열하면 (가), (다), (라), (나)이다.

\therefore (가), (다), (라), (나)

14 꼭짓점의 좌표는 다음과 같다.

- ① (0, 0): 원점
- ② (0, 3): y 축 위의 점
- ③ (3, 0): x 축 위의 점
- ④ (-3, 2): 제2사분면
- ⑤ (2, 1): 제1사분면

15 $y=2(x-1)^2-3 \xrightarrow[y\text{축: } 4]{x\text{축: } -3} y=2(x+3-1)^2-3+4$

즉, $y=2(x+2)^2+1$ 에 $x=a, y=1$ 을 대입하면

$$1=2(a+2)^2+1, (a+2)^2=0, a=-2$$

16 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고, 제1사분면 위의 점이므로

$$p>0, q>0$$

(i), (ii)에 의하여 $a<0, p>0, q>0$

17 $y=x^2-6x+a$ 에 $x=2, y=-5$ 를 대입하면

$$-5=4-12+a, a=3$$

이차함수 $y=x^2-6x+3$ 에서

$$y=x^2-6x+9-9+3=(x-3)^2-6$$

즉, 꼭짓점의 좌표는 (3, -6)이다.

18 $y=-x^2-4x+4$ 에서

$$y=-(x^2+4x+4-4)+4=-(x+2)^2+8$$

$y=-x^2-2x+12$ 에서

$$y=-(x^2+2x+1-1)+12=-(x+1)^2+13$$

이때 꼭짓점의 좌표가 (-2, 8)에서 (-1, 13)으로 이동한 것과 같으므로 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행 이동한 것이다.

즉, $a=1, b=5$ 이므로

$$a+b=6$$

19 $y=-(x^2-6x+9-9)-7=-(x-3)^2+2$

⑤ 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

20 (i) y 절편이 12이므로 C(0, 12)

(ii) 이차방정식 $-x^2-4x+12=0$ 에서

$$x^2+4x-12=0, (x+6)(x-2)=0$$

$$x=-6 \text{ 또는 } x=2$$

즉, A(-6, 0), B(2, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

21 (1) $x^2-ax+3=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$9-3a+3=0, -3a=-12, a=4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore 4$$

(2) 처음 이차방정식이 $x^2-4x+3=0$ 이므로

$$(x-1)(x-3)=0, x=1 \text{ 또는 } x=3$$

즉, 다른 한 근은 $x=1$ 이다. $\dots \textcircled{2}$

$$\therefore x=1$$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② 다른 한 근을 바르게 구하였다.	3

22 (1) $(-5)^2-4\times 6\times a\geq 0$ 이어야 하므로 $\dots \textcircled{1}$

$$25-24a\geq 0, -24a\geq -25, a\leq \frac{25}{24} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore a\leq \frac{25}{24}$$

(2) $a\leq \frac{25}{24}$ 이고 a 가 자연수이므로 $a=1$ $\dots \textcircled{3}$

이때 처음 이차방정식은 $6x^2-5x+1=0$ 이므로

$$(2x-1)(3x-1)=0, x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3} \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

채점기준	배점
① 해를 가지기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	1
② a의 값의 범위를 바르게 구하였다.	2
③ 자연수 a의 값을 바르게 구하였다.	1
④ 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

23 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 것을 x초 후로 놓으면 x초 후의 가로 길이는 (8+2x) cm, 세로 길이는 (12-x) cm이므로 그 넓이는

$$(8+2x)(12-x)=96 \quad \dots\dots ①$$

$$-2x^2+16x=0, x^2-8x=0$$

$$x(x-8)=0, x=8 (\because 0 < x < 12) \quad \dots\dots ②$$

즉, 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 것은 8초 후이다. \dots\dots ③

\therefore 8초 후

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 문제의 조건에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

24 원점을 꼭짓점으로 하므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라 하자.

$y=ax^2$ 에 $x=-2, y=8$ 을 대입하면

$$8=4a, a=2$$

$$\therefore y=2x^2 \quad \dots\dots ①$$

이때 $y=2x^2$ 에 $x=3, y=k$ 를 대입하면

$$k=2 \times 9=18 \quad \dots\dots ②$$

\therefore 18

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	3
② k의 값을 바르게 구하였다.	2

25 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$ 라 하자. \dots\dots ①

$y=a(x-2)^2+q$ 에 $x=4, y=-3$ 을 대입하면

$$-3=4a+q \quad \dots\dots ㉠$$

$y=a(x-2)^2+q$ 에 $x=-2, y=3$ 을 대입하면

$$3=16a+q \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}, q=-5$ \dots\dots ②

이때 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5=\frac{1}{2}x^2-2x-3$ 에서

$$b=-2, c=-3 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore abc=\frac{1}{2} \times (-2) \times (-3)=3 \quad \dots\dots ④$$

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
② a, q의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
③ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
④ abc의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 모의고사 · 2회

110-113p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 꼴이어야 한다.

$$3x^2-6x+8=ax^2+2x, (3-a)x^2-8x+8=0$$

이때 x에 대한 이차방정식이 되려면 $3-a \neq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \neq 3$$

02 $x^2-2x-15=0, (x+3)(x-5)=0$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=5$$

03 정리한 식이 $a(x+b)^2=0$ ($a \neq 0$) 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① $(x-1)^2=0$ ② $(x+3)^2=0$
- ③ $(x-5)^2=0$ ④ $(2x+3)^2=0$

04 $x^2-6x+2=0, x^2-6x=-2$

$$x^2-6x+9=-2+9$$

$$(x-3)^2=7$$

$$x-3=\pm\sqrt{7}$$

$$\therefore x=3\pm\sqrt{7}$$

05 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2A}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{9-2A}}{2}$$

이때 $9-2A=11, B=3$ 에서 $A=-1, B=3$ 이므로

$$A+B=2$$

06 공통부분 $2x+1$ 을 A로 치환하면

$$A^2-2A-35=0, (A+5)(A-7)=0$$

$A=2x+1$ 을 대입하면

$$(2x+6)(2x-6)=0, 4(x+3)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=3$$

07 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-4ac > 0$ 이어야 한다.

$$(-5)^2-4 \times 3 \times k > 0, 25-12k > 0$$

$$-12k > -25, k < \frac{25}{12}$$

이때 자연수 k 는 1, 2의 2개이다.

08 (i) 주영이는 상수항을 바르게 보았으므로

$$(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -24 이다.

(ii) 현수는 x 의 계수를 바르게 보았으므로

$$(x+5)(x-3)=x^2+2x-15$$

즉, 처음 이차방정식의 x 의 계수는 2 이다.

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$ 이므로

$$(x+6)(x-4)=0$$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$

09 $\frac{1}{2}n(n-3)=135, n^2-3n=270$

$$n^2-3n-270=0, (n+15)(n-18)=0$$

$$n=18 (\because n>3)$$

즉, 대각선의 개수가 135인 다각형은 십팔각형이다.

10 한 개의 작은 직사각형의 넓이가 15이므로 작은 직사각형의 가

로의 길이를 x 로 놓으면, 세로의 길이는 $\frac{15}{x}$ 이다.

이때 $\overline{AB}=x+\frac{15}{x}, \overline{AD}=5x$ 이므로

$$\square ABCD=5x\left(x+\frac{15}{x}\right)=5x^2+75=120$$

$$x^2=9, x=3 (\because x>0)$$

즉, $\overline{AB}=8, \overline{BC}=15$ 이므로 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$2(8+15)=46$$

11 ① $y=\frac{1}{2}x(x-3)$ (이차함수)

② $y=2\pi x$ (일차함수)

③ $y=6x^2$ (이차함수)

④ $y=(x+1)(x-3)$ (이차함수)

⑤ $y=9x^2$ (이차함수)

12 $f(-1)=2-4-1=-3, f(1)=2+4-1=5$

$$\therefore f(-1)+f(1)=2$$

13 $\overline{BC}=3\overline{AC}$ 이고, $\overline{AC}=3$ 이므로 점 B의 x 좌표는 9이다.

이때 A(3, 9)이므로 B(9, 9)

즉, $y=kx^2$ 에 $x=9, y=9$ 를 대입하면

$$9=81k, k=\frac{1}{9}$$

14 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y=-3x^2, y=3x^2$$

15 조건 (가)에 의하여 이차함수의 식은 $y=ax^2$ 꼴이다.

조건 (나)에서 아래로 볼록한 포물선임을 알 수 있으므로 $a>0$ 이다.

조건 (다)에서 $|a|>\frac{5}{2}$ 이어야 한다.

즉, ⑤가 가장 알맞은 이차함수의 식이다.

16 $y=ax^2-\frac{x^2}{2}, y=a(x-2)^2$

이때 $y=a(x-2)^2$ 에 $x=4, y=2$ 를 대입하면

$$2=4a, a=\frac{1}{2}$$

17 $y=-2(x^2-6x+9-9)-16=-2(x-3)^2+2$

즉, $a=-2, p=3, q=2$ 이므로 $a+p+q=3$

18 이차방정식 $x^2-8x+a=0$ 의 해가 서로 다른 두 근을 가져야 하므로

$$(-4)^2-a>0, 16-a>0, a<16$$

19 $y=x^2-2x+1-1-3=(x-1)^2-4$

즉, 꼭짓점의 좌표가 (1, -4)이고, 아래로 볼록한 포물선이며 y 절편이 -3 인 그래프는 ③이다.

20 ① 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0, b>0$

③ $f(1)>0$ 이므로 $a+b+c>0$

④ $f(-2)<0$ 이므로 $4a-2b+c<0$

⑤ $f\left(\frac{1}{3}\right)>0$ 이므로 $\frac{1}{9}a+\frac{1}{3}b+c=\frac{1}{9}(a+3b+9c)>0$

즉, $a+3b+9c>0$

21 $x^2-ax-4+a=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면

$$16-4a-4+a=0, -3a=-12, a=4 \dots\dots ①$$

이때 처음 이차방정식은 $x^2-4x=0$ 이므로

$$x(x-4)=0, x=0 \text{ 또는 } x=4$$

즉, $b=0$ 이므로 $\dots\dots ②$

$$a+b=4+0=4 \dots\dots ③$$

$\therefore 4$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ $a+b$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

22 이차방정식 $x^2+3x-4=0$ 에서

$$(x+4)(x-1)=0, x=-4 \text{ 또는 } x=1 \dots\dots ①$$

이차방정식 $0.5x^2-0.4x-0.1=0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x^2 - 4x - 1 = 0, (5x+1)(x-1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

즉, 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=1$ 이다. $\dots\dots \textcircled{3}$

$$\therefore x = 1$$

채점기준	배점
① 첫 번째 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2
② 두 번째 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	3
③ 두 이차방정식의 공통인 해를 바르게 제시하였다.	1

23 (1) 동생의 나이는 $(x-3)$ 살이므로

$$x^2 = 2(x-3)^2 - 7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\therefore x^2 = 2(x-3)^2 - 7$$

(2) 이차방정식 $x^2 = 2(x-3)^2 - 7$ 에서

$$x^2 = 2x^2 - 12x + 18 - 7, x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$(x-1)(x-11) = 0, x = 11 (\because x > 3) \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 형의 나이는 11살, 동생의 나이는 8살이다. $\dots\dots \textcircled{3}$

\therefore 형의 나이: 11살, 동생의 나이: 8살

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 형의 나이와 동생의 나이를 각각 바르게 구하였다.	1

24 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 이차함수의 그래프의 식은

$$y = (x+2)^2 - 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$y = (x+2)^2 - 3$ 에 $x=k, y=-2$ 를 대입하면

$$-2 = (k+2)^2 - 3, (k+2)^2 = 1$$

$$k+2 = \pm 1, k = -3 \text{ 또는 } k = -1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\therefore k = -3$ 또는 $k = -1$

채점기준	배점
① 평행이동한 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	3
② k 의 값을 바르게 구하였다.	3

25 x 절편이 $-3, 5$ 이므로

구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+3)(x-5)$ 라 하자. $\dots\dots \textcircled{1}$

$y = a(x+3)(x-5)$ 에 $x=0, y=15$ 를 대입하면

$$15 = -15a, a = -1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

즉, $f(x) = -(x+3)(x-5) = -x^2 + 2x + 15 \quad \dots\dots \textcircled{3}$

$$\therefore f(x) = -x^2 + 2x + 15$$

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ $f(x)$ 를 $ax^2 + bx + c$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2

01 (다) $3x-1=0$ 이므로 일차방정식이다.

(라) $x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4, -4x = 0$ 이므로 일차방정식이다.

(마) 이차식이다.

따라서 이차방정식은 (가), (나)로 2개이다.

02 $3x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

$$(x+2)(3x-1) = 0, x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

03 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서 $(x-2)(x-5) = 0, x = 2$ 또는 $x = 5$

두 근 중 작은 근은 $x = 2$ 이므로

$x^2 + 16x - a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 + 32 - a = 0, a = 36$$

04 ㄱ. $q = 0$ 이면 $(x-p)^2 = 0, x = p$ (중근)

ㄴ. $q > 0$ 이면 $x - p = \pm\sqrt{q}, x = p \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 절댓값은 다르다.

ㄷ. $p = 0, q > 0$ 이면 $x^2 = q, x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 $\sqrt{q} + (-\sqrt{q}) = 0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

05 $3x^2 + 6x + 2 = 0$ 에서 근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 3 \times 2}}{3} = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

즉, $A = -3, B = 3$ 이므로 $A + B = 0$

06 $2x^2 - 5x + a - 4 = 0$ 에서 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (a-4)}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{57-8a}}{4}$$

이므로 해가 모두 유리수가 되려면 $57-8a$ 가 0이거나 자연수의 제곱인 수이어야 한다. 즉, $57-8a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$

$$8a = 57, 56, 53, 48, 41, 32, 21, 8$$

이때 a 가 자연수이므로 $a = 7, 6, 4, 1$

따라서 구하는 합은 $1 + 4 + 6 + 7 = 18$

07 $(x+8)(x-4) = 0, x^2 + 4x - 32 = 0$

08 $x = 1 + \sqrt{5}$ 에서 $x-1 = \sqrt{5}, (x-1)^2 = 5$

$$x^2 - 2x + 1 = 5, x^2 - 2x - 4 = 0$$

즉, $-2k = -4$ 이므로 $k = 2$

09 작은 수를 x 로 놓으면 큰 수는 $x+4$ 이므로

$$x^2 = 6(x+4) + 16, x^2 - 6x - 40 = 0$$

$$(x+4)(x-10) = 0, x = -4 \text{ 또는 } x = 10$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 10$

따라서 작은 수는 10이다.

10 $mx+2y=2$ 에서 $2y=-mx+2$, $y=-\frac{m}{2}x+1$
 제4사분면을 지나지 않으므로 $-\frac{m}{2}>0$, $m<0$
 $mx+2y=2$ 에 $x=m-1$, $y=m^2$ 을 대입하면
 $m(m-1)+2m^2=2$, $m^2-m+2m^2=2$, $3m^2-m-2=0$
 $(3m+2)(m-1)=0$, $m=-\frac{2}{3}$ ($\because m<0$)

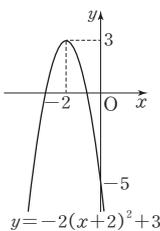
11 $y=(2-x)^2-ax^2+3x$ 에서
 $y=x^2-4x+4-ax^2+3x=(1-a)x^2-x+4$
 이때 이차함수이려면 $1-a \neq 0$, 즉 $a \neq 1$ 이어야 한다.

12 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 6)$ 을 지나므로
 $6=4a$, $a=\frac{3}{2}$
 즉, $y=\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(4, b)$ 를 지나므로
 $b=\frac{3}{2} \times 16=24$
 $\therefore 2a-b=-21$

13 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x^2+2$
 ㉔ $\frac{3}{4} \neq (-3) \times \frac{1}{4} + 2 = \frac{5}{4}$

14 $y=2(x-3)^2+1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
 $-y=2(x-3)^2+1$, $y=-2(x-3)^2-1$

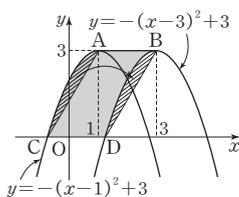
15 이차함수 $y=-2(x+2)^2+3$ 의 그래프는 그림과 같다.
 ㉕ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



16 $y=-4(x^2-6x+9-9)-34$
 $=-4(x-3)^2+2$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3, 2)$ 이고 축의 방정식은 $x=3$ 이다.

17 $y=-(x^2-6x+9-9)+3=-(x-3)^2+12$
 이므로 $x>3$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

18 A(1, 3), B(3, 3)이고 사각형 ACDB는 평행사변형이다. 즉, 구하는 넓이는 평행사변형 ACDB의 넓이와 같으므로
 $2 \times 3 = 6$



19 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+5$ 로 놓으면
 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1=4a+5$, $-4a=4$, $a=-1$
 즉, $y=-(x-2)^2+5=-(x^2-4x+4)+5=-x^2+4x+1$
 이므로 $b=4$, $c=1$
 $\therefore a+b+2c=5$

20 포물선의 식을 $y=ax^2+bx+3$ 으로 놓고
 $x=2$, $y=19$ 를 대입하면
 $19=4a+2b+3$, $4a+2b=16$, $2a+b=8$ ㉑
 $x=-1$, $y=-2$ 를 대입하면
 $-2=a-b+3$, $a-b=-5$ ㉒
 ㉑, ㉒을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=6$
 즉, $y=x^2+6x+3=x^2+6x+9-9+3=(x+3)^2-6$ 이므로
 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -6)$ 이다.

21 이차방정식 $x^2+3x-1=0$ 의 한 근이 $x=a$ 이므로
 $a^2+3a-1=0$ ㉑
 $a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면
 $a+3-\frac{1}{a}=0$, $a-\frac{1}{a}=-3$ ㉒
 $\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=(a-\frac{1}{a})^2+2=(-3)^2+2=11$ ㉓

채점기준	배점
㉑ a 에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
㉒ $a-\frac{1}{a}$ 의 값을 바르게 구하였다.	2
㉓ $a^2+\frac{1}{a^2}$ 의 값을 바르게 구하였다.	3

22 $4(m-3)=\left(\frac{m}{2}\right)^2$ 이어야 하므로 ㉑
 $4m-12=\frac{m^2}{4}$, $m^2-16m+48=0$
 $(m-4)(m-12)=0$, $m=4$ 또는 $m=12$ ㉒
 $\therefore m=4$ 또는 $m=12$

채점기준	배점
㉑ 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시하였다.	2
㉒ m 의 값을 바르게 구하였다.	3

23 (1) 길을 제외한 부분의 넓이가 104 m^2 이므로
 $(15-x)(10-x)=104$ ㉑
 $\therefore (15-x)(10-x)=104$
 (2) 이차방정식 $(15-x)(10-x)=104$ 에서
 $x^2-25x+46=0$, $(x-2)(x-23)=0$
 $x=2$ ($\because 0 < x < 10$) ㉒
 따라서 길의 폭은 2 m 이다. ㉓
 $\therefore 2 \text{ m}$



채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 길의 폭을 바르게 구하였다.	2

24 이차함수 $y=2x^2-4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-b=2(x-a)^2-4, y=2(x-a)^2-4+b$ ①
이 그래프가 이차함수 $y=2(x+3)^2-1$ 의 그래프와 일치하므로 $-a=3, -4+b=-1$
즉, $a=-3, b=3$ 이므로 ②
 $a+b=-3+3=0$ ③
 $\therefore 0$

채점기준	배점
① 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
② a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $a+b$ 의 값을 바르게 구하였다.	2

25 $y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$ 에서 $b=-6, c=8$ ①
이차함수 $y=x^2-6x+8$ 의 그래프가 점 $(3, k)$ 를 지나므로 $k=9-18+8=-1$ ②
 $\therefore b+c+k=-6+8+(-1)=1$ ③

채점기준	배점
① b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
② k 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ $b+c+k$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

01 ① 이차방정식이 아니다.
② 일차방정식
④ $x^2+x=x^2+4x, -3x=0$ (일차방정식)
⑤ $2x^2+x=2x^2-2x+3x, 2x^2+x=2x^2+x$ (항등식)

02 $(a^2-6)x^2+4x+3=(ax+3)(x-2)$ 에서
 $(a^2-6)x^2+4x+3=ax^2-(2a-3)x-6$
 $(a^2-a-6)x^2+(2a+1)x+9=0$
이때 $a^2-a-6 \neq 0$ 이어야 하므로 $(a+2)(a-3) \neq 0$
 $\therefore a \neq -2, a \neq 3$

03 [] 안의 수를 x 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
① $1-2-3=-4 \neq 0$

② $1-3+5=3 \neq 0$
③ $(-6) \times (-8)=48 \neq 0$
④ $3+1-2=2 \neq 0$
⑤ $6 \times 2=12$

04 $(a+3)x^2-6=a-6x$ 에 $x=-2$ 를 대입하면
 $4(a+3)-6=a+12, 4a+6=a+12$
 $3a=6, a=2$

05 $x^2-5x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-5a-1=0$ ㉠
 $a \neq 0$ 이므로 ㉠의 양변을 a 로 나누면
 $a-5-\frac{1}{a}=0, a-\frac{1}{a}=5$
 $\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=5^2+2=27$

06 이차방정식 $(x-3)(2x+1)=0$ 에서
 $x-3=0$ 또는 $2x+1=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

07 $x^2+4x-12=x-8$ 에서
 $x^2+3x-4=0, (x+4)(x-1)=0$
 $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

08 $(2x+3)(3x-1)=-4$ 에서
 $6x^2+7x-3=-4, 6x^2+7x+1=0$
 $(6x+1)(x+1)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$

09 $x^2+7x+2a=0$ 에 $x=5$ 를 대입하면
 $25+35+2a=0, 2a=-60$
이때 처음 이차방정식이 $x^2+7x-60=0$ 이므로
 $(x+12)(x-5)=0, x=-12$ 또는 $x=5$
따라서 다른 한 근은 $x=-12$ 이다.

10 주어진 이차방정식에 $x=-2$ 를 대입하면
 $4a-4+2a^2-2+2a-2=0, 2a^2+6a-8=0$
 $a^2+3a-4=0, (a+4)(a-1)=0, a=-4$ 또는 $a=1$
이때 $a-1 \neq 0$, 즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a=-4$
 $a=-4$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면
 $-5x^2-15x-10=0, x^2+3x+2=0$
 $(x+2)(x+1)=0, x=-2$ 또는 $x=-1$
즉, $b=-1$
 $\therefore a+b=-5$

11 정리한 식이 $a(x+b)^2=0$ ($a \neq 0$) 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① $(x-2)^2=0$
- ③ $(4x+1)^2=0$
- ④ $(3x-2)^2=0$
- ⑤ $(x-\frac{1}{2})^2=0$

12 이차방정식 $x^2+4x-5=0$ 에서

$$(x+5)(x-1)=0, x=-5 \text{ 또는 } x=1$$

이차방정식 $x^2+7x+10=0$ 에서

$$(x+5)(x+2)=0, x=-5 \text{ 또는 } x=-2$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=-5$ 이다.

13 이차방정식 $3(x-3)^2=21$ 에서

$$(x-3)^2=7, x-3=\pm\sqrt{7}, x=3\pm\sqrt{7}$$

즉, $a=3, b=7$ 이므로 $ab=21$

14 $2x^2+4x-5=0$ 에서 $2x^2+4x=5$

$$2(x^2+2x+1-1)=5, 2(x+1)^2=7$$

즉, $a=1, b=7$ 이므로 $a+b=8$

15 $x^2-6x+3=0$ 에서

$$x^2-6x=-3, x^2-6x+9=-3+9$$

$$(x-3)^2=6, x-3=\pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x=3\pm\sqrt{6}$$

즉, $a=9, b=-3, c=6$ 이므로 $a+b-c=0$

16 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 3\times(-1)}}{2\times 3}=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$$

17 양변에 10을 곱하면

$$3x^2-4x=-1, 3x^2-4x+1=0$$

$$(3x-1)(x-1)=0, x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=1$$

18 양변에 6을 곱하면

$$3x^2-2x(x-1)-6=0, x^2+2x-6=0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-(-6)}}{1}=-1\pm\sqrt{7}$$

즉, $a=-1-\sqrt{7}, b=-1+\sqrt{7}$ 이므로

$$b-a=2\sqrt{7}$$

19 공통 부분 $x-1$ 을 A로 치환하면

$$5A^2-4A-1=0, (5A+1)(A-1)=0$$

$$\{5(x-1)+1\}\{(x-1)-1\}=0, (5x-4)(x-2)=0$$

$$\therefore x=\frac{4}{5} \text{ 또는 } x=2$$

20 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 한다.

$$(-k)^2-(-2k-1)=0, k^2+2k+1=0$$

$$(k+1)^2=0, k=-1 \text{ (중근)}$$

21 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 한다.

$$(-1)^2-5(2-k)>0, 1-10+5k>0$$

$$5k>9, k>\frac{9}{5}$$

22 $4x^2-2ax+b-1=4(x+1)(x-2)=4(x^2-x-2)$

$$=4x^2-4x-8$$

즉, $-2a=-4, b-1=-8$ 에서

$$a=2, b=-7 \text{ 이므로 } a-b=9$$

23 (i) 영준이는 상수항을 바르게 보았으므로

$$(x+4)(x-6)=x^2-2x-24$$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -24 이다.

(ii) 아름이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로

$$(x+6)(x-1)=x^2+5x-6$$

즉, 처음 이차방정식의 x 의 계수는 5 이다.

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+5x-24=0$ 이므로

$$(x+8)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-8 \text{ 또는 } x=3$$

24 $x=3+\sqrt{5}$ 에서 $x-3=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$$(x-3)^2=5, x^2-6x+9=5, x^2-6x+4=0$$

$$\therefore k=4$$

25 $\frac{n(n-3)}{2}=35, n^2-3n=70$

$$n^2-3n-70=0, (n+7)(n-10)=0$$

$$n=10 \text{ (}\because n>3\text{)}$$

26 $80x-5x^2=0, x^2-16x=0$

$$x(x-16)=0, x=16 \text{ (}\because x>0\text{)}$$

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 16초이다.

27 일의 자리의 숫자를 x 로 놓으면 십의 자리의 숫자는 $3x$ 이므로

$$x \times 3x=(30x+x)-66, 3x^2-31x+66=0$$

$$(x-3)(3x-22)=0, x=3 \text{ (}\because x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수)}$$

따라서 처음 두 자리 자연수는 93이다.



- 28** 연속하는 두 짝수를 $x, x+2$ 로 놓으면
 $x^2+(x+2)^2=100, 2x^2+4x-96=0$
 $x^2+2x-48=0, (x+8)(x-6)=0$
 $x=6$ ($\because x$ 는 자연수)
 따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 합은 $6+8=14$
- 29** 현재 형의 나이를 x 살로 놓으면 동생의 나이는 $(x-4)$ 살이므로
 $(x+3)^2=2x(x-4)+33, x^2+6x+9=2x^2-8x+33$
 $x^2-14x+24=0, (x-2)(x-12)=0$
 $x=12$ ($\because x>4$)
 따라서 현재 형의 나이는 12살이다.
- 30** 한 학생이 가진 사탕의 개수를 x 로 놓으면 학생 수는 $x+15$ 이므로
 $x(x+15)=126, x^2+15x-126=0$
 $(x+21)(x-6)=0, x=6$ ($\because x$ 는 자연수)
 따라서 한 학생이 가진 사탕의 개수는 6이다.
- 31** 점 P의 좌표를 $(a, -a+6)$ 으로 놓으면
 $\overline{OQ}=a, \overline{PQ}=-a+6$ ($0<a<3$)이므로
 $\square OQPR=a(-a+6)=5, -a^2+6a=5$
 $a^2-6a+5=0, (a-1)(a-5)=0, a=1$ ($\because 0<a<3$)
 즉, 점 P의 좌표는 $(1, 5)$ 이다.
- 32** $\overline{PR}=x$ cm로 놓으면 $\overline{PQ}=\overline{AQ}=(10-x)$ cm ($0<x<5$)이므로
 $\square PRCQ=x(10-x)=24, -x^2+10x=24$
 $x^2-10x+24=0, (x-4)(x-6)=0$
 $x=4$ ($\because 0<x<5$)
 즉, \overline{PR} 의 길이는 4 cm이다.
- 33** $\angle ABC=\angle ACB=72^\circ$ 이므로
 $\angle DAB=36^\circ, \angle DBA=\angle DBC=36^\circ, \angle BDC=72^\circ$
 즉, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=x$ cm로 놓으면
 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}, 8:x=x:(8-x)$
 $x^2=64-8x, x^2+8x=64, (x+4)^2=80$
 $x+4=\pm 4\sqrt{5}, x=-4+4\sqrt{5}$ ($\because 0<x<8$)
 따라서 \overline{BC} 의 길이는 $(-4+4\sqrt{5})$ cm이다.
- 34** 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면
 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{8-4x}{4}=2-x$ (cm)
 이때 $2-x>x$ 에서 $-2x>-2, x<1$ 이므로 $0<x<1$ 이다.
 $(2-x)^2=2x^2, x^2-4x+4=2x^2, x^2+4x=4$
 $(x+2)^2=8, x+2=\pm 2\sqrt{2}, x=-2+2\sqrt{2}$ ($\because 0<x<1$)
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-2+2\sqrt{2})$ cm이다.

- 35** 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-x)$ cm ($0<x<\frac{9}{2}$)이므로
 $(9-x)^2+x^2=41, x^2-18x+81+x^2=41$
 $2x^2-18x+40=0, x^2-9x+20=0$
 $(x-4)(x-5)=0, x=4$ ($\because 0<x<\frac{9}{2}$)
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm이다.
- 36** 구하는 시간을 x 초로 놓으면
 $(10+2x)(8-x)=10 \times 8, 80+6x-2x^2=80$
 $x^2-3x=0, x(x-3)=0$
 $x=3$ ($\because 0<x<8$)
 따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는 데 걸리는 시간은 3초이다.
- 37** 통로의 폭이 x m이므로
 $(10+2x)(6+2x)-10 \times 6=57, 4x^2+32x-57=0$
 $(2x+19)(2x-3)=0, x=\frac{3}{2}$ ($\because x>0$)
 따라서 통로의 폭은 $\frac{3}{2}$ m이다.
- 38** $\overline{AC}=2x$ cm로 놓으면 $\overline{BC}=(10-2x)$ cm이므로
 $\frac{1}{2} \times \pi \times 5^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times x^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times (5-x)^2 = 6\pi$
 $25-x^2-(5-x)^2=12, -2x^2+10x-12=0$
 $x^2-5x+6=0, (x-2)(x-3)=0, x=3$ ($\because \frac{5}{2}<x<5$)
 $\therefore \overline{AC}=6$ cm
- 39** 처음 직사각형 모양의 세로의 길이를 x cm로 놓으면 가로 길이는 $(x+3)$ cm이므로
 $(x-4)(x-1) \times 2=56, x^2-5x+4=28$
 $x^2-5x-24=0, (x+3)(x-8)=0, x=8$ ($\because x>4$)
 따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이는 8 cm이다.
- 40** (가) 일차함수
 (나) 미지수가 분모에 있으므로 이차함수가 아니다.
 (다) 이차함수
 (라) $y=x^2-x$ (이차함수)
 (마) $y=2x^2+6x-2x^2, y=6x$ (일차함수)
 즉, 이차함수인 것의 개수는 (다), (라)의 2이다.
- 41** ① $y=4x$ (일차함수)
 ② $y=80x$ (일차함수)
 ③ $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)
 ④ $y=\pi x^2$ (이차함수)

⑤ $y=7000x$ (일차함수)

42 함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.

$y=-3x^2-x(ax-2)+5$ 에서

$y=-3x^2-ax^2+2x+5=-(a+3)x^2+2x+5$

이때 이차함수이려면 $a+3 \neq 0$ 이므로 $a \neq -3$

43 $f(-1)=-2+a+3=-2, a=-3$

즉, $f(x)=-2x^2+3x+3$ 이므로

$f(2)=-8+6+3=b, b=1$

$\therefore a+b=-2$

44 $f(-1)=8$ 에서 $a+1+b=8, a+b=7$ ㉠

$f(2)=20$ 에서 $4a-2+b=20, 4a+b=22$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5, b=2$

즉, $f(x)=5x^2-x+2$ 이므로

$f(3)=45-3+2=44$

45 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 위로 볼록하려면 $a < 0$ 이어야 한다.

즉, $y=-\frac{1}{4}x^2, y=-\frac{2}{3}x^2, y=-3x^2$ 의 3개이다.

46 a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아지고, 음수는 절댓값이 클수록 작은 수이므로

$-2 < a < -\frac{1}{3}$

47 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 이므로

로 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 에 $x=-2, y=k$ 를 대입하면

$k=(-\frac{1}{2}) \times 4 = -2$

48 (i) $y=ax^2$ 에 $x=3, y=9$ 를 대입하면

$9=9a, a=1$

(ii) $y=x^2$ 에 $x=b, y=4$ 를 대입하면

$4=b^2, b=-2 (\because b < 0)$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=-1$

49 ⑤ 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

50 $\overline{AB}=3$ 이므로 점 B의 좌표는 $(3, 9a)$ 이고 $\overline{BC}=2a$ 이므로 점 C의 좌표는 $(3+2a, 9a)$ 이다.

$y=\frac{1}{3}x^2$ 에 $x=3+2a, y=9a$ 를 대입하면

$9a=\frac{1}{3}(2a+3)^2, (2a+3)^2=27a, 4a^2-15a+9=0$

$(4a-3)(a-3)=0, a=\frac{3}{4}$ 또는 $a=3$

이때 $\overline{AB} > \overline{BC}$ 에서 $3 > 2a, a < \frac{3}{2}$ 이므로 $a=\frac{3}{4}$

51 점 A의 x 좌표를 t 로 놓으면 $A(t, -t^2), B(-t, -t^2)$

이때 $\overline{AB}=t-(-t)=2t$ 이므로 $\overline{BC}=2 \times 2t=4t$

즉, $C(-t, -t^2-4t)$ 이므로

$-t^2-4t=-5, t^2+4t-5=0$

$(t+5)(t-1)=0, t=1 (\because t > 0)$

따라서 $\overline{AB}=2, \overline{BC}=4$ 이므로

$\square ABCD=2 \times 4=8$

52 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3x^2-3$

$y=3x^2-3$ 에 $x=-2, y=k$ 를 대입하면

$k=12-3=9$

53 이차함수 $y=-2(x-3)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 그래프이고, 축의 방정식이 $x=3$ 이므로 $x < 3$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

54 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$

$y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$ 에 $x=k, y=-1$ 을 대입하면

$-1=-\frac{1}{4}(k-3)^2, (k-3)^2=4$

$k-3=\pm 2, k=1$ 또는 $k=5$

55 이차함수 $y=3(x-1)^2+5$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5)$ 이다.

즉, $a=1, b=1, c=5$ 이므로 $a+b+c=7$

56 이차함수 $y=3(x+1)^2-2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-2+1)^2-2+3, y=3(x-1)^2+1$

즉, $m=-1, n=1$ 이므로 $m+n=0$

57 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -6)$ 이므로

이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2-6$ 꼴이다.

$y=a(x+2)^2-6$ 에 $x=0, y=-2$ 를 대입하면

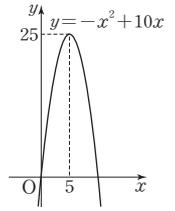
$-2=4a-6, -4a=-4, a=1$

즉, $a=1, p=-2, q=-6$ 이므로

$a+p+q=-7$

- 58** 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프에 대하여
 (i) 위로 볼록하므로 $a < 0$
 (ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고, 제1사분면 위의 점이므로
 $p > 0, q > 0$
 (i), (ii)에 의하여 $a < 0, p > 0, q > 0$
- 59** 이차함수 $y=x^2-ax+3$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로
 $0=1-a+3, a=4$
 따라서 $y=x^2-4x+3=x^2-4x+4-4+3=(x-2)^2-1$
 즉, $b=2, c=-1$ 이므로
 $a+b+c=5$
- 60** $y=-\frac{1}{2}x^2+2kx+k-1=-\frac{1}{2}(x^2-4kx+4k^2-4k^2)+k-1$
 $=-\frac{1}{2}(x-2k)^2+2k^2+k-1$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2k, 2k^2+k-1)$ 이다.
 이때 꼭짓점이 직선 $y=x+5$ 위에 있으므로
 $2k^2+k-1=2k+5, 2k^2-k-6=0$
 $(2k+3)(k-2)=0, k=2 (\because k > 0)$
- 61** $y=-x^2+6x+a=-(x^2-6x+9-9)+a=-(x-3)^2+9+a$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, a+9)$ 이다.
 즉, $b=3, 3=a+9$ 에서 $a=-6, b=3$ 이므로
 $a+b=-3$
- 62** $y=x^2+6x-3=x^2+6x+9-9-3=(x+3)^2-12$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -12)$ 이다.
 $y=-x^2-2px+q=-(x^2+2px+p^2-p^2)+q$
 $=-(x+p)^2+p^2+q$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-p, p^2+q)$ 이다.
 이때 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
 $-3=-p, -12=p^2+q$
 즉, $p=3$ 이므로 $-12=9+q, q=-21$
 $\therefore p-q=24$
- 63** $y=x^2-4x+3=x^2-4x+4-4+3=(x-2)^2-1$
 이때 그래프는 아래로 볼록한 그래프이고, 축의 방정식이 $x=2$
 이므로 $x > 2$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- 64** $y=0$ 일 때의 x 의 값을 구한다.
 $x^2-2x-8=0, (x+2)(x-4)=0$
 $x=-2$ 또는 $x=4$
 즉, $A(-2, 0), B(4, 0)$ 또는 $A(4, 0), B(-2, 0)$ 이므로
 $\overline{AB}=4-(-2)=6$

- 65** $y=-x^2+10x=-(x^2-10x+25-25)$
 $=-(x-5)^2+25$
 이고, y 절편이 0이므로 이차함수
 $y=-x^2+10x$ 의 그래프는 그림과 같다. 따라서 제2사분면은 지나지 않는다.



- 66** 그림과 같은 그래프의 식을 $y=a(x+1)^2-4$ 로 놓고
 $x=0, y=-1$ 을 대입하면 $-1=a-4, a=3$
 즉, $y=3(x+1)^2-4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=3(x-4+1)^2-4+2$
 $y=3(x-3)^2-2=3x^2-18x+25$
 따라서 이 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 25이다.
- 67** 꼭짓점이 $(1, -3)$ 인 그래프의 식을 $y=k(x-1)^2-3$ 으로 놓고
 $x=0, y=-1$ 을 대입하면 $-1=k-3, k=2$
 이때 $y=2(x-1)^2-3$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y=2(x-1)^2-3, y=-2(x-1)^2+3=-2x^2+4x+1$
 즉, $a=-2, b=4, c=1$ 이므로
 $a+b-c=1$
- 68** 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 평행이동하여도 x^2 의 계수 a 의 값은 변함이 없다.
- 69** $y=2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$
 ② 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
 ③ 아래로 볼록한 포물선이다.
 ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- 70** 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0, b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
 ① $ab < 0$ ② $ac < 0$ ③ $bc > 0$
 ④ $x=1$ 일 때, $a+b+c < 0$
 ⑤ $x=-1$ 일 때, $a-b+c > 0$
- 71** 이차함수 $y=ax+b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$
 이때 이차함수 $y=ax^2+bx$ 에서 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록인 포물선이다.
 또, $ab > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있고 점 $(0, 0)$ 을 지난다.
 즉, 이차함수 $y=ax^2+bx$ 의 그래프는 ⑤이다.

72 이차방정식 $-x^2-4x+5=0$ 에서

$$x^2+4x-5=0, (x+5)(x-1)=0, x=-5 \text{ 또는 } x=1$$

즉, A(-5, 0), B(1, 0)

$$\text{또, } y=-x^2-4x+5=-(x^2+4x+4-4)+5=-(x+2)^2+9$$

이므로 C(-2, 9)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1-(-5)\} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

73 y절편이 -6이므로 A(0, -6)

$$y=2x^2-4x-6$$

$$=2(x^2-2x+1-1)-6$$

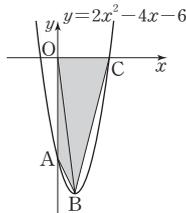
$$=2(x-1)^2-8$$

이므로 B(1, -8)

이차방정식 $2x^2-4x-6=0$ 에서

$$x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

즉, C(3, 0)



$$\therefore \square OABC = \triangle OAB + \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 15$$

74 $y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x+1-1)+3=-(x-1)^2+4$

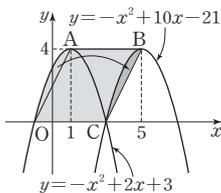
$$y=-x^2+10x-21=-(x^2-10x+25-25)-21$$

$$=-(x-5)^2+4$$

즉, A(1, 4), B(5, 4)

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 OCBA의 넓이와 같다.

$$\therefore \square OCBA = 4 \times 4 = 16$$



75 $y=-x^2-4x=-(x^2+4x+4-4)=-(x+2)^2+4$

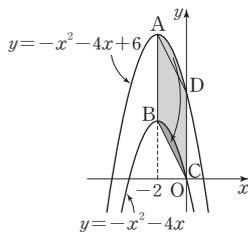
$$y=-x^2-4x+6=-(x^2+4x+4-4)+6=-(x+2)^2+10$$

두 이차함수의 그래프와 두 직선 $x=-2, x=0$ 과의 교점을 각각 A, B, C, D로 놓으면

$$A(-2, 10), B(-2, 4)$$

$$C(0, 0), D(0, 6)$$

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABCD의 넓이와 같다.

$$\therefore \square ABCD = 2 \times 6 = 12$$


76 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$ 라 하자.

$$y=a(x+2)^2+5 \text{에 } x=1, y=8 \text{를 대입하면}$$

$$8=9a+5, -9a=-3, a=\frac{1}{3}$$

즉, $y=\frac{1}{3}(x+2)^2+5$ 에 $x=-3, y=k$ 를 대입하면

$$k=\frac{1}{3}(-1)^2+5=\frac{16}{3}$$

77 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$ 이라 하자.

$$y=a(x+2)^2 \text{에 } x=0, y=4 \text{를 대입하면}$$

$$4=4a, a=1$$

즉, $y=(x+2)^2=x^2+4x+4$ 이므로 $b=4, c=4$

$$\therefore b+c-a=7$$

78 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+q$ 라 하자.

$$y=a(x-3)^2+q \text{에 } x=0, y=-5 \text{를 대입하면}$$

$$9a+q=-5$$

$$y=a(x-3)^2+q \text{에 } x=4, y=3 \text{를 대입하면}$$

$$a+q=3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, q=4$

즉, $y=-(x-3)^2+4=-x^2+6x-5$ 이므로 $b=6, c=-5$

$$\therefore a-b-c=-2$$

79 y절편이 -2이므로 $c=-2$

$$y=ax^2+bx-2 \text{에 } x=1, y=-3 \text{를 대입하면}$$

$$-3=a+b-2, a+b=-1$$

$$y=ax^2+bx-2 \text{에 } x=-1, y=5 \text{를 대입하면}$$

$$5=a-b-2, a-b=7$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=-4$

$$\therefore -a+b+c=-9$$

80 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-6)$ 이라 하자.

$$y=a(x+2)(x-6) \text{에 } x=0, y=6 \text{를 대입하면}$$

$$6=-12a, a=-\frac{1}{2}$$

즉, $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$

$$=-\frac{1}{2}(x^2-4x-12)=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$$

즉집해 마무리 **서술형 20선** 132-136p

01 주어진 이차방정식에 $x=2$ 를 대입하면

$$4(a-1)-2(a^2+1)+2(a+1)=0$$

$$4a-4-2a^2-2+2a+2=0, 2a^2-6a+4=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a^2-3a+2=0, (a-1)(a-2)=0, a=1 \text{ 또는 } a=2$$

이때 $a-1 \neq 0$, 즉 $a \neq 1$ 이므로 $a=2$ $\dots \textcircled{2}$

처음 이차방정식이 $x^2-5x+6=0$ 이므로

$$(x-2)(x-3)=0, x=2 \text{ 또는 } x=3 \quad \dots \textcircled{3}$$

즉, 다른 한 근은 $x=3$ 이다. $\dots \textcircled{4}$

$$\therefore x=3$$

채점기준	배점
① 이차방정식에 $x=2$ 를 대입하고, 식을 바르게 정리하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
④ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

02 $x(x-3)=18$ 에서

$$x^2-3x=18, x^2-3x-18=0$$

$$(x+3)(x-6)=0, x=-3 \text{ 또는 } x=6 \quad \dots\dots ①$$

두 근 중 작은 근은 $x=-3$ 이므로 $\dots\dots ②$

$$2x^2+(k+1)x+2k=0 \text{에 } x=-3 \text{을 대입하면}$$

$$18-3k-3+2k=0, k=15 \quad \dots\dots ③$$

$\therefore 15$

채점기준	배점
① 이차방정식 $x(x-3)=18$ 의 근을 바르게 구하였다.	2
② 두 근 중 작은 근을 바르게 제시하였다.	1
③ k 의 값을 바르게 구하였다.	2

03 $x^2+x+a=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면

$$9-3+a=0, a=-6 \quad \dots\dots ①$$

$$x^2-bx+3=0 \text{에 } x=-3 \text{을 대입하면}$$

$$9+3b+3=0, 3b=-12, b=-4 \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore ab=-6 \times (-4)=24 \quad \dots\dots ③$$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ ab 의 값을 바르게 구하였다.	1

04 (1) $2x - \frac{x^2+1}{2} = \frac{x-1}{2}$ 의 양변에 2를 곱하면

$$4x - (x^2+1) = x-1, 4x-x^2-1=x-1, x^2-3x=0$$

$$x(x-3)=0, x=0 \text{ 또는 } x=3 \quad \dots\dots ①$$

$$\therefore a=3, b=0 (\because a>b) \quad \dots\dots ②$$

(2) 이차방정식 $x^2+3x=0$ 에서

$$x(x+3)=0, x=-3 \text{ 또는 } x=0 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=0$$

채점기준	배점
① 주어진 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
② a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ 이차방정식 $x^2+ax-b=0$ 의 해를 바르게 구하였다.	2

05 이차방정식이 해를 가지려면

$$(-10)^2-4 \times 1 \times (-2m+19) \geq 0 \text{이어야 하므로} \quad \dots\dots ①$$

$$100+8m-76 \geq 0, 8m \geq -24, m \geq -3 \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore m \geq -3$$

채점기준	배점
① 이차방정식이 해를 갖기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
② m 의 값의 범위를 바르게 구하였다.	3

06 (i) 지환이는 상수항을 바르게 보았으므로

$$x^2+\square x+b=(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$$

$$\text{즉, } b=-14 \quad \dots\dots ①$$

(ii) 민채는 x 의 계수를 바르게 보았으므로

$$x^2+ax+\square=(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$$

$$\text{즉, } a=5 \quad \dots\dots ②$$

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+5x-14=0$ 이므로

$$(x+7)(x-2)=0, x=-7 \text{ 또는 } x=2 \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore x=-7 \text{ 또는 } x=2$$

채점기준	배점
① b 의 값을 바르게 구하였다.	3
② a 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ 처음 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

07 연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 로 놓으면

$$(x+2)^2=2x(x-2)-5 \quad \dots\dots ①$$

$$x^2+4x+4=2x^2-4x-5, x^2-8x-9=0$$

$$(x+1)(x-9)=0, x=9 (\because x \text{는 } 2 \text{보다 큰 자연수}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 연속하는 세 홀수는 7, 9, 11이므로

가장 작은 홀수는 7이다. $\dots\dots ③$

$$\therefore 7$$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ 가장 작은 홀수를 바르게 구하였다.	2

08 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 으로 놓으면

$$\overline{OP}=a, \overline{PQ}=-2a+16 (0<a<8) \text{이므로} \quad \dots\dots ①$$

$$\square \text{OPQR} = a(-2a+16) = 32, -2a^2+16a = 32$$

$$a^2-8a+16=0, (a-4)^2=0, a=4 (\text{중근}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 점 P의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $\dots\dots ③$

$$\therefore (4, 0)$$

채점기준	배점
① $\overline{OP}, \overline{PQ}$ 의 길이를 a 에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ 점 P의 좌표를 바르게 구하였다.	2

09 구하는 시간을 x 초 후로 놓으면

$$\overline{PB}=(16-2x) \text{ cm}, \overline{BQ}=3x \text{ cm} \text{이므로} \quad \dots\dots ①$$

$$\triangle \text{PBQ} = \frac{1}{2} \times 3x \times (16-2x) = 36 \quad \dots\dots ②$$

$$24x - 3x^2 = 36, 3x^2 - 24x + 36 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x-2)(x-6) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 6 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

즉, 처음으로 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 2초 후이다. $\dots\dots \textcircled{4}$

\therefore 2초 후

채점기준	배점
① PB, BQ의 길이를 x 에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
② 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
③ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
④ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

10 $\overline{AR} = x$ 로 놓으면 $\overline{AB} : \overline{CQ} = \overline{AR} : \overline{CD}$ 이므로

$$1 : (x-1) = x : 1, x(x-1) = 1, x^2 - x - 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

이때 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$

$$\therefore \overline{AR} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
③ AR의 길이를 바르게 구하였다.	1

11 $f(1) = 9$ 에서

$$4 - a + 3 = 9, -a = 2, a = -2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

즉, $f(x) = 4x^2 + 2x + 3$ 이므로 $\dots\dots \textcircled{2}$

$$f(3) = 4 \times 9 + 6 + 3 = 45 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

\therefore 45

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② $f(x)$ 의 식을 바르게 제시하였다.	1
③ $f(3)$ 의 값을 바르게 구하였다.	2

12 (1) 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y = -3x^2, y = 3x^2$$

$$\therefore a = 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(2) 이차함수 $y = bx^2$ 의 그래프가 위로 볼록하므로 $b < 0$

이때 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|b| < |-3|, |b| < 3, -3 < b < 0 (\because b < 0) \quad \dots\dots \textcircled{2}$

$\therefore -3 < b < 0$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② b 의 값의 범위를 바르게 구하였다.	3

13 점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 으로 놓으면

$$A(-a, 2a^2), B(-a, \frac{1}{2}a^2), C(a, \frac{1}{2}a^2) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{이므로 } \overline{AB} = 2a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^2, \overline{AD} = a - (-a) = 2a \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $\overline{AB} = 2\overline{AD}$ 에서 $\frac{3}{2}a^2 = 2 \times 2a$ 이므로

$$\frac{3}{2}a^2 = 4a, 3a^2 - 8a = 0$$

$$a(3a - 8) = 0, a = \frac{8}{3} (\because a > 0) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

즉, 점 D의 x 좌표는 $\frac{8}{3}$ 이다. $\dots\dots \textcircled{4}$

$$\therefore \frac{8}{3}$$

채점기준	배점
① 네 점의 좌표를 a 에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
② AB, AD의 길이를 a 에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
③ 이차방정식을 세우고 바르게 풀었다.	3
④ 점 D의 x 좌표를 바르게 구하였다.	1

14 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{5}(x-m)^2 + n \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 그래프가 이차함수 $y = \frac{1}{5}(x+3)^2 - 5$ 의 그래프와 일치하므로

$$m = -3, n = -5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore m - n = -3 - (-5) = 2 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점기준	배점
① 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
② m, n 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $m - n$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

15 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + 2$ 로 놓으면

이 그래프가 원점을 지나므로

$$0 = 4a + 2, -4a = 2, a = -\frac{1}{2}$$

즉, 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x-4+2)^2 + 2 - 2, y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

채점기준	배점
① 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	3
② 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	3

- 16 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$ 이므로 $p=-2, q=5$ ①
 즉, $y=a(x+2)^2+5$ 이고, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3=4a+5, -4a=2, a=-\frac{1}{2}$ ②
 $\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2) \times 5 = 5$ ③

채점기준	배점
① p, q 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ apq 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 17 (1) $y=3x^2-6x+4$
 $=3(x^2-2x+1-1)+4=3(x-1)^2+1$ ①
 $\therefore y=3(x-1)^2+1$
 (2) 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다. ②
 $\therefore (1, 1)$
 (3) 축의 방정식은 $x=1$ 이다. ③
 $\therefore x=1$

채점기준	배점
① $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
② 꼭짓점의 좌표를 바르게 구하였다.	1
③ 축의 방정식을 바르게 구하였다.	1

- 18 $y=2x^2-4x+1$
 $=2(x^2-2x+1-1)+1=2(x-1)^2-1$
 $y=2x^2-12x+13$
 $=2(x^2-6x+9-9)+13=2(x-3)^2-5$ ①
 이때 꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$ 에서 $(3, -5)$ 로 이동한 것과 같으므로 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.
 즉, $m=2, n=-4$ 이므로 ②
 $m+n=2+(-4)=-2$ ③
 $\therefore -2$

채점기준	배점
① 주어진 두 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 각각 바르게 나타내었다.	4
② m, n 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $m+n$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 19 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-6=\frac{1}{2}(x^2+4x+4-4)-6=\frac{1}{2}(x+2)^2-8$
 이므로 A $(-2, -8)$ ①
 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2+2x-6=0$ 에서
 $x^2+4x-12=0, (x+6)(x-2)=0, x=-6$ 또는 $x=2$
 즉, B $(-6, 0), C(2, 0)$ 이므로 ②
 $\triangle ACB = \frac{1}{2} \times \{2 - (-6)\} \times 8 = 32$ ③

$\therefore 32$

채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
② 점 B, C의 좌표를 바르게 구하였다.	4
③ $\triangle ACB$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	2

- 20 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$ 이라 하자. ①
 $y=a(x+2)^2+1$ 에 $x=0, y=4$ 를 대입하면
 $4=4a+1, -4a=-3, a=\frac{3}{4}$ ②
 이때 $y=\frac{3}{4}(x+2)^2+1$ 에서
 $y=\frac{3}{4}(x^2+4x+4)+1=\frac{3}{4}x^2+3x+4$
 즉, $b=3, c=4$ 이므로 ③
 $abc=\frac{3}{4} \times 3 \times 4=9$ ④
 $\therefore 9$

채점기준	배점
① 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
④ abc 의 값을 바르게 구하였다.	1

고난도 기출문제

137-144

01 $3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \dots}}} = x$ 로 놓으면
 $3 + \frac{3}{x} = x, 3x + 3 = x^2$
 $x^2 - 3x - 3 = 0, x = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} (\because x > 3)$

02 $x^2 - px - 1 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2 - pa - 1 = 0$
 $a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면
 $a - p - \frac{1}{a} = 0, p = a - \frac{1}{a}$ ㉠
 이때 $a + \frac{1}{a} = p + 2$ 에 ㉠을 대입하면
 $a + \frac{1}{a} = a - \frac{1}{a} + 2, \frac{2}{a} = 2, a = 1$
 ㉠에 $a=1$ 을 대입하면
 $p = 0$
 $\therefore a + p = 1$

03 점 $(ab, a-b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로 $ab < 0, a-b > 0$

즉, $a > 0, b < 0$ 이다.

(i) $x^2 - x - 12 = 0$ 에서 $(x+3)(x-4) = 0, x = -3$ 또는 $x = 4$

즉, $a = 4$ ($\because a > 0$)

(ii) $3x^2 + 2x - 5 = 0$ 에서 $(3x+5)(x-1) = 0, x = -\frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

즉, $b = -\frac{5}{3}$ ($\because b < 0$)

$\therefore a^2 + 3b = 16 - 5 = 11$

04 $[x] - 2 = A$ 로 놓으면 $A^2 - A - 12 = 0$

$(A+3)(A-4) = 0, A = 4$ ($\because A$ 는 음이 아닌 정수)

즉, $[x] - 2 = 4$ 에서 $[x] = 6$ 이므로 이를 만족시키는 자연수 x 는 13, 14, 15, 16이다.

$\therefore 13 + 14 + 15 + 16 = 58$

05 $15x^2 - 8ax + a^2 = 0, (3x-a)(5x-a) = 0$

$x = \frac{a}{3}$ 또는 $x = \frac{a}{5}$

즉, a 는 3의 배수이거나 5의 배수이어야 하므로

이를 만족시키는 a 는 $(16+10) - 3 = 23$ (개)

이때 적어도 한 개의 정수인 근을 가질 확률은 $\frac{23}{50}$ 이므로

$p = 50, q = 23$

$\therefore p + q = 73$

06 $p = (\sqrt{64} - \sqrt{65}) + (\sqrt{65} - \sqrt{66}) + \dots + (\sqrt{99} - \sqrt{100})$

$= \sqrt{64} - \sqrt{100} = 8 - 10 = -2$

주어진 이차방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$4(a-1) + 2(a^2-1) - 4(a-1) = 0, 2a^2 - 2 = 0$

$a^2 = 1, a = -1$ ($\because a \neq 1$)

이때 주어진 이차방정식은 $-2x^2 + 8 = 0$ 이므로

$x^2 = 4, x = \pm 2$

즉, 다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

07 자연수 n 의 십의 자리의 숫자는 3이고, 일의 자리의 숫자를 x 로 놓으면

$n = 30 + x, a_n = 3x$ (단, x 는 한 자리 자연수)

이때 $x = n - 30$ 이므로 $a_n = 3n - 90$

$n^2 - 30n - 90 = a_n$ 에 $a_n = 3n - 90$ 을 대입하면

$n^2 - 30n - 90 = 3n - 90, n^2 - 33n = 0$

$n(n-33) = 0, n = 33$ ($\because 30 < n < 40$)

즉, $n = 33 = 3 \times 11$ 이므로 구하는 약수의 개수는

$(1+1) \times (1+1) = 4$

08 $[a, b] = A, (a, b) = B$ 로 놓으면 $Ax^2 - Bx + 16 = 0$

(i) $x = 2$ 를 대입하면

$4A - 2B + 16 = 0, 2A - B = -8$ ㉠

(ii) $x = 4$ 를 대입하면

$16A - 4B + 16 = 0, 4A - B = -4$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = 2, B = 12$

이때 최대공약수가 2이고, 최소공배수가 12인 두 자연수는 4와 6이다. ($\because a, b$ 는 한 자리 자연수)

$\therefore a + b = 10$

09 (i) $x^2 + 2x - 2 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면

$m^2 + 2m - 2 = 0, m^2 + 2m = 2$ ㉠

(ii) $x^2 - 2x + 3 = 0$ 에 $x = n$ 을 대입하면

$n^2 - 2n + 3 = 0, n^2 - 2n = -3$ ㉡

이때 ㉠ - ㉡을 하면 $m^2 - n^2 + 2(m+n) = 5$

$\therefore (m+n)(m-n+2) = m^2 - n^2 + 2(m+n) = 5$

10 두 근을 $\frac{-b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 + ac}}{a}$ 로 보았으므로

두 근의 합은 $-\frac{2b}{a} = -9, 2b = 9a, b = \frac{9}{2}a$

두 근의 곱은 $\frac{b^2 - (b^2 + ac)}{a^2} = -\frac{c}{a} = 18, c = -18a$

즉, 처음 이차방정식은 $ax^2 + \frac{9}{2}ax - 18a = 0$ 이다.

양변을 a 로 나누면

$x^2 + \frac{9}{2}x - 18 = 0, 2x^2 + 9x - 36 = 0$

$\therefore x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 2 \times (-36)}}{4} = \frac{-9 \pm 3\sqrt{41}}{4}$

11 ㄱ. $x^2 - 8x + 12 = 0, (x-2)(x-6) = 0, x = 2$ 또는 $x = 6$

ㄴ. $b^2 - ac = (n+1)^2 - (n^2 + 2n - 3) = 4 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. $x^2 - 2(n+1)x + n^2 + 2n - 3 = 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$x^2 - 2(n+1)x + (n+3)(n-1) = 0$

$\{x - (n+3)\}\{x - (n-1)\} = 0$

$x = n+3$ 또는 $x = n-1$

이때 $n=1$ 이면 $x=4$ 또는 $x=0$ 이 되어 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12 $x^2 - 2(k-4)x = -k^2 + 7k$

$x^2 - 2(k-4)x + (k-4)^2 = -k^2 + 7k + (k-4)^2$

$\{x - (k-4)\}^2 = -k + 16$

이때 $-k + 16$ 은 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

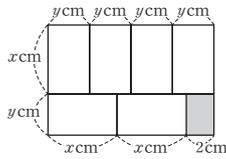
$-k + 16 = 1, 4, 9$

$\therefore k = 7, 12, 15$

즉, 자연수 k 의 개수는 3이다.

- 13** 십의 자리의 숫자를 x 로 놓으면 일의 자리의 숫자는 $8-x$ 이다.
 이때 처음 수는 $10x+(8-x)=9x+8$ 이고, 자리를 서로 바꾼 수는 $10(8-x)+x=80-9x$ 이다.
 즉, $a=9x+8$, $b=80-9x$ 이므로
 $ab=(9x+8)(80-9x)=1612$
 $-81x^2+648x+640=1612$, $-81x^2+648x-972=0$
 $x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$, $x=6$ ($\because a>b$)
 따라서 $a=62$, $b=26$ 이므로 $a-b=36$

- 14** 그림과 같이 색종이의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm로 놓으면



$$4y=2x+2 \quad \text{..... ㉠}$$

$$4y(x+y)=96 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠에서
 $2y=x+1$, $x=2y-1$ ㉢

㉡에 ㉢을 대입하면
 $4y(2y-1+y)=96$, $12y^2-4y-96=0$
 $3y^2-y-24=0$, $(3y+8)(y-3)=0$
 $y=3$ ($\because y>0$)

㉢에 $y=3$ 을 대입하면 $x=2 \times 3 - 1 = 5$
 즉, 색종이 한 장의 넓이는 $5 \times 3 = 15(\text{cm}^2)$

- 15** 점 P의 좌표를 $(a, -3a+6)$ 으로 놓자.
 직선 $3x+y-6=0$ 의 x 절편은 2, y 절편은 6이므로 직선 $3x+y-6=0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6$

또, $\overline{AH}=2-a$, $\overline{PH}=-3a+6$ 이므로
 $\triangle PHA = \frac{1}{2}(2-a)(-3a+6) = \frac{4}{9} \times 6$
 $\frac{1}{2}(2-a)(-3a+6) = \frac{8}{3}$, $3(2-a)(-3a+6) = 16$
 $9a^2-36a+36=16$, $9a^2-36a+20=0$
 $(3a-10)(3a-2)=0$, $a=\frac{2}{3}$ ($\because 0<a<2$)

따라서 점 P의 x 좌표는 $\frac{2}{3}$ 이다.

[다른 풀이]

직선 $3x+y-6=0$ 의 y 절편을 B라 하면 $A(2, 0)$, $B(0, 6)$
 $\triangle BOA \sim \triangle PHA$ (AA 닮음)이고 넓이의 비가 9 : 4이므로 닮음비는 3 : 2이다.
 즉, $\overline{OA} : \overline{HA} = 3 : 2$ 이므로 $2\overline{OA} = 3\overline{HA}$
 $\overline{HA} = \frac{2}{3}\overline{OA} = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$
 따라서 점 H의 x 좌표는 $2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$ 이므로
 점 P의 x 좌표는 $\frac{2}{3}$ 이다.

- 16** 점 Q의 x 좌표를 a ($a>0$)로 놓으면

$$P(a, a+1)$$

이때 $\overline{PQ} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{PR} = \frac{a+1}{2}$

$\triangle APR + \square PBOQ = 12$ 에서

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}a(a+2) = 12, \frac{a^2+2a+1}{4} + a^2+2a = 24$$

$$5a^2+10a-95=0, a^2+2a-19=0$$

$$a = -1 + 2\sqrt{5} \quad (\because a>0)$$

즉, 점 Q의 좌표는 $(2\sqrt{5}-1, 0)$ 이다.

- 17** 전체 빵의 개수를 $3a$, 빵 한 개의 가격을 b 로 놓으면

$$ab + ab\left(1 - \frac{x}{100}\right) + ab\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{2x}{100}\right)$$

$$= 3ab\left(1 - \frac{18.5}{100}\right)$$

양변을 ab 로 나누면

$$1 + 1 - \frac{x}{100} + 1 - \frac{3x}{100} + \frac{2x^2}{10000} = 3 - \frac{55.5}{100}$$

$$\frac{2x^2}{10000} - \frac{4x}{100} + \frac{55.5}{100} = 0, 2x^2 - 400x + 5550 = 0$$

$$x^2 - 200x + 2775 = 0, (x-15)(x-185) = 0$$

$\therefore x=15$ ($\because 0 < x < 50$)

- 18** $y = m^2x^2 + 2mx^2 + 4mx + 2m = (m^2 + 2m)x^2 + 4mx + 2m$

이때 $m^2 + 2m \neq 0$ 이어야 하므로 $m(m+2) \neq 0$

$\therefore m \neq 0$ 그리고 $m \neq -2$

- 19** 이차함수 $y = x^2 - 4x + ab + a + b$ 에서

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + ab + a + b = (x-2)^2 + ab + a + b - 4$$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(2, ab+a+b-4)$ 이고, 제1사분면 위의 점이려면 $ab+a+b-4 > 0$ 이어야 한다.

$$ab+a+b+1 > 5, (a+1)(b+1) > 5$$

부등식 $(a+1)(b+1) > 5$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 1)$ 을 제외한 모든 순서쌍이다.

즉, 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

- 20** (i) $x=1$ 을 대입하면 $f(0)-f(1)=3$, $f(0)=3$, 즉, $c=3$

(ii) $x=2$ 를 대입하면 $f(1)-f(2)=-1$, $f(2)=1$

$$f(2)=4a+2b+3=1, 2a+b=-1 \quad \text{..... ㉠}$$

$$f(1)=a+b+3=0, a+b=-3 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-5$

(i), (ii)에 의하여 $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

이때 이차방정식 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 에서

$$(2x-3)(x-1) = 0, x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

즉, x 축과 만나는 점의 좌표는 $(\frac{3}{2}, 0)$, $(1, 0)$ 이다.

21 이차함수 $y=f(x)$ 의 x 절편이 a, b 이므로
 $f(x)=(x-a)(x-b)$
 이차함수 $y=g(x)$ 의 x 절편이 a, c 이므로
 $g(x)=(x-a)(x-c)$
 이때 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 에 대하여
 $f(x)+g(x)=(x-a)\{(x-b)+(x-c)\}=0$
 $(x-a)(2x-b-c)=0, x=a$ 또는 $x=\frac{b+c}{2}$

22 ① $f(-1)=a+b+c=0$
 ② $a<0, b<0, c>0$ 이므로 $a+b-c<0$
 ③ $f(-2)=4a+2b+c=4\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{4}\right)<0$
 즉, $a+\frac{b}{2}+\frac{c}{4}<0$
 ④ $f(4)=16a-4b+c=16\left(a-\frac{b}{4}+\frac{c}{16}\right)<0$
 즉, $a-\frac{b}{4}+\frac{c}{16}<0$
 ⑤ $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=\frac{1}{4}(a+2b+4c)>0$
 즉, $a+2b+4c>0$

23 $y=a(x-1)^2+9$ 에 $x=0, y=8$ 을 대입하면 $8=a+9, a=-1$
 이때 $y=-(x-1)^2+9=-x^2+2x+8$ 이므로 $b=2, c=8$
 $\therefore a-b+c=5$

24 $0=\frac{1}{2}x^2-k$ 에서
 $-\frac{1}{2}x^2=-k, x^2=2k, x=\pm\sqrt{2k}$
 즉, $A(-\sqrt{2k}, 0), B(\sqrt{2k}, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{2k}$
 이때 $2\sqrt{2k}$ 가 정수가 되려면 $k=2\times(\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 하므로
 $k=2\times 1^2, 2\times 2^2, 2\times 3^2$ 에서 $k=2, 8, 18$
 따라서 모든 k 의 값의 합은 $2+8+18=28$

25 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(5, 4)$
 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-5)^2+4$ 라 하자.
 $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QB}$ 이므로 $P(4, 2), Q(6, 2)$
 즉, $y=a(x-5)^2+4$ 에 $x=4, y=2$ 를 대입하면
 $2=a+4, a=-2$
 이때 $y=-2(x-5)^2+4=-2x^2+20x-46$ 이므로
 $b=20, c=-46$
 $\therefore ab-c=6$

26 $2\overline{PC}=3\overline{EC}$ 이므로 $\overline{PC}:\overline{EC}=3:2$
 점 P의 좌표를 $(3p, \frac{27}{2}p^2)$ 으로 놓으면 $Q(-2p, 6p^2)$ 이므로
 $\overline{CD}=\frac{27}{2}p^2-6p^2=\frac{15}{2}p^2$

이때 $\square PABC=(3p)^2=9p^2, \square QDCE=2p\times\frac{15}{2}p^2=15p^3$
 즉, $9p^2=15p^3$ 이므로 $15p=9, p=\frac{3}{5} (\because p\neq 0)$
 따라서 점 P의 x 좌표는 $3p=3\times\frac{3}{5}=\frac{9}{5}$

27 $A(-1, a), B(1, a), C\left(1, b+\frac{5}{4}\right), D(2, 4a)$ 이다.
 이때 점 $A(-1, a)$ 는 직선 $y=bx+\frac{5}{4}$ 위의 점이므로
 $a=-b+\frac{5}{4}, a+b=\frac{5}{4} \dots\dots \textcircled{1}$
 또, 두 점 C, D의 y 좌표는 같으므로
 $b+\frac{5}{4}=4a, 4a-b=\frac{5}{4} \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{4}$
 $\therefore a-b=-\frac{1}{4}$

28 점 P의 x 좌표를 a 로 놓으면
 $P\left(a, \frac{2}{3}(a+2)^2\right), Q(a, -2a^2-2)$
 이때 $\overline{PQ}=\frac{2}{3}(a+2)^2-(-2a^2-2)=\frac{14}{3}$ 이므로
 $2(a+2)^2-3(-2a^2-2)=14, 8a^2+8a=0, a^2+a=0$
 $a(a+1)=0, a=-1 (\because a<0)$
 즉, 점 P의 좌표는 $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$ 이다.

29 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-3x+a$ 에서
 $y=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+a=\frac{1}{2}(x-3)^2+a-\frac{9}{2}$
 즉, $D\left(3, a-\frac{9}{2}\right)$ 이다.
 이때 점 C의 좌표는 $(0, a)$ 이고 $\triangle ACB:\triangle ADB=2:11$ 이므로
 $a:\left(a-\frac{9}{2}\right)=2:11, 2a-9=11a$
 $-9a=9, a=-1$

30 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 세 점 $(-1, 1), (0, 3), (1, 9)$ 를 지난다.
 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 y 절편이 3이므로 $c=3$
 $y=ax^2+bx+3$ 에 $x=-1, y=1$ 을 대입하면
 $1=a-b+3, a-b=-2 \dots\dots \textcircled{1}$
 $y=ax^2+bx+3$ 에 $x=1, y=9$ 를 대입하면
 $9=a+b+3, a+b=6 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=4$
 즉, $y=2x^2+4x+3$ 이므로
 $y=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$

이차함수 $y=2x^2-4x-3$ 에서

$$y=2(x^2-2x+1-1)-3=2(x-1)^2-5$$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$ 에서 $(1, -5)$ 로 이동하였으므로 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 $p=2, q=-6$ 이므로 $p+q=-4$

31 점 Q의 x 좌표를 a ($a>0$)로 놓으면

$$P(a, a^2), Q(a, 0)$$

이때 정삼각형 PQR의 한 변의 길이는 $\overline{PQ}=a^2$ 이므로

점 R에서 \overline{PQ} 에 내린 수선의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ 이다.

즉, 점 R의 x 좌표는 $a+\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ 이므로

$$a+\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=\frac{5\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}a^2+2a-5\sqrt{3}=0$$

$$(\sqrt{3}a+5)(a-\sqrt{3})=0, a=\sqrt{3} (\because a>0)$$

따라서 점 P의 좌표는 $(\sqrt{3}, 3)$ 이다.

32 직선 OP_1 의 방정식은 $y=x$ 이므로 직선 OP_1 과 평행한 직선의 기울기는 모두 1이다.

$$P_1(1, 1), P_2(-1, 1)$$

직선 P_2P_3 의 방정식을 $y=x+b_1$ 로 놓고, $x=-1, y=1$ 을 대입하면

$$1=-1+b_1, b_1=2, \text{ 즉 } y=x+2$$

이때 직선 P_2P_3 과 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프의 교점의 x 좌표는

$$x^2=x+2, x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

즉, $P_3(2, 4)$ 이고, $P_4(-2, 4)$ 이다.

또, 직선 P_4P_5 의 방정식을 $y=x+b_2$ 로 놓고, $x=-2, y=4$ 를 대입하면

$$4=-2+b_2, b_2=6, \text{ 즉 } y=x+6$$

이때 직선 P_4P_5 와 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프의 교점의 x 좌표는

$$x^2=x+6, x^2-x-6=0$$

$$(x+2)(x-3)=0, x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

즉, $P_5(3, 9)$

$$\therefore \triangle P_3P_4P_5=\frac{1}{2} \times 4 \times 5=10$$

01 ㄱ. x^2+x-6 (이차식)

ㄴ. $x^2-2x+1=-x^2+3, 2x^2-2x-2=0$ (이차방정식)

ㄷ. 미지수가 분모에 있으므로 이차방정식이 아니다.

ㄹ. $-2x^2-2x+3=0$ (이차방정식)

ㅁ. $3x^2-3x=5+3x^2, -3x-5=0$ (일차방정식)

따라서 x 에 대한 이차방정식인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

02 $x^2-5x-6=0$ 에서 $(x+1)(x-6)=0, x=-1$ 또는 $x=6$

즉, $a=6, b=-1$ ($\because a>b$)이므로

$$a-b=6-(-1)=7$$

03 ① $x^2-x-6=0, (x+2)(x-3)=0 \therefore x=-2$ 또는 $x=3$

② $x(x+7)=0 \therefore x=0$ 또는 $x=-7$

③ $x^2-2x-15=0, (x+3)(x-5)=0 \therefore x=-3$ 또는 $x=5$

④ $x=-4$ 또는 $x=1$

⑤ $x^2-10x+25=0, (x-5)^2=0 \therefore x=5$

따라서 중근을 갖는 것은 ⑤이다.

04 이차방정식 $2x^2-8x-6=0$ 에서

$$x^2-4x-3=0, x^2-4x=3$$

$$x^2-4x+4=3+4, (x-2)^2=7$$

즉, $p=-2, q=7$ 이므로

$$p+q=-2+7=5$$

05 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2}=\frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

06 양변에 10을 곱하면 $5x^2-10x+4=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-5 \times 4}}{5}=\frac{5 \pm \sqrt{5}}{5}$$

즉, $a=5, b=5$ 이므로

$$a-b=5-5=0$$

07 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 하므로

$$(k+1)^2-(k+7)=0, k^2+k-6=0$$

$$(k+3)(k-2)=0, k=-3 \text{ 또는 } k=2$$

즉, $m=2, n=-3$ ($\because m>n$)이므로

$$m-n=2-(-3)=5$$

08 $3x^2+ax+b=3(x+5)(x-2)=3(x^2+3x-10)$

$$=3x^2+9x-30$$

즉, $a=9, b=-30$ 이므로
 $a+b=9+(-30)=-21$

09 $20x-5x^2=0$ 에서

$x^2-4x=0, x(x-4)=0, x=4$ ($\because x>0$)
 따라서 야구공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 4초이다.

10 연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 로 놓으면

$x(x+1)=182, x^2+x-182=0$
 $(x+14)(x-13)=0, x=13$ ($\because x$ 는 자연수)
 즉, 연속하는 두 자연수는 13, 14이므로 두 자연수의 합은
 $13+14=27$

11 일차함수 $y=(1-m)x+4$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로

$1-m<0, -m<-1, m>1$
 또, $y=(1-m)x+4$ 에 $x=m, y=2$ 를 대입하면
 $2=(1-m)m+4, 2=m-m^2+4, m^2-m-2=0$
 $(m+1)(m-2)=0, m=2$ ($\because m>1$)

12 $\overline{PR}=x$ cm ($0<x<10$)로 놓으면 $\overline{PQ}=\overline{AQ}=(20-x)$ cm이므로

$\square\text{PRCQ}=(20-x) \times x=96, -x^2+20x=96$
 $x^2-20x+96=0, (x-8)(x-12)=0$
 $x=8$ ($\because 0<x<10$)

따라서 \overline{PR} 의 길이는 8 cm이다.

13 ① $y=\frac{x(x-3)}{2}$ (이차함수) ② $y=x^2$ (이차함수)

③ $y=x(x+1)$ (이차함수) ④ $y=3x$ (일차함수)

⑤ $y=\frac{1}{2}x(x+2)$ (이차함수)

따라서 y 가 x 의 이차함수가 아닌 것은 ④이다.

14 ③ $y=-2x^2$ 에 $x=-3, y=-18$ 을 대입하면

$-18=-2 \times (-3)^2$
 즉, 등식이 성립하므로 점 $(-3, -18)$ 을 지난다.
 ⑤ 위로 볼록한 포물선이므로 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면
 y 의 값은 감소한다.

따라서 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x-2)^2$

따라서 $y=3(x-2)^2$ 에 $x=5, y=a$ 를 대입하면
 $a=3 \times 9=27$

16 이차함수 $y=a(x+p)^2+q$ 의 그래프에 대하여

(i) 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(-p, q)$ 이고, 제3사분면 위의 점이므로
 $-p<0, q<0$

즉, $p>0, q<0$

(i), (ii)에 의하여 $a>0, p>0, q<0$

17 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+k=-\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+k$

$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+3+k$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 3+k)$ 이다.

이때 꼭짓점이 직선 $y=2x-1$ 위에 있으므로

$3+k=6-1, k=2$

18 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 클수록 좁아진다.

즉, $|\frac{1}{4}| < |-\frac{1}{3}| < |\frac{1}{2}| < |2| < |-3|$ 이므로

그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

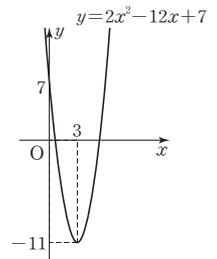
19 $y=2x^2-12x+7=2(x^2-6x+9-9)+7$

$=2(x-3)^2-11$

∴ y 절편은 7이다.

□. 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -11만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=2x^2-12x+7$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.



20 이차방정식 $-x^2+6x-5=0$ 에서

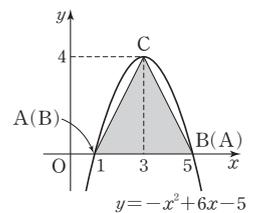
$x^2-6x+5=0, (x-1)(x-5)=0, x=1$ 또는 $x=5$

또, $y=-x^2+6x-5=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-5$
 $=-\frac{1}{2}(x-3)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$ 이다.

즉, 이차함수 $y=-x^2+6x-5$ 의 그래프는 그림과 같이 나타낼 수 있으므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 4 = 8$



21 $x^2-mx+6=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$4-2m+6=0, -2m=-10$ ①

∴ $m=5$ ②

채점기준	배점
① $x=2$ 를 대입하여 식을 바르게 정리하였다.	3
② m 의 값을 바르게 구하였다.	2

- 22 좌변의 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2-3x=2$ ①
 양변에 $\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ 를 더하면 $x^2-3x+\frac{9}{4}=2+\frac{9}{4}$ ②
 좌변을 완전제곱식으로 고치고, 우변을 정리하면
 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$ ③
 제곱근을 이용하여 해를 구하면
 $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{17}}{2}, x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ ④
 $\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

채점기준	배점
① 좌변의 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
② 양변에 알맞은 수를 더하였다.	2
③ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
④ 제곱근을 이용하여 이차방정식 $x^2-3x-2=0$ 의 해를 바르게 구하였다.	2

- 23 (1) 길이를 제외한 부분의 넓이가 700 m^2 이므로
 $(40-x)(25-x)=700$ ①
 $\therefore (40-x)(25-x)=700$
 (2) 이차방정식 $(40-x)(25-x)=700$ 에서
 $x^2-65x+300=0, (x-5)(x-60)=0$
 $x=5$ ($\because 0 < x < 25$) ②
 $\therefore 5$

채점기준	배점
① x 에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② x 의 값을 바르게 구하였다.	3

- 24 $f(-1)=-3$ 에서
 $-1-k+1=-3, -k=-3, k=3$ ①
 즉, $f(x)=-x^2+3x+1$ 이므로 ②
 $f(0)=0+0+1=1, f(1)=-1+3+1=3$ ③
 $\therefore f(0)+f(1)=1+3=4$ ④

채점기준	배점
① k 의 값을 바르게 구하였다.	2
② $f(x)$ 를 바르게 제시하였다.	1
③ $f(0), f(1)$ 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
④ $f(0)+f(1)$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 25 꼭짓점의 좌표가 $(3, 4)$ 이므로 이차함수의 그래프의 식을
 $y=a(x-3)^2+4$ 라 하자. ①
 $y=a(x-3)^2+4$ 에 $x=0, y=-5$ 를 대입하면
 $-5=9a+4, -9a=9, a=-1$ ②
 이때 $y=-(x-3)^2+4=-(x^2-6x+9)+4$
 $=-x^2+6x-5$
 이므로 $b=6, c=-5$ ③
 $\therefore a+b+c=-1+6+(-5)=0$ ④

채점기준	배점
① 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
④ $a+b+c$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

파이널 모의고사 · 2회 149-152p

- 01 $x=3$ 을 각각 대입하면
 ① $2 \times 3^2 - 6 = 12 \neq 0$ ② $3 \times (3-3) = 0$
 ③ $3^2 + 6 \times 3 + 9 = 36 \neq 0$ ④ $3 \times 3^2 + 5 \times 3 - 12 = 30 \neq 0$
 ⑤ $(3-1)(3-2) = 2 \neq 0$
 따라서 $x=3$ 을 해로 갖는 이차방정식은 ②이다.
- 02 이차방정식 $(x+2)(2x-3)=0$ 에서
 $x+2=0$ 또는 $2x-3=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
- 03 이차방정식 $x^2+8x+2k=4x+4$ 를 정리하면
 $x^2+4x+2k-4=0$ 이므로
 $2k-4=\left(\frac{4}{2}\right)^2, 2k-4=4, 2k=8$
 $\therefore k=4$
- 04 이차방정식 $x^2-3x-4=0$ 에서
 $(x+1)(x-4)=0, x=-1$ 또는 $x=4$
 이차방정식 $3x^2-13x+4=0$ 에서
 $(3x-1)(x-4)=0, x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$
 따라서 두 이차방정식 $x^2-3x-4=0, 3x^2-13x+4=0$ 의 공통인 근은 $x=4$ 이다.
- 05 이차방정식 $2(x+a)^2=10$ 에서
 $(x+a)^2=5, x+a=\pm\sqrt{5}, x=-a\pm\sqrt{5}$
 즉, $-a=-5, 5=b$ 이므로 $a=5, b=5$
 $\therefore a-b=5-5=0$
- 06 공통부분 $x-3$ 을 A 로 치환하면
 $A^2-7A+10=0, (A-2)(A-5)=0$
 $A=x-3$ 을 대입하면

$$\{(x-3)-2\}\{(x-3)-5\}=0, (x-5)(x-8)=0$$

$$x=5 \text{ 또는 } x=8$$

따라서 이차방정식 $(x-3)^2-7(x-3)+10=0$ 의 두 근의 합은 $5+8=13$

- 07** ① $x^2-9=0$ 이므로 $0^2-4 \times 1 \times (-9)=36 > 0 \Rightarrow$ 근이 2개
 ② $3x^2-8x+6=0$ 이므로 $(-8)^2-4 \times 3 \times 6=-8 < 0 \Rightarrow$ 근이 0개
 ③ $(-7)^2-4 \times 2 \times 3=25 > 0 \Rightarrow$ 근이 2개
 ④ $x^2+7x+10=0$ 이므로 $7^2-4 \times 1 \times 10=9 > 0 \Rightarrow$ 근이 2개
 ⑤ $3x^2-x-2=0$ 이므로 $(-1)^2-4 \times 3 \times (-2)=25 > 0 \Rightarrow$ 근이 2개
- 따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

- 08** 이차방정식 $x^2+(k+1)x+k=0$ 의 한 근이 $x=2$ 이므로 $x^2+(k+1)x+k=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $4+(k+1) \times 2+k=0, 4+2k+2+k=0$
 $3k=-6, k=-2$
 즉, 처음 이차방정식은 $x^2-2x-1=0$ 이므로 근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-1)}}{1} = 1 \pm \sqrt{2}$$

- 09** 어머니의 나이의 3배와 딸의 나이의 제곱이 같아지는 것을 x 년 후로 놓으면 $3(46+x)=(10+x)^2, 138+3x=100+20x+x^2$
 $x^2+17x-38=0, (x+19)(x-2)=0$
 $x=2$ ($\because x$ 는 자연수)
 따라서 어머니의 나이의 3배와 딸의 나이의 제곱이 같아지는 것은 2년 후이다.

- 10** 숲속에 있는 원숭이를 x 마리로 놓으면 $(\frac{1}{4}x)^2+4=x, \frac{1}{16}x^2+4=x, x^2+64=16x$
 $x^2-16x+64=0, (x-8)^2=0, x=8$
 따라서 숲속에 있는 원숭이는 모두 8마리이다.

- 11** 구하는 시간을 x 초 후로 놓으면 $\overline{PB}=(10-x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로 $\Delta PBQ = \frac{1}{2} \times (10-x) \times 3x = 36, 30x-3x^2=72$
 $3x^2-30x+72=0, x^2-10x+24=0$
 $(x-4)(x-6)=0, x=4$ ($\because 0 < x \leq 5$)
 따라서 ΔPBQ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다.

- 12** 처음 원의 반지름의 길이를 x cm로 놓으면 $\pi(x+4)^2=9\pi x^2, x^2+8x+16=9x^2, -8x^2+8x+16=0$
 $x^2-x-2=0, (x+1)(x-2)=0, x=2$ ($\because x > 0$)
 따라서 처음 원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

- 13** 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.
 $y=2x^2-mx+mx^2+2=(2+m)x^2-mx+2$
 즉, $2+m \neq 0, m \neq -2$

- 14** 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a > 0$ 이어야 한다.
 따라서 아래로 볼록한 것은 $\neg, \text{ㄷ}, \text{ㄹ}$ 이다.

- 15** 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2+a$
 따라서 $y=\frac{2}{3}x^2+a$ 에 $x=3, y=4$ 를 대입하면 $4=\frac{2}{3} \times 9+a, 4=6+a, a=-2$

- 16** $y=-3(x-1)^2+4 \xrightarrow[\text{y축:n}]{\text{x축:m}}$ $y=-3(x-m-1)^2+4+n$
 이때 $-m-1=2, 4+n=1$ 이므로 $m=-3, n=-3$
 $\therefore m+n=-3+(-3)=-6$

- 17** $y=0$ 일 때의 x 의 값을 구하면 $x^2-2x-35=0, (x+5)(x-7)=0, x=-5$ 또는 $x=7$
 즉, A(-5, 0), B(7, 0) 또는 A(7, 0), B(-5, 0)이므로 $\overline{AB}=7-(-5)=12$

- 18** 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 평행이동하여도 x^2 의 계수 a 의 값은 변함이 없다.
 따라서 평행이동하여 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은 ③이다.

- 19** 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0, b > 0$
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$
 ④ $x=2$ 일 때, $y=4a+2b+c > 0$
 ⑤ $x=-\frac{1}{2}$ 일 때, $y=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c=\frac{1}{4}(a-2b+4c) < 0$
 즉, $a-2b+4c < 0$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20 y 절편이 5이므로 $c=5$

$y=ax^2+bx+5$ 에 $x=-3, y=2$ 를 대입하면

$$2=9a-3b+5, 9a-3b=-3, 3a-b=-1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$y=ax^2+bx+5$ 에 $x=1, y=10$ 을 대입하면

$$10=a+b+5, a+b=5 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=1, b=4$

$$\therefore a-b+c=1-4+5=2$$

21 (1) $ax^2+(a-2)x+1=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$a+a-2+1=0, 2a=1, a=\frac{1}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \frac{1}{2}$$

(2) 처음 이차방정식이 $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=0$ 이므로

$$x^2-3x+2=0, (x-1)(x-2)=0$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=2 \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 다른 한 근은 $x=2$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

$$\therefore x=2$$

채점기준	배점
① a 의 값을 바르게 구하였다.	2
② 처음 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
③ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

22 (i) 이차방정식 $x^2+x-m=0$ 의 근이 존재하려면

$$1^2-4 \times 1 \times (-m) \geq 0 \text{ 이어야 하므로 } \dots \textcircled{1}$$

$$1+4m \geq 0, 4m \geq -1, m \geq -\frac{1}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

(ii) 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$ 의 근이 존재하지 않으려면

$$(-2)^2-4 \times 1 \times (-m+3) < 0 \text{ 이어야 하므로 } \dots \textcircled{3}$$

$$4+4m-12 < 0, 4m < 8, m < 2 \quad \dots \textcircled{4}$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 정수 m 의 값은 0, 1이다. $\dots \textcircled{5}$

$$\therefore 0, 1$$

채점기준	배점
① 이차방정식 $x^2+x-m=0$ 의 근이 존재하기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
② 이차방정식 $x^2+x-m=0$ 의 근이 존재하도록 하는 m 의 값의 범위를 바르게 구하였다.	1
③ 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$ 의 근이 존재하지 않기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
④ 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$ 의 근이 존재하지 않도록 하는 m 의 값의 범위를 바르게 구하였다.	1
⑤ 정수 m 의 값을 모두 바르게 구하였다.	2

23 새로 만든 꽃밭의 가로 길이는 $(8+x)$ m, 세로 길이는 $(6+x)$ m이므로

$$(8+x)(6+x)=8 \times 6+32 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$48+14x+x^2=80, x^2+14x-32=0$$

$$(x+16)(x-2)=0, x=2 (\because x > 0) \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore 2$$

채점기준	배점
① x 에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② x 의 값을 바르게 구하였다.	3

24 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을

$$y=a(x+2)^2+3 \text{ 이라 하자. } \dots \textcircled{1}$$

이때 이차함수의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$y=a(x+2)^2+3 \text{ 에 } x=4, y=-1 \text{ 을 대입하면}$$

$$-1=36a+3, -36a=4, a=-\frac{1}{9} \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{9}(x+2)^2+3$ 이다.

$$\dots \textcircled{3}$$

$$\therefore y=-\frac{1}{9}(x+2)^2+3$$

채점기준	배점
① 구하는 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	1

$$25 y=\frac{1}{2}x^2+3x+3=\frac{1}{2}(x^2+6x+9-9)+3$$

$$=\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{3}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

따라서 축의 방정식은 $x=-3$ 이고,

꼭짓점의 좌표는 $(-3, -\frac{3}{2})$ 이다. $\dots \textcircled{2}$

$$\therefore x=-3, (-3, -\frac{3}{2})$$

채점기준	배점
① $y=\frac{1}{2}x^2+3x+3$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
② 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 차례대로 바르게 구하였다.	2

01 $(x+2)(4x-1)=(a-1)^2x^2-3x$ 에서

$$4x^2+7x-2=(a^2-2a+1)x^2-3x$$

$$(-a^2+2a+3)x^2+10x-2=0$$

이때 $-a^2+2a+3 \neq 0$ 이어야 하므로

$$a^2-2a-3 \neq 0, (a+1)(a-3) \neq 0, a \neq -1 \text{ 이고 } a \neq 3$$

02 $x^2-6x+1=0$ 에 $x=p$ 를 대입하면

$$p^2-6p+1=0$$

$p \neq 0$ 이므로 양변을 p 로 나누면

$$p-6+\frac{1}{p}=0, p+\frac{1}{p}=6$$

$$\therefore p^2+\frac{1}{p^2}=\left(p+\frac{1}{p}\right)^2-2=6^2-2=34$$

03 $x^2+3x-2a=0$ 에 $x=-5$ 를 대입하면

$$25-15-2a=0, -2a=-10, a=5$$

즉, $x^2+3x-10=0$ 이므로

$$(x+5)(x-2)=0, x=-5 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $x=2$ 가 이차방정식 $3x^2-2x+b=0$ 의 한 근이므로

$$3 \times 4-4+b=0, b=-8$$

$$\therefore a+b=5+(-8)=-3$$

04 ① $k=0$ 이면 $(x+p)^2=0, x=-p$ 이므로 중근을 갖는다.

② $p=0$ 이어도 $k < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

③, ⑤ x 에 대한 이차방정식 $(x+p)^2=k$ 가 근을 가지려면 $k \geq 0$ 이어야 하고, 근을 갖지 않으려면 $k < 0$ 이어야 한다.

④ $p < 0$ 이고 $k > 0$ 이면 $x+p=\pm\sqrt{k}, x=-p\pm\sqrt{k}$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 x 에 대한 이차방정식 $(x+p)^2=k$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ②이다.

05 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4 \times 1 \times (a-1)}}{2 \times 1}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9-4a+4}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{13-4a}}{2}$$

이때 해가 모두 유리수가 되려면 $13-4a$ 의 값이 0 또는 자연수의 제곱이 되어야 한다.

(i) $13-4a=0$ 에서 $a=\frac{13}{4}$ (ii) $13-4a=1$ 에서 $a=3$

(iii) $13-4a=4$ 에서 $a=\frac{9}{4}$ (iv) $13-4a=9$ 에서 $a=1$

(i)~(iv)에 의하여 자연수 a 의 값은 1, 3이므로 모든 자연수 a 의 값의 합은 $1+3=4$

06 $\frac{x(x-1)}{3}-\frac{(x-3)(x+2)}{6}=2$ 의 양변에 6을 곱하면

$$2x(x-1)-(x-3)(x+2)=12$$

괄호를 풀어 정리하면

$$2x^2-2x-(x^2-x-6)=12, 2x^2-2x-x^2+x+6=12$$

$$x^2-x-6=0, (x+2)(x-3)=0, x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

07 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-4ac=0$ 이어야 하므로

$$\{-(k+2)\}^2-4 \times 1 \times (3k-3)=0, k^2-8k+16=0$$

$$(k-4)^2=0, k=4$$

즉, $x^2-6x+9=0$ 이므로

$$(x-3)^2=0, x=3$$

따라서 상수 k 의 값과 중근의 합은

$$4+3=7$$

08 $x=-1+\sqrt{6}$ 에서 $x+1=\sqrt{6}$

양변을 제곱하면

$$(x+1)^2=6, x^2+2x+1=6, x^2+2x-5=0$$

즉, $a=2, b=-5$ 이므로

$$a+b=2+(-5)=-3$$

09 $\frac{n(n-3)}{2}=77$ 에서

$$n^2-3n=154, n^2-3n-154=0$$

$$(n+11)(n-14)=0, n=14 (\because n \text{은 } 3 \text{보다 큰 자연수})$$

따라서 대각선의 개수가 77인 다각형은 십사각형이다.

10 어떤 자연수를 x 로 놓으면

$$x(x+2)=48, x^2+2x-48=0$$

$$(x+8)(x-6)=0, x=6 (\because x \text{는 자연수})$$

즉, 어떤 자연수는 6이므로 처음에 구하려고 했던 두 수의 곱은

$$6 \times (6-4)=12$$

11 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의

한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이므로

$$x^2+(8-x)^2=40, x^2+64-16x+x^2=40$$

$$2x^2-16x+24=0, x^2-8x+12=0$$

$$(x-2)(x-6)=0, x=6 (\because 4 < x < 8)$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다.

12 ③ $y=x^2-3x-x^2+8=-3x+8$ (일차함수)

④ $y=x^2-6x+9-2x-7=x^2-8x+2$ (이차함수)

⑤ $y=2x^2-5x-3-x^2=x^2-5x-3$ (이차함수)

따라서 이차함수가 아닌 것은 ③이다.

13 그래프가 색칠한 부분에 있는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓으면 그래프의 폭은 a 의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

즉, $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{1}{3}$ 이어야 하므로 그래프가 색칠한

부분에 있는 것은 ②, ③이다.

14 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

④ 그래프가 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, -1)$ 이므로 제3사분면, 제4사분면을 지난다. 따라서 이차함수 $y = -2x^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ③이다.

15 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16 나. $y = 3(x-1)^2 + 2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = 3 \times 1 + 2 = 5$ 즉, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$ 이다.
 다. 그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 라. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 이차함수 $y = 3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 가, 다이다.

17 $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 3 = -(x-2)^2 + 1$ 즉, 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 $p=2, q=1$
 $\therefore p+q=2+1=3$

[다른 풀이]
 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -(x-p)^2 + q = -(x^2 - 2px + p^2) + q = -x^2 + 2px - p^2 + q$
 즉, $2p=4, -p^2+q=-3$ 이므로 $p=2, q=p^2-3=4-3=1$
 $\therefore p+q=2+1=3$

18 $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 4 = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 3$ 따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$, y 절편이 4이고, 아래로 볼록한 그래프는 ①이다.

19 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 에서 $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x+1)^2 + 1$
 $y = 2x^2 - 16x + 36$ 에서 $y = 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 36 = 2(x-4)^2 + 4$
 이때 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$ 에서 $(4, 4)$ 로 이동했으므로 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
 즉, $m=5, n=3$ 이므로 $mn=5 \times 3=15$

[다른 풀이]
 $y = 2x^2 + 4x + 3 = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x+1)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2(x-m+1)^2 + 1 + n$$

이때 $y = 2x^2 - 16x + 36 = 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 36 = 2(x-4)^2 + 4$
 이므로 $-m+1 = -4, 1+n=4$
 즉, $m=5, n=3$ 이므로 $mn=5 \times 3=15$

20 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2 + q$ 라 하자.
 $y = a(x-1)^2 + q$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입하면 $a+q=1$ ㉠
 $y = a(x-1)^2 + q$ 에 $x=-1, y=10$ 을 대입하면 $4a+q=10$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3, q=-2$
 즉, $y = 3(x-1)^2 - 2 = 3x^2 - 6x + 1$ 이므로 $b=-6, c=1$
 $\therefore a+b+c=3+(-6)+1=-2$

21 근의 짝수 공식에 의하여 $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times a}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{4-3a}}{3}$ ①
 이때 $4-3a=19$ 에서 $-3a=15, a=-5$ 이고, $b=2$ 이다. ②
 $\therefore a=-5, b=2$

채점기준	배점
① 이차방정식 $3x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 a 를 사용한 식으로 바르게 나타내었다.	3
② 유리수 a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2

22 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm로 놓으면 가로 길이는 $(x+4)$ cm이므로 $\{(x+4)-6\} \times (x-6) \times 3 = 231$ ①
 이 이차방정식을 풀면 $(x-2)(x-6) = 77, x^2 - 8x + 12 = 77, x^2 - 8x - 65 = 0$
 $(x+5)(x-13) = 0, x=13 (\because x > 6)$ ②
 따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이는 13 cm이다. ③
 $\therefore 13$ cm

채점기준	배점
① 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm로 놓은 후 x 에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
② x 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 바르게 구하였다.	1

23 원점을 꼭짓점으로 하므로 이차함수의 그래프의 식을

$y=ax^2$ 으로 놓자.

이 그래프가 점 $(-2, 12)$ 를 지나므로

$$12=4a, a=3$$

즉, 이차함수의 그래프의 식은 $y=3x^2$ 이다. ①

이때 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프가 점 $(k, 9)$ 를 지나므로

$$9=3k^2, k^2=3, k=\sqrt{3} (\because k \text{는 양수}) \dots\dots ②$$

$$\therefore \sqrt{3}$$

채점기준	배점
① 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구하였다.	3
② 양수 k 의 값을 바르게 구하였다.	2

24 (1) 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼,

y 축의 방향으로 17 만큼 평행이동한 이차함수의 그래프의 식은

$$y=-3(x+4)^2+17 \text{이다.} \dots\dots ①$$

$$\therefore y=-3(x+4)^2+17$$

(2) $y=-3(x+4)^2+17$ 에 $x=k, y=5$ 를 대입하면

$$5=-3(k+4)^2+17, 3(k+4)^2=12, (k+4)^2=4$$

$$k+4=\pm 2, k=-6 \text{ 또는 } k=-2$$

따라서 k 의 값을 모두 구하면 $-6, -2$ 이다. ②

$$\therefore -6, -2$$

채점기준	배점
① 평행이동한 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
② k 의 값을 모두 바르게 구하였다.	3

25 이차방정식 $2x^2-4x-6=0$ 에서

$$x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$$

$$x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

즉, $A(3, 0)$ ①

y 절편이 -6 이므로 $B(0, -6)$ ②

$$y=2x^2-4x-6=2(x^2-2x+1-1)-6$$

$$=2(x-1)^2-8$$

이므로 $C(1, -8)$ ③

그림과 같이 점 C 에서 y 축에 내린 수선의 발을 D 로 놓으면

$$D(0, -8) \dots\dots ④$$

$\therefore \triangle ABC$

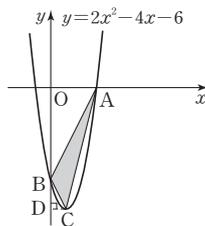
$$= \square AODC - (\triangle AOB + \triangle BDC)$$

$$= \frac{1}{2} \times (3+1) \times 8$$

$$- \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right)$$

$$= 16 - (9+1)$$

$$= 6 \dots\dots ⑤$$



채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
② 점 B의 좌표를 바르게 구하였다.	1
③ 점 C의 좌표를 바르게 구하였다.	2
④ 점 C에서 y 축에 내린 수선의 발을 D 로 놓은 후 점 D 의 좌표를 바르게 구하였다.	1
⑤ $\triangle ABC$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	2

[다른 풀이]

이차방정식 $2x^2-4x-6=0$ 에서

$$x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$$

$$x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

즉, $A(3, 0)$ ①

y 절편이 -6 이므로 $B(0, -6)$ ②

$$y=2x^2-4x-6=2(x^2-2x+1-1)-6$$

$$=2(x-1)^2-8$$

이므로 $C(1, -8)$ ③

이때 그림과 같이 \overline{OC} 를 그으면

$$\triangle ABC$$

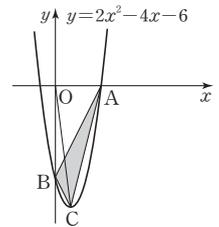
$$= \triangle AOC + \triangle OBC - \triangle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1$$

$$- \frac{1}{2} \times 3 \times 6$$

$$= 12 + 3 - 9 = 6$$

$\therefore 6$



채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
② 점 B의 좌표를 바르게 구하였다.	1
③ 점 C의 좌표를 바르게 구하였다.	2
④ $\triangle ABC$ 의 넓이를 바르게 구하였다.	3

파이널 모의고사 · 4회

157-160p

01 ① $-5x^2-2x+3=0$ (이차방정식)

② $x^2+5x-2=0$ (이차방정식)

③ $3x^2-4x+1=0$ (이차방정식)

④ $x^2+x-2=x^2, x-2=0$ (일차방정식)

⑤ $3x^2-3x=2x^2-5x-3, x^2+2x+3=0$ (이차방정식)

따라서 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ④이다.

02 $(2k-4)x^2-(3k-4)x-3=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$9(2k-4)-3(3k-4)-3=0, 18k-36-9k+12-3=0$$

$$9k=27, k=3$$

03 $3x^2-5x-28=0$ 에서

$$(3x+7)(x-4)=0, x=-\frac{7}{3} \text{ 또는 } x=4$$

04 양변을 2로 나누면 $x^2-4x-7=0$

$$-7 \text{을 우변으로 이항하면 } x^2-4x=7$$

$$\text{양변에 } \left(\frac{-4}{2}\right)^2=4 \text{를 더하면 } x^2-4x+4=7+4$$

좌변을 완전제곱식으로 고치고, 우변을 정리하면 $(x-2)^2=11$
제곱근을 이용하여 해를 구하면

$$x-2=\pm\sqrt{11}, x=2\pm\sqrt{11}$$

즉, $A=4, B=11$ 이므로

$$A+B=4+11=15$$

05 양변에 6을 곱하면 $9x^2-2x-1=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-9\times(-1)}}{9}=\frac{1\pm\sqrt{10}}{9}$$

즉, $p=9, q=1, r=10$ 이므로

$$p+q+r=9+1+10=20$$

06 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $b^2-4ac<0$ 인 것을 찾는다.

① $6^2-4\times 1\times 9=0 \Rightarrow$ 중근

② $4^2-4\times 1\times (-1)=20>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

③ $3^2-4\times 1\times 9=-27<0 \Rightarrow$ 근이 없다.

④ $(-3)^2-4\times 1\times 2=1>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

⑤ $(-6)^2-4\times 1\times (-9)=72>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

따라서 근이 없는 것은 ③이다.

07 $2x^2+5x=17x-m$ 에서 $2x^2-12x+m=0$

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-ac=0$ 이어야 하므로

$$(-6)^2-2\times m=0, -2m=-36, m=18$$

즉, $(m-15)x^2+6x-9=0$ 에 $m=18$ 을 대입하면

$$3x^2+6x-9=0 \text{이므로}$$

$$x^2+2x-3=0, (x+3)(x-1)=0, x=-3 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 근의 합은

$$-3+1=-2$$

08 $-5t^2+50t+30=110$ 에서

$$-5t^2+50t-80=0, t^2-10t+16=0$$

$$(t-2)(t-8)=0, t=2 \text{ 또는 } t=8$$

따라서 물 로켓의 지면으로부터의 높이가 110 m 이상인 것은
2초 후부터 8초 후까지이므로 $8-2=6$ (초) 동안이다.

09 윤우네 반의 전체 학생 수를 x 로 놓으면 한 학생이 받을 색종이
의 장수는 $x-3$ 이므로

$$x(x-3)=180, x^2-3x-180=0$$

$$(x+12)(x-15)=0, x=15 (\because x \text{는 } 3 \text{보다 큰 자연수})$$

따라서 윤우네 반의 전체 학생 수는 15이다.

10 직사각형 DEFC와 직사각형 ABCD가 서로 닮은 도형이고,

$$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-10(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$(x-10):10=10:x, x(x-10)=100, x^2-10x-100=0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-1\times(-100)}}{1}=5\pm 5\sqrt{5}$$

이때 $x>10$ 이므로

$$x=5+5\sqrt{5}$$

11 통로의 넓이가 32 m^2 이므로

$$(8+2x)(6+2x)-8\times 6=32, 48+28x+4x^2-48=32$$

$$4x^2+28x-32=0, x^2+7x-8=0$$

$$(x+8)(x-1)=0, x=1 (\because x>0)$$

12 $f(1)=-1$ 에서

$$3-a+5=-1, -a=-9, a=9$$

즉, $f(x)=3x^2-9x+5$ 이므로 $f(2)=b$ 에서

$$12-18+5=b, b=-1$$

$$\therefore a-b=9-(-1)=10$$

13 두 이차함수 $y=ax^2, y=2x^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이

므로 $a=-2$

$$y=-2x^2 \text{에 } x=b, y=-8 \text{을 대입하면}$$

$$-8=-2b^2, b^2=4, b=2 (\because b>0)$$

$$\therefore a+b=-2+2=0$$

14 ① 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 0)$ 이다.

② 직선 $x=-5$ 를 축으로 한다.

③ 그래프가 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가

$$(-5, 0) \text{이므로 제3, 4사분면을 지난다.}$$

따라서 이차함수 $y=-(x+5)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은
것은 ④, ⑤이다.

15 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y=a(x+2)^2+4 \text{로 놓자.}$$

$$y=a(x+2)^2+4 \text{에 } x=0, y=1 \text{을 대입하면}$$

$$1=4a+4, -4a=3, a=-\frac{3}{4}$$

$$\text{즉, } a=-\frac{3}{4}, p=-2, q=4 \text{이므로}$$

$$apq=-\frac{3}{4}\times(-2)\times 4=6$$

16 $y=3x^2+12x+5=3(x^2+4x+4-4)+5=3(x+2)^2-7$

즉, $a=3, p=-2, q=-7$ 이므로
 $a+p-q=3+(-2)-(-7)=8$

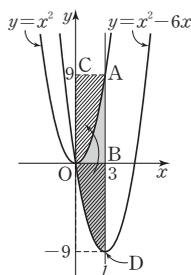
17 $y=-5x^2+10x+4=-5(x^2-2x+1-1)+4$
 $=-5(x-1)^2+9$

즉, 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 $x>1$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

- 18 (i) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
 (ii) 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0, b>0$
 (iii) y 절편이 음수이므로 $c<0$
 (i), (ii), (iii)에 의하여
 $a>0, b>0, c<0$

19 $y=x^2-6x=x^2-6x+9-9=(x-3)^2-9$ 이므로 이차함수 $y=x^2-6x$ 의 그래프는 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 것이다.

즉, 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 직선 l 과 두 이차함수의 그래프의 교점을 각각 A, D로 놓으면 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 OBAC의 넓이와 같다.



이때 A(3, 9)이므로
 (색칠한 부분의 넓이) = $3 \times 9 = 27$

- 20 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$ 로 놓자.
 $y=a(x+3)(x-2)$ 에 $x=0, y=6$ 을 대입하면
 $6=-6a, a=-1$
 즉, $y=-(x+3)(x-2)=-(x^2+x-6)=-x^2-x+6$ 이므로
 $a=-1, b=-1, c=6$
 $\therefore abc=-1 \times (-1) \times 6=6$

- 21 이차방정식 $x(x-8)=k$ 를 정리하면 $x^2-8x-k=0$ 이므로
 $-k=\left(\frac{-8}{2}\right)^2, -k=16, k=-16$ ①
 $x^2-8x-k=0$ 에 $k=-16$ 을 대입하여 풀면
 $x^2-8x+16=0, (x-4)^2=0, x=4$
 즉, $a=4$ ②
 $\therefore a=4, k=-16$

채점기준	배점
① k 의 값을 바르게 구하였다.	3
② a 의 값을 바르게 구하였다.	2

- 22 근이 $x=-1$ 또는 $x=5$ 이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $(x+1)(x-5)=0, x^2-4x-5=0$ ①

즉, $a=-4, b=-5$ ②

이때 $x^2+bx+a=0$ 에 $a=-4, b=-5$ 를 대입하면

$$x^2-5x-4=0$$

따라서 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}=\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$
 ③

$$\therefore x=\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

채점기준	배점
① 근이 $x=-1$ 또는 $x=5$ 이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 바르게 구하였다.	2
② a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ 이차방정식 $x^2+bx+a=0$ 의 근을 바르게 구하였다.	2

- 23 이차함수 $y=a(x+1)^2+b$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=a(x+2+1)^2+b+3=a(x+3)^2+b+3$$
 ①

이때 두 이차함수 $y=a(x+3)^2+b+3, y=-(x+c)^2+5$ 의 그래프가 일치하므로 $a=-1, b+3=5$ 에서 $b=2, c=3$ ②

$$\therefore a(b+c)=-1 \times (2+3)=-5$$
 ③

채점기준	배점
① 평행이동한 그래프의 식을 a, b 를 사용하여 바르게 나타내었다.	2
② a, b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
③ $a(b+c)$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 24 $y=2x^2-8x+3=2(x^2-4x+4-4)+3=2(x-2)^2-5$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -5)이다.

$$\text{또, } y=x^2+mx+n=x^2+mx+\frac{m^2}{4}-\frac{m^2}{4}+n$$

$$=\left(x+\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2}{4}+n$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2}{4}+n\right)$ 이다. ①

이때 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$2=-\frac{m}{2}, -5=-\frac{m^2}{4}+n$$

즉, $m=-4, n=-5+\frac{16}{4}=-1$ ②

$$\therefore m+n=-4+(-1)=-5$$
 ③

채점기준	배점
① 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	4
② m, n 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $m+n$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

- 25 (1) y 절편이 3이므로 $c=3$ ①

$$\therefore 3$$

(2) $y=ax^2+bx+3$ 에 $x=1, y=0$ 을 대입하면

$$0=a+b+3, a+b=-3$$
 ①

$y=ax^2+bx+3$ 에 $x=-1, y=4$ 를 대입하면

$$4=a-b+3, a-b=1 \quad \dots \textcircled{A}$$

①과 ②를 변끼리 더하면 $2a=-2, a=-1$

$$a=-1\text{을 } \textcircled{A}\text{에 대입하면 } -1+b=-3, b=-2 \quad \dots \textcircled{B}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2-2x+3$ 이다.

$\dots \textcircled{C}$

$$\therefore y=-x^2-2x+3$$

채점기준	배점
① c의 값을 바르게 구하였다.	1
② a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	4
③ 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	1

파이널 모의고사 · 5회

161-164p

01 [] 안의 수를 x 에 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾는다.

① $4=8-4$ ② $-3 \times (-8)=24$

③ $2 \times 1 - 1 - 1 = 0$ ④ $1 + 2 - 3 = 0$

⑤ $(-4)^2 = 16 \neq 6 + 6 = 12$

따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은

⑤이다.

02 $x^2-7x-5=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면

$$m^2-7m-5=0, m^2-7m=5$$

또, $x^2-7x-4=0$ 에 $x=n$ 을 대입하면

$$n^2-7n-4=0, n^2-7n=4$$

$$\therefore m^2-7m+2n^2-14n=m^2-7m+2(n^2-7n)$$

$$=5+2 \times 4=13$$

03 $x^2-2x-8=0$ 에서 $(x+2)(x-4)=0$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=4$$

04 $2x^2-3ax-2a+3=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$2-3a-2a+3=0, -5a=-5, a=1$$

이때 처음 이차방정식이 $2x^2-3x+1=0$ 이므로

$$(2x-1)(x-1)=0, x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1$$

즉, $b=\frac{1}{2}$

$$\therefore a+2b=1+2 \times \frac{1}{2}=2$$

05 이차방정식 $2(x+2)(x-3)=x^2+2x$ 에서

$$2(x^2-x-6)=x^2+2x, 2x^2-2x-12=x^2+2x$$

$$x^2-4x=12, x^2-4x+4=12+4, (x-2)^2=16$$

즉, $p=-2, q=16$ 이므로

$$p+q=-2+16=14$$

06 이차방정식 $x^2+2ax+b=0$ 이 중근을 가지려면

$$a^2-1 \times b=0\text{이어야 하므로 } a^2=b$$

이때 모든 경우의 수는 $6 \times 6=36$ 이고, $a^2=b$ 를 만족시키는 a, b 의 값을 순서쌍 (a, b) 로 나타내면 $(1, 1), (2, 4)$ 의 2가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

[다른 풀이]

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$ 이 중근을 가지려면

$$b=\left(\frac{2a}{2}\right)^2\text{이어야 하므로 } b=a^2$$

이때 모든 경우의 수는 $6 \times 6=36$ 이고, $b=a^2$ 을 만족시키는 a, b 의 값을 순서쌍 (a, b) 로 나타내면 $(1, 1), (2, 4)$ 의 2가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

07 $2x^2+k-2=3x$ 에서 $2x^2-3x+k-2=0$

이때 주어진 이차방정식이 근을 가지려면

$$(-3)^2-4 \times 2 \times (k-2) \geq 0\text{이어야 하므로}$$

$$9-8k+16 \geq 0, -8k \geq -25, k \leq \frac{25}{8}$$

08 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$ 이므로

$$\angle DBA = \angle DBC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

$$\angle BDC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

즉, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = x$ 로 놓으면

$\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}, 6 : x = x : (6-x), x^2 = 6(6-x)$$

$$x^2 = 36 - 6x, x^2 + 6x - 36 = 0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 1 \times (-36)}}{1} = -3 \pm \sqrt{45} = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

이때 $0 < x < 6$ 이므로 $x = -3 + 3\sqrt{5}$

따라서 \overline{BC} 의 길이는 $-3 + 3\sqrt{5}$ 이다.

09 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의

한 변의 길이는 $\frac{16-4x}{4} = 4-x$ (cm)이므로

$$(4-x)^2 : x^2 = 1 : 3, 3(4-x)^2 = x^2, 3(16-8x+x^2) = x^2$$

$$48-24x+3x^2 = x^2, 2x^2-24x+48=0, x^2-12x+24=0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 1 \times 24}}{1} = 6 \pm \sqrt{12} = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

이때 $2 < x < 4$ 이므로 $x = 6 - 2\sqrt{3}$
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(6 - 2\sqrt{3})$ cm이다.

- 10 넓이가 90 cm^2 가 되는 데 걸리는 시간을 x 초로 놓으면 x 초 후의 가로의 길이는 $(16 - 2x)$ cm, 세로의 길이는 $(10 + x)$ cm 이므로

$$\begin{aligned} (16 - 2x)(10 + x) &= 90, 160 - 4x - 2x^2 = 90 \\ -2x^2 - 4x + 70 &= 0, x^2 + 2x - 35 = 0 \\ (x + 7)(x - 5) &= 0, x = 5 \quad (\because 0 < x < 8) \end{aligned}$$

따라서 넓이가 90 cm^2 가 되는 데 걸리는 시간은 5초이다.

- 11 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= mx^2 + x(2x + 1) - 4 \text{에서} \\ y &= mx^2 + 2x^2 + x - 4 = (m + 2)x^2 + x - 4 \end{aligned}$$

이때 이차함수이므로 $m + 2 \neq 0$, 즉 $m \neq -2$

- 12 $y = ax^2$ 에 $x = 2, y = -2$ 를 대입하면

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{에 } x = -4, y = k \text{를 대입하면}$$

$$k = -\frac{1}{2} \times 16 = -8$$

$$\therefore ak = -\frac{1}{2} \times (-8) = 4$$

- 13 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프가 점 $(p, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -p^2 + 4, p^2 = 4, p = 2 \quad (\because p > 0)$$

또, 이차함수 $y = a(x - 2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 4a, a = 1$$

$$\therefore a + p = 1 + 2 = 3$$

- 14 ③ 꼭짓점의 좌표가 $(3, -1)$, y 절편이

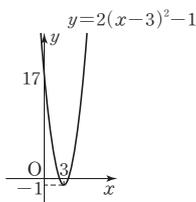
17이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지난다.

즉, 제3사분면을 지나지 않는다.

- ④ 그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정

식이 $x = 3$ 이므로 $x < 3$ 에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

따라서 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ④이다.



- 15 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b < 0$

이때 이차함수 $y = b(x + a)^2 + ab$ 에서 $b < 0$ 이므로 위로 볼록한

포물선이고, $-a < 0, ab < 0$ 이므로 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다. 따라서 이차함수 $y = b(x + a)^2 + ab$ 의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

$$\begin{aligned} 16 \quad y &= -3x^2 + 12x - k = -3(x^2 - 4x + 4 - 4) - k \\ &= -3(x - 2)^2 + 12 - k \end{aligned}$$

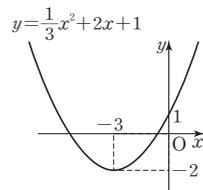
이때 꼭짓점의 좌표는 $(2, 12 - k)$ 이고, x 축 위에 있어야 하므로 $12 - k = 0, k = 12$

$$\begin{aligned} 17 \quad y &= \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) + 1 \\ &= \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

이고, y 절편이 1이므로 이차함수

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1 \text{의 그래프는 그림과 같다.}$$

따라서 제4사분면을 지나지 않는다.



$$18 \quad y = -x^2 + 4x + 3 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3 = -(x - 2)^2 + 7$$

④ 그래프가 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ④이다.

- 19 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이라 하자.

$$y = a(x - 2)^2 + 3 \text{에 } x = 1, y = 1 \text{을 대입하면}$$

$$1 = a + 3, a = -2$$

$$\therefore y = -2(x - 2)^2 + 3 = -2(x^2 - 4x + 4) + 3 = -2x^2 + 8x - 5$$

- 20 직선 $x = -1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x 절편이 $-4, 2$ 임을 알 수 있다.

이때 x^2 의 계수가 1이므로 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 그래프의 식은 $y = (x + 4)(x - 2) = x^2 + 2x - 8$ 이다.

즉, $a = 2, b = -8$ 이므로

$$a - b = 2 - (-8) = 10$$

- 21 근의 공식에 의하여

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6} \end{aligned}$$

..... ①

즉, $a=5, b=37$ 이므로 ②
 $b-a=37-5=32$ ③
 $\therefore 32$

채점기준	배점
① 이차방정식 $3x^2-5x-1=0$ 의 근을 바르게 구하였다.	2
② a, b 의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
③ $b-a$ 의 값을 바르게 구하였다.	1

22 (i) 헤리는 상수항을 바르게 보았으므로
 $(x+3)(x-2)=0$ 에서 $x^2+x-6=0$
 즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -6 이다. ①
 (ii) 준영이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로
 $(x+2)(x-7)=0$ 에서 $x^2-5x-14=0$
 즉, 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -5 이다. ②
 (i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-5x-6=0$ 이므로
 $(x+1)(x-6)=0, x=-1$ 또는 $x=6$ ③
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=6$

채점기준	배점
① 처음 이차방정식의 상수항을 바르게 구하였다.	2
② 처음 이차방정식의 x 의 계수를 바르게 구하였다.	2
③ 처음 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

23 (1) 가운데 수가 x 이면 가장 큰 수는 $x+2$, 가장 작은 수는 $x-2$
 이므로
 $(x+2)(x-2)=8x+5$ ①
 $\therefore (x+2)(x-2)=8x+5$
 (2) $(x+2)(x-2)=8x+5$ 에서
 $x^2-4=8x+5, x^2-8x-9=0, (x+1)(x-9)=0$
 $x=9$ ($\because x$ 는 2보다 큰 홀수) ②
 즉, 가운데 수가 9이므로 가장 큰 수는
 $9+2=11$ ③
 $\therefore 11$

채점기준	배점
① 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
② x 의 값을 바르게 구하였다.	2
③ 가장 큰 수를 바르게 구하였다.	1

24 이차함수 $y=kx^2$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이므로 점 A의
 좌표를 a ($a>0$)로 놓으면
 $A(a, a^2), B(-a, a^2), D(a, -2a^2)$ ①
 이때 $\overline{AB}=2a, \overline{AD}=3a^2$ 이고, $\square ABCD$ 가 정사각형이므로
 $2a=3a^2, 3a^2-2a=0$
 $a(3a-2)=0, a=\frac{2}{3}$ ($\because a>0$) ②

즉, 제1사분면 위의 점 A의 좌표는 $(\frac{2}{3}, \frac{4}{9})$ 이고,
 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 $\overline{AB}=2a=\frac{4}{3}$ 인 정사각형이므로
 넓이는 $(\frac{4}{3})^2=\frac{16}{9}$ 이다. ③
 $\therefore (\frac{2}{3}, \frac{4}{9}), \frac{16}{9}$

채점기준	배점
① 점 A의 좌표를 a ($a>0$)로 놓은 후 세 점 A, B, D의 좌표를 a 를 사용하여 각각 바르게 나타내었다.	2
② a 의 값을 바르게 구하였다.	3
③ 제1사분면 위의 점 A의 좌표와 $\square ABCD$ 의 넓이를 차례대로 바르게 구하였다.	3

25 $y=4x^2-8x+3$ 에서
 $y=4(x^2-2x+1-1)+3=4(x-1)^2-1$ ①
 이때 이차함수 $y=4(x-1)^2-1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 -2 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=4(x+2-1)^2-1+3=4(x+1)^2+2$
 $=4(x^2+2x+1)+2=4x^2+8x+6$ ②
 즉, $a=4, b=8, c=6$ 이므로 ③
 $a+b+c=4+8+6=18$ ④
 $\therefore 18$

채점기준	배점
① $y=4x^2-8x+3$ 을 $y=k(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
② 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
③ a, b, c 의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
④ $a+b+c$ 의 값을 바르게 구하였다.	1