빠른 정답

Ⅰ 실수와 그 계산

01 제곱근과 실수

개념체크 & 계산력훈련 6~7p

1 (1) ± 4 (2) ± 12 (3) ± 0.3 (4) $\pm\frac{1}{16}$

2 (1) ± 5 (2) ± 0.2 (3) 0 (4) 없다.

3 (1) 5 (2) $-\frac{5}{8}$ (3) -9 (4) -2 (5) $\frac{3}{2}$ (6) -0.1

4 (1) $<$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $>$ (5) $<$ (6) $>$

5 (1) 유리수 (2) 무리수 (3) 유리수 (4) 무리수

6 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ○

7 (1) $\sqrt{8}$ (2) $\sqrt{8}$

8 (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $<$

기출 Best 8~11p

01 ④	02 ④	03 ①	04 ④	05 ①
06 ③	07 ①	08 ①	09 ④	10 ①
11 ③	12 ④	13 ⑤	14 ③	15 ①
16 ③	17 ②	18 ①	19 ③	20 ④
21 ⑤	22 ②	23 ④	24 ①	

기출 Best 쌍둥이 12~15p

01 ③	02 ③	03 ②	04 ③	05 ②
06 ③	07 ④	08 ①	09 ④	10 ③
11 ③	12 ④	13 ③	14 ③	15 ③
16 ⑤	17 ③	18 ④	19 ②	20 ①, ④
21 ①	22 ②	23 ②	24 ⑤	

집중 공략 16~19p

1 ③ 2 ② 3 ② 4 ④

서술형 문제 20~23p

1 $-5a$ 2 10 3 13

4 (1) $\overline{AC}=\sqrt{10}$, $\overline{AD}=\sqrt{10}$

(2) 점 P에 대응하는 수: $1-\sqrt{10}$,
점 Q에 대응하는 수: $1+\sqrt{10}$

실전 문제 1회 24~27p

01 ④	02 ③	03 ③	04 ④	05 ②
06 ②	07 ②	08 ③	09 ⑤	10 ④
11 ④	12 ⑤	13 ③	14 ③	15 ⑤
16 ④	17 ④	18 ④	19 $\sqrt{41}$	20 84

21 점 P에 대응하는 수: $-1+\sqrt{10}$,
점 Q에 대응하는 수: $1-\sqrt{5}$

22 $C<A<B$

실전 문제 2회 28~31p

01 ①	02 ⑤	03 ③	04 ④	05 ③
06 ①	07 ②	08 ③	09 ②	10 ②
11 ②	12 ④	13 ③	14 ③	15 ②
16 ⑤	17 ②, ④	18 ③	19 $3a+2b$	20 19

21 1

22 A: $-\sqrt{5}$, B: $2-\sqrt{11}$, C: $-1+\sqrt{3}$, D: $\sqrt{\frac{20}{3}}$

최다 오답 문제 32p

②

02 근호를 포함한 식의 계산

개념체크 & 계산력훈련

34~35p

1 (1) $\sqrt{21}$ (2) $\sqrt{30}$ (3) $6\sqrt{35}$ (4) 2
2 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{6}$ (3) $6\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{10}$
3 (1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{45}$ (3) $\sqrt{48}$ (4) $\sqrt{75}$
4 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $-\sqrt{10}$
5 (1) $12\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (4) $5\sqrt{2}-5\sqrt{5}$
6 (1) $\sqrt{6}+\sqrt{10}$ (2) $3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
7 (1) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}{2}$
8 $7\sqrt{3}+\sqrt{15}$
9 (1) 정수 부분: 1, 소수 부분: $\sqrt{3}-1$
(2) 정수 부분: 3, 소수 부분: $\sqrt{10}-3$
(3) 정수 부분: 3, 소수 부분: $\sqrt{5}-2$
(4) 정수 부분: 1, 소수 부분: $2-\sqrt{3}$

기출 Best

36~38p

01 ④	02 ③	03 ④	04 ③	05 ④
06 ②	07 ⑤	08 ②	09 ①	10 ②
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 ②	15 ②
16 ④	17 ⑤	18 ①		

기출 Best 쌍둥이

39~41p

01 ⑤	02 ③	03 ③	04 ①	05 ②, ⑤
06 ②	07 ②	08 ③	09 ③	10 ④
11 ③	12 ②	13 ④	14 ④	15 ①
16 ⑤	17 ③	18 ④		

집중 공략

42~43p

1 ③ 2 ③

서술형 문제

44~45p

1 (1) $A=-\sqrt{5}$, $B=12+5\sqrt{5}$ (2) $12+4\sqrt{5}$
2 (1) 4 (2) $3-\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{5}-6$

실전 문제 1회

46~48p

01 ⑤	02 ④	03 ①	04 ②	05 ②
06 ①	07 ②	08 ⑤	09 ①	10 ③
11 ②	12 ⑤	13 $-6ab$	14 $11\sqrt{5}-10\sqrt{3}$	
15 6	16 $7-2\sqrt{5}$			

실전 문제 2회

49~51p

01 ④	02 ④	03 ④	04 ②	05 ②
06 ②	07 ⑤	08 ⑤	09 ④	10 ④
11 ①	12 ②			

13 (1) $\sqrt{1.32}=1.149$, $\sqrt{13.2}=3.633$ (2) 36.33 14 -1
15 (1) 점 P에 대응하는 수: $1+\sqrt{5}$,
점 Q에 대응하는 수: $1-\sqrt{10}$
(2) $\sqrt{5}+\sqrt{10}$
16 $3\sqrt{3}-5$

최다 오답 문제

52p

⑤

Ⅱ 다항식의 곱셈과 인수분해

01 다항식의 곱셈과 곱셈 공식

개념체크 & 계산력훈련

54~55p

1 (1) $ac-ad+bc-bd$ (2) $2ac-6ad-bc+3bd$
(3) $2a^2+7a-15$ (4) $4a^2-11a-3$
2 (1) x^2+4x+4 (2) x^2-6x+9
(3) $4x^2-1$ (4) x^2+6x+5
(5) $6x^2-7x-3$
3 (1) $x^2+2xy+y^2-x-y-2$ (2) x^4-5x^2+4
4 (1) 9604 (2) 10296 (3) 7 (4) $22-12\sqrt{3}$
5 (1) $3-2\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$
6 (1) $a^2+b^2=7$, $(a-b)^2=5$ (2) $x^2+\frac{1}{x^2}=6$, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=8$
7 7

기출 Best 56~59p

01 ②	02 ①	03 ⑤	04 ①	05 ③
06 ②	07 ②	08 ①	09 ②	10 ③
11 ②	12 ④	13 ③	14 ⑤	15 ③
16 ④	17 ②	18 ①	19 ⑤	20 ⑤
21 ⑤	22 ⑤	23 ⑤	24 ⑤	

기출 Best 쌍둥이 60~63p

01 ④	02 ③	03 ③	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ①	08 ⑤	09 ⑤	10 ③
11 ⑤	12 ②	13 ③	14 ②	15 ②
16 ⑤	17 ③	18 ⑤	19 ①	20 ④
21 ④	22 ⑤	23 ⑤	24 ①	

집중 공략 64~67p

1 ② 2 ① 3 ④ 4 ⑤

서술형 문제 68~71p

1 36 2 4

3 (1) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ (2) 2021

4 (1) $x=3-2\sqrt{2}$, $y=3+2\sqrt{2}$ (2) 34

실전 문제 1회 72~75p

01 ②	02 ④	03 ①	04 ⑤	05 ①
06 ②	07 ③	08 ④	09 ④	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ⑤	14 ④	15 ④
16 ⑤	17 ②	18 ②	19 -15	

20 (1) $A=1$, $B=13$, $C=-21$ (2) -7

21 (1) $9-4\sqrt{5}$ (2) $9-\sqrt{5}$ (3) $-3\sqrt{5}$ 22 -2

실전 문제 2회 76~79p

01 ⑤	02 ②	03 ③	04 ④	05 ⑤
06 ③	07 ③	08 ②	09 ⑤	10 ②
11 ③	12 ②	13 ②	14 ①	15 ④
16 ④	17 ③	18 ②		

19 (1) $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{4}$ (2) 2

20 (1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(2) $8x$

21 801.01 22 7

최다 오답 문제 80p

⑤

02 인수분해

개념체크 & 계산력훈련 82~83p

1 (1) $a^2b(ab-b+2)$ (2) $(a+3)(ab-2)$

2 (1) $(a+2)^2$ (2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$
(3) $(2x+3)(2x-3)$ (4) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b\right)$

3 (1) 25 (2) ± 14

4 (1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(x-3)(x-5)$
(3) $(x+4)(x-7)$ (4) $(x+3y)(x-6y)$

5 (1) $(x+3)(2x+1)$ (2) $(x-2)(5x-2)$

6 (1) $xy(x+3)(x-1)$ (2) $(x-y-2)^2$
(3) $(x-2)(y-2)$ (4) $(x+y+z)(x+y-z)$

7 (1) 210 (2) 6400 (3) 10000 (4) 800

8 (1) 10000 (2) 2 (3) 180 (4) 1400

기출 Best 84~87p

01 ④	02 ①	03 ③	04 ③	05 ⑤
06 ①	07 ⑤	08 ②	09 ⑤	10 ①
11 ⑤	12 ②	13 ①	14 ②	15 ④
16 ③	17 ③	18 ③	19 ③	20 ③
21 ②	22 ③	23 ⑤	24 ②	

기출 Best 쌍둥이 88~91p

01 ④ 02 ④ 03 ④ 04 ⑤ 05 ④
06 ④ 07 ① 08 ① 09 ① 10 ②
11 ① 12 ① 13 ② 14 ④ 15 ②
16 ⑤ 17 ③ 18 ⑤ 19 ② 20 ③
21 ⑤ 22 ⑤ 23 ② 24 ③

집중 공략 92~95p

1 ④ 2 ⑤ 3 ② 4 ④

서술형 문제 96~99p

1 $-2x-1$ 2 $(2x-3)(x+7)$
3 $3x-8$ 4 (1) $(a-b-2)^2$ (2) 4

실전 문제 1회 100~103p

01 ④ 02 ③ 03 ③ 04 ③ 05 ④
06 ② 07 ④ 08 ① 09 ⑤ 10 ③
11 ②, ④ 12 ⑤ 13 ① 14 ④ 15 ②
16 ① 17 ③ 18 ② 19 $2x+5$ 20 15
21 (1) $3x^2+7x+4$, $(x+1)(3x+4)$ (2) $8x+10$
22 $-24\sqrt{2}$

실전 문제 2회 104~107p

01 ④ 02 ② 03 ② 04 ③ 05 ④
06 ④ 07 ① 08 ⑤ 09 ④ 10 ③
11 ① 12 ③ 13 ① 14 ④ 15 ①
16 ④ 17 ① 18 ② 19 -23, 33
20 $(x+4)(x-8)$
21 (1) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ (2) -36 22 2

최다 오답 문제 108p

④

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

개념체크 & 계산력훈련 110~111p

1 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○ (5) ○
2 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○
3 (1) $x=0$ 또는 $x=1$ (2) $x=-3$ 또는 $x=4$
4 (1) $x=-7$ 또는 $x=2$ (2) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
(3) $x=4$ (중근) (4) $x=\frac{1}{3}$ (중근)
5 (1) $x=\pm2$ (2) $x=\pm\sqrt{3}$
(3) $x=-2$ 또는 $x=0$ (4) $x=-1$ 또는 $x=5$
6 (1) $x=5\pm\sqrt{5}$ (2) $x=2\pm\sqrt{6}$
7 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$
8 (1) $x=-2$ 또는 $x=5$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{15}}{2}$
(3) $x=-3$ 또는 $x=-1$ (4) $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

기출 Best 112~114p

01 ② 02 ① 03 ⑤ 04 ③ 05 ③
06 ⑤ 07 ① 08 ④ 09 ⑤ 10 ③
11 ⑤ 12 ④ 13 ③ 14 ⑤ 15 ⑤
16 ⑤ 17 ③ 18 ③

기출 Best 쌍둥이 115~117p

01 ④ 02 ③ 03 ② 04 ② 05 ⑤
06 ④ 07 ③ 08 ① 09 ② 10 ②
11 ④ 12 ② 13 ④ 14 ④ 15 ⑤
16 ② 17 ④ 18 ④

집중 공략 118~119p

1 ⑤ 2 ②

서술형 문제
120~121p

1 (1) 6 (2) 38　**2** $x=-3\pm\sqrt{2}$

실전 문제 1회
122~124p

01 ②	**02** ②	**03** ④	**04** ③	**05** ①
06 ③	**07** ④, ⑤	**08** ④	**09** ④	**10** ④
11 ③	**12** ③	**13** 5		

14 (1) -9 (2) $x=5$ (중근)

15 (1) $(x+2)^2=11$ (2) $x=-2\pm\sqrt{11}$　**16** 12

실전 문제 2회
125~127p

01 ①	**02** ⑤	**03** ②	**04** ③	**05** ⑤
06 ②	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ①	**10** ④
11 ①	**12** ④	**13** -1	**14** (1) -2 (2) $x=2$	
15 28	**16** 13			

최다 오답 문제
128p

③

부록

실전 모의고사 • 1회
130~133p

01 ⑤	**02** ③	**03** ③	**04** ④	**05** ①
06 ④	**07** ①	**08** ⑤	**09** ②	**10** ⑤
11 ⑤	**12** ④	**13** ①	**14** ①	**15** ②
16 ⑤	**17** ②	**18** ④	**19** ③	**20** ③

21 3　**22** (1) 40, 39, 36, 31, 24, 15, 4 (2) 10

23 0　**24** 9　**25** $4x-16y$

실전 모의고사 • 2회
134~137p

01 ①	**02** ④	**03** ①	**04** ⑤	**05** ①
06 ②	**07** ④	**08** ⑤	**09** ③	**10** ②
11 ①	**12** ①	**13** ②	**14** ②	**15** ①
16 ①	**17** ②	**18** ②	**19** ④	**20** ⑤

21 38　**22** (1) 5 (2) $2-\sqrt{3}$ (3) $12-\sqrt{3}$　**23** 16

24 360π cm^2　**25** $x=-1$ 또는 $x=7$

실전 모의고사 • 3회
138~141p

01 ②	**02** ④	**03** ②	**04** ③	**05** ⑤
06 ③	**07** ④	**08** ③	**09** ①	**10** ②
11 ⑤	**12** ①	**13** ①	**14** ⑤	**15** ①
16 ④	**17** ①	**18** ⑤	**19** ②	**20** ③

21 $a<b<c$　**22** 60　**23** $72-16\sqrt{5}$

24 3　**25** (1) -24 (2) $x=4$

족집게 마무리 객관식 80선
142~155p

01 ②, ④	**02** ①	**03** ⑤	**04** ③	**05** ②
06 ④	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ④	**10** ①
11 ⑤	**12** ③	**13** ②	**14** ⑤	**15** ①
16 ⑤	**17** ②	**18** ④	**19** ⑤	**20** ②
21 ②	**22** ③	**23** ①	**24** ④	**25** ④
26 ②	**27** ⑤	**28** ⑤	**29** ①	**30** ②
31 ①	**32** ③	**33** ④	**34** ②	**35** ③
36 ②	**37** ②	**38** ①	**39** ④	**40** ④
41 ③	**42** ④	**43** ⑤	**44** ⑤	**45** ②
46 ⑤	**47** ④	**48** ③	**49** ③	**50** ⑤
51 ②	**52** ③	**53** ④	**54** ②	**55** ⑤
56 ①	**57** ①	**58** ⑤	**59** ②	**60** ①
61 ⑤	**62** ④	**63** ③	**64** ③	**65** ⑤
66 ⑤	**67** ⑤	**68** ②	**69** ②	**70** ③
71 ②	**72** ⑤	**73** ③	**74** ③	**75** ⑤
76 ⑤	**77** ③	**78** ③	**79** ②	**80** ⑤

족집게 마무리 서술형 20선

156~160p

01 (1) 16 cm^2, 49 cm^2 (2) $\sqrt{65}\text{ cm}$

02 $a+2$ 03 2, 4 04 30

05 (1) $\overline{AB}=\sqrt{5}$, $\overline{AD}=\sqrt{5}$
(2) 점 P에 대응하는 수: $3-\sqrt{5}$,
점 Q에 대응하는 수: $3+\sqrt{5}$

06 $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 07 $(20\sqrt{3}+4\sqrt{6})\text{ m}$ 08 2

09 7 10 1318 11 3

12 (1) $x=\sqrt{5}-2$, $y=\sqrt{5}+2$ (2) 18

13 $-2x+9$

14 (1) $2x^2+x-3$ (2) $(2x+3)(x-1)$

15 (1) $x+y=8$
(2) (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1)

16 (1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ (2) 10000

17 $15\pi\text{ cm}^2$ 18 -39

19 (1) $A=1$, $B=\frac{7}{4}$ (2) $x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$ 20 4

고난도 기출문제

161~168p

01 ④	02 ②	03 ④	04 ④	05 ③
06 ④	07 ③	08 ②	09 ②	10 ③
11 ①	12 ①	13 ②	14 ①	15 ②
16 ②	17 ②	18 ①	19 ②	20 ③
21 ④	22 ②	23 ②	24 ⑤	25 ③
26 ④	27 ①	28 ③	29 ③	30 ②
31 ③, ⑤	32 ④			

파이널 모의고사 • 1회

169~172p

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ④	05 ③
06 ⑤	07 ③	08 ⑤	09 ①	10 ①
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ⑤	15 ③
16 ④	17 ②	18 ①	19 ①, ④	20 ⑤

21 4 22 $-5+2\sqrt{5}$ 23 $a=-15$, $b=-4$

24 -10, 14 25 (1) 2 (2) $x=\frac{1}{2}$

파이널 모의고사 • 2회

173~176p

01 ①	02 ⑤	03 ④	04 ④	05 ①
06 ①	07 ①	08 ①	09 ②	10 ⑤
11 ③	12 ④	13 ②	14 ④	15 ⑤
16 ⑤	17 ⑤	18 ④	19 ④	20 ④

21 9, 18, 25, 30, 33 22 $-1+2\sqrt{2}$

23 (1) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ (2) 990025

24 $(x+3)(x-6)$ 25 $x=-1\pm\sqrt{7}$

파이널 모의고사 • 3회

177~180p

01 ②	02 ④	03 ③	04 ④	05 ⑤
06 ②	07 ①	08 ③	09 ④	10 ③
11 ③	12 ⑤	13 ④	14 ②	15 ④
16 ④	17 ③	18 ④	19 ②	20 ⑤

21 7 22 $4\sqrt{3}$ 23 18

24 (1) $(a+b+2)(a-b-2)$ (2) 4 25 $a=4$, $k=-16$

파이널 모의고사 • 4회

181~184p

01 ③	02 ③	03 ④	04 ③	05 ①
06 ③	07 ①	08 ⑤	09 ②	10 ③
11 ⑤	12 ③	13 ④	14 ①	15 ③
16 ⑤	17 ③	18 ③	19 ④	20 ④

21 74 22 (1) $\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{10}-\sqrt{15}$ (3) $3\sqrt{5}-\sqrt{30}$

23 0 24 5 25 -1

파이널 모의고사 • 5회

185~188p

01 ④	02 ④	03 ⑤	04 ④	05 ①
06 ③	07 ③	08 ⑤	09 ⑤	10 ④
11 ④	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ②
16 ④	17 ④	18 ④	19 ②	20 ②

21 (1) 8 (2) 3 (3) 5 22 $8+8\sqrt{2}$ 23 $7x^2+19x+4$

24 4 25 32

I 실수와 그 계산

01 제곱근과 실수

기출 Best 8~11p

01 ① 16의 제곱근은 ± 4이다.
② -5는 25의 음의 제곱근이다.
③ 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$이다.
⑤ 0의 제곱근은 0 뿐으로 1개이다.

02 64의 양의 제곱근은 8이므로 $a=8$
4의 음의 제곱근은 -2이므로 $b=-2$
$\therefore a-b=10$

03 직각삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=6$이므로 $x=\sqrt{6}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$ cm이다.

04 ④ $\sqrt{16}=4$

05 ②, ③, ④, ⑤를 계산하면 모두 5가 된다.
① $-\sqrt{5^2}=-5$

06 $\sqrt{81}-\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{(-5)^2}=9-4+5=10$

07 ① $\sqrt{a^2}=a$

08 $-2a>0$, $a<0$이므로
$\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{a^2}=-2a-a=-3a$

09 $-1<x<2$이므로 $x+1>0$, $x-2<0$
$\therefore \sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}=(x+1)-(x-2)=3$

10 $28=2^2\times7$이므로 $x=7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
즉, $x=7$, 28, 63, $\cdots$이므로 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은 28이다.

11 ① $\sqrt{48+1}=\sqrt{49}=7$
② $\sqrt{48+16}=\sqrt{64}=8$
③ $\sqrt{48+32}=\sqrt{80}$
④ $\sqrt{48+52}=\sqrt{100}=10$
⑤ $\sqrt{48+73}=\sqrt{121}=11$

12 $\sqrt{25-x}$가 자연수가 되려면 $25-x$는 25보다 작은 제곱수이어야 하므로 $25-x=1$, 4, 9, 16
$\therefore x=9$, 16, 21, 24
따라서 자연수 x의 개수는 4이다.

13 $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이고 $\sqrt{2}<2$이므로 $\left(\frac{1}{2}\right)^2<\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^2<\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}<2$
따라서 왼쪽에서 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{2}$이다.

14 $3<\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{10}-3>0$, $3-\sqrt{10}<0$
$\therefore \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}-\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}=(\sqrt{10}-3)-\{-(3-\sqrt{10})\}$
$=\sqrt{10}-3+3-\sqrt{10}=0$

15 $3<\sqrt{x}<\sqrt{13}$의 각 변을 제곱하면 $9<x<13$이므로
자연수 x는 10, 11, 12의 3개이다.

16 ① $1.2\dot{7}=\frac{115}{90}=\frac{23}{18}$
④ $\sqrt{9}=3$
⑤ $(-\sqrt{5})^2=5$
따라서 무리수인 것은 ③ $\sqrt{3}$이다.

17 ② 순환소수는 유리수이다.
⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

18 $\sqrt{5.65}=2.377$

19 $\overline{BD}=\overline{BC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로
점 D에 대응하는 수는 $\sqrt{13}$이다.

20 ① $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}$의 합은 0으로 유리수이다.
② 서로 다른 두 무리수 사이에는 무리수가 항상 존재한다.
③ 1과 2 사이에는 정수가 없다.
⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 유리수가 항상 존재한다.

21 ⑤ $\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{7}<\sqrt{5}+3$

22 $\sqrt{10}+\sqrt{2}>\sqrt{10}$이므로 $a>b$
$\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}+\sqrt{2}<4+\sqrt{2}$에서 $a<c$
$\therefore b<a<c$

23 $2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$에 대응하는 점은 점 D이다.

24 3과 4 사이의 무리수를 $\sqrt{n}$이라 하면
$\sqrt{9}<\sqrt{n}<\sqrt{16}$

기출 Best 쌍둥이 12~15p

01 ㄷ. $(-4)^2=16$의 음의 제곱근은 -4이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

02 ③ $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

03 두 원의 넓이의 합은 $\pi\times1^2+\pi\times2^2=5\pi(\text{cm}^2)$
새로운 원의 반지름의 길이를 r cm로 놓으면 $r^2=5$이므로
$r=\sqrt{5}$
따라서 새로운 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$ cm이다.

04 ① $-\sqrt{0.04}=-0.2$
② $\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$
④ $\sqrt{25}=5$
⑤ $\sqrt{49}=7$

05 ①, ③, ④, ⑤를 계산하면 모두 -3이 된다.
② $(-\sqrt{3})^2=3$

06 ① $\sqrt{5^2}-(-\sqrt{3})^2=5-3=2$
② $\sqrt{36}-\sqrt{(-4)^2}=6-4=2$
③ $-\sqrt{49}+\sqrt{(-3)^2}=-7+3=-4$
④ $(\sqrt{7})^2+(-\sqrt{5})^2=7+5=12$
⑤ $\sqrt{4^2}-\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{9})^2=4-3+9=10$

07 ④ $-\sqrt{36a^2}=-\sqrt{(6a)^2}$이고, $6a<0$이므로 $-\sqrt{36a^2}=6a$

08 $\sqrt{4a^2}-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{a^2}=\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{a^2}$이고
$2a>0$, $-3a<0$, $a>0$이므로
$\sqrt{4a^2}-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{a^2}=2a-\{-(-3a)\}-a$
$=2a-3a-a=-2a$

09 $0<x<1$이므로 $x-1<0$, $1-x>0$
$\therefore -\sqrt{(x-1)^2}-\sqrt{(1-x)^2}=(x-1)-(1-x)=2x-2$

10 $80=2^4\times5$이므로 a는 80의 약수이면서 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 5이다.

11 $\sqrt{52+x}$가 자연수가 되려면 $52+x$는 52보다 큰 제곱수이어야 한다.
이때 52보다 큰 제곱수 중에서 가장 작은 수는 64이므로
$52+x=64$, $x=12$

12 $\sqrt{49-x}$가 정수가 되려면 $49-x$는 49보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로 $49-x=0$, 1, 4, 9, 16, 25, 36
$\therefore x=13$, 24, 33, 40, 45, 48, 49
따라서 자연수 x의 개수는 7이다.

13 $\sqrt{3^2}=3$, $3^2=9$이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{3}<3=\sqrt{3^2}<3^2$
따라서 가장 큰 수는 3^2이다.

14 $\sqrt{3}<3<5$이므로 $3-\sqrt{3}>0$, $\sqrt{3}-5<0$
$\therefore \sqrt{(3-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2}=3-\sqrt{3}-\{-(\sqrt{3}-5)\}$
$=3-\sqrt{3}+\sqrt{3}-5=-2$

15 $3<\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $9<x<25$이므로
자연수 x는 10, 11, 12, $\cdots$, 24의 15개이다.

16 □ 안의 수는 순환소수가 아닌 무한소수, 즉, 무리수이다.
① $-\sqrt{0.01}=-0.1$　② $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$
③ $\frac{3}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$　④ $\sqrt{9}=3$
따라서 무리수인 것은 ⑤ $\sqrt{12}$이다.

17 ③ $\sqrt{4}$는 근호를 포함하지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

18 $\sqrt{1.14}=1.068$

19 $\overline{\text{PT}}=\overline{\text{PS}}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로
점 T에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다.

20 ② 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
③ 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.
⑤ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{12}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

21 ② $4-(\sqrt{5}+2)=2-\sqrt{5}<0$이므로 $4<\sqrt{5}+2$
④ $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $2-\sqrt{3}>2-\sqrt{5}$
⑤ $1<\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{3}+1<\sqrt{3}+\sqrt{2}$

22 $3>\sqrt{5}$이므로 $3+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{5}$에서 $a>b$
$\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $3+\sqrt{3}<\sqrt{5}+3$에서
$\therefore b<a<c$

23 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 $-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 점 B이다.

24 $\sqrt{3}$과 5 사이의 무리수를 $\sqrt{n}$이라 하면
$\sqrt{3}<\sqrt{n}<\sqrt{25}$

집중공략 16~19p

1 $ab<0$, $a>0$이므로 $b<0$
주어진 식을 절댓값 기호를 사용하여 나타내면

$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(-2a)^2}$

$=|a|+|b|-|b-a|-|2a|$

이때 $a>0$, $b<0$, $b-a<0$, $2a>0$이므로

$|a|+|b|-|b-a|-|2a|=a+(-b)+(b-a)-2a$

$=a-b+b-a-2a$

$=-2a$

2 $\sqrt{700-a}-\sqrt{180+b}$가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{700-a}$는 최대의 정수, $\sqrt{180+b}$는 최소의 정수가 되어야 한다.

(i) $\sqrt{700-a}$가 최대의 정수가 되려면

$700-a$는 700 미만의 가장 큰 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$700-a=676\ (=26^2)$

$\therefore a=24$

(ii) $\sqrt{180+b}$가 최소의 정수가 되려면

$180+b$는 180 초과의 가장 작은 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$180+b=196\ (=14^2)$

$\therefore b=16$

(i), (ii)에 의하여 $a=24$, $b=16$이므로 $a-b=8$

3 (i) 조건 (가)에서 각 변을 제곱하면

$16<3x+2<36$, $14<3x<34$

$\frac{14}{3}<x<\frac{34}{3}$, $4.6\cdots<x<11.3\cdots$

즉, 정수 x는 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11이다.

(ii) 조건 (나)에서 각 변을 제곱하면

$11<\frac{x^2}{9}<15$, $99<x^2<135$

이때 $x>0$이므로 정수 x는 10, 11이다.

(i), (ii)를 모두 만족시키는 정수 x는 10, 11의 2개이다.

4 $2<\sqrt{7}<3$이므로

(i) $a+\sqrt{7}$보다 큰 가장 작은 정수는 $a+3$이다.

(ii) $b-\sqrt{7}$보다 작은 가장 큰 정수는 $b-3$이다.

(i), (ii)에 의하여 $a+\sqrt{7}<a+3\le k\le b-3<b-\sqrt{7}$

이것은 부등식 $a+\sqrt{7}<k<b-\sqrt{7}$을 만족시키는 정수 k의 개수는 부등식 $a+3\le k\le b-3$을 만족시키는 정수 k의 개수와 같음을 의미한다.

즉, 부등식 $a+3\le k\le b-3$을 만족시키는 정수 k의 개수가 8이므로

$(b-3)-(a+3)+1=8$, $b-a-5=8$

$\therefore b-a=13$

서술형 문제

20~23p

1 주어진 식을 절댓값 기호를 사용하여 나타내면

$\sqrt{9a^2}+\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+2)^2}=|3a|+|a-2|-|a+2|$

이때 $3a<0$, $a-2<0$, $a+2>0$이므로 ······ ❶

$|3a|+|a-2|-|a+2|=-3a-(a-2)-(a+2)$

$=-3a-a+2-a-2$

$=-5a$ ······ ❷

$\therefore -5a$

채점기준	배점
❶ $3a$, $a-2$, $a+2$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	3
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	3

2 $\sqrt{15-ab}$가 자연수가 되려면 $15-ab$는 15보다 작은 제곱수이어야 한다. ······ ❶

즉, $15-ab=1,\ 4,\ 9$

$ab=6,\ 11,\ 14$

(i) $ab=6$일 때, $(a,\ b)=(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (6,\ 1)$

(ii) $ab=11$일 때, $(a,\ b)=(1,\ 11),\ (11,\ 1)$

(iii) $ab=14$일 때, $(a,\ b)=(1,\ 14),\ (2,\ 7),\ (7,\ 2),\ (14,\ 1)$

······ ❷

(i), (ii), (iii)에 의하여 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 10이다. ······ ❸

$\therefore 10$

채점기준	배점
❶ 자연수가 되기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	3
❷ ab의 값에 따른 순서쌍 $(a,\ b)$를 각각 바르게 제시하였다.	3
❸ 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 바르게 구하였다.	1

3 부등식 $\frac{3}{2}<\sqrt{\frac{x}{2}}\le 3$의 각 변을 제곱하면 $\frac{9}{4}<\frac{x}{2}\le 9$

부등식의 각 변에 2를 곱하면 $\frac{9}{2}<x\le 18$ ······ ❶

이때 자연수 x는 5, 6, 7, ⋯, 18이다.

즉, $M=18$, $m=5$이므로 ······ ❷

$M-m=13$ ······ ❸

$\therefore 13$

채점기준	배점
❶ x의 값의 범위를 바르게 구하였다.	2
❷ M, m의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $M-m$의 값을 바르게 구하였다.	1

4 (1) $\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$, $\overline{AD}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ ······ ❶

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{10}$, $\overline{AD}=\sqrt{10}$

(2) $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{10}$, $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{10}$이므로 점 P는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 이동한 점이고, 점 Q는 점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 이동한 점이다. ······ ❷

$\therefore$ 점 P에 대응하는 수: $1-\sqrt{10}$,

점 Q에 대응하는 수: $1+\sqrt{10}$ …… ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$, $\overline{AD}$의 길이를 각각 바르게 구하였다.	3
❷ 점 A를 기준으로 얼마만큼 이동한 점인지 바르게 말하였다.	2
❸ 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

24~27p

01 ① 0의 제곱근은 0이다.

② 4의 제곱근은 ± 2이다.

③ 'a가 b의 제곱근이다.'를 식으로 나타내면 $a^2=b$이다.

⑤ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ± 2이다.

02 $\sqrt{(-36)^2}=36$의 음의 제곱근은 -6이므로 $A=-6$

$\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $B=3$

$\therefore A+B=-3$

03 ① $\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=\frac{2}{5}$

② $\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}=\frac{4}{9}$

④ $\sqrt{(-13)^2}-\sqrt{13^2}=13-13=0$

⑤ $\sqrt{0.01}\times(-\sqrt{0.5})^2=0.1\times 0.5=0.05$

04 $\sqrt{\frac{9}{25}}\div\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{0.04}\times\sqrt{49}$

$=\frac{3}{5}\div 3+0.2\times 7=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times 7=\frac{8}{5}$

05 ① $\sqrt{a^2}=a$

② $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a$

③ $\sqrt{(-3a)^2}=3a$

④ $-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

⑤ $-\sqrt{(-5a)^2}=-5a$

06 $a<0$, $ab>0$에서 $b<0$

$\sqrt{a^2}+\sqrt{(b+3a)^2}-\sqrt{4b^2}=\sqrt{a^2}+\sqrt{(b+3a)^2}-\sqrt{(2b)^2}$

이때 $b+3a<0$, $2b<0$이므로

$\sqrt{a^2}+\sqrt{(b+3a)^2}-\sqrt{(2b)^2}=-a-(b+3a)+2b$

$=-4a+b$

07 $-2<x<1$에서 $x+2>0$, $x-1<0$이므로

$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-1)^2}=(x+2)-(x-1)=3$

08 $90=2\times 3^2\times 5$이므로 $n=2\times 5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

즉, $n=10, 40, 90, 160, 250, \cdots$이므로 200 이하의 자연수 n의 개수는 4이다.

09 $\sqrt{43-3x}$가 정수가 되려면 $43-3x$는 43보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로 $43-3x=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36$

$3x=7, 18, 27, 34, 39, 42, 43$

$\therefore x=\frac{7}{3}, 6, 9, \frac{34}{3}, 13, 14, \frac{43}{3}$

이때 x는 자연수이므로 구하는 합은 $6+9+13+14=42$

10 $\sqrt{60-m}-\sqrt{8n}$의 값이 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{60-m}$은 최대의 자연수, $\sqrt{8n}$은 최소의 자연수가 되어야 한다.

(i) $\sqrt{60-m}$이 최대의 자연수가 되려면 $60-m$은 60 미만의 가장 큰 자연수의 제곱인 수이어야 한다.

즉, $60-m=49$, $m=11$

(ii) $8n$이 제곱수가 되려면 $8=2^3$이므로 $n=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 $\sqrt{8n}$이 최소의 자연수가 되도록 하는 n의 값은 2이다.

(i), (ii)에 의하여 $m=11$, $n=2$이므로 $m+n=13$

11 $3<\sqrt{3x-15}<6$의 각 변을 제곱하면

$9<3x-15<36$, $24<3x<51$, $8<x<17$

따라서 정수 x는 $9, 10, 11, \cdots, 16$의 8개이다.

12 ⑤ 무리수는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수이다.

13 ㄴ. $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.

ㄷ. 두 점 P, Q에 대응하는 두 수의 합은

$(2-\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=4$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

14 $\sqrt{4.43}=2.105$, $\sqrt{4.61}=2.147$이므로

$\sqrt{4.43}+\sqrt{4.61}=4.252$

15 $-1<1$이므로 $-1+\sqrt{3}<1+\sqrt{3}$

$3-(1+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}>0$이므로 $3>1+\sqrt{3}$

$(1+\sqrt{5})-3=-2+\sqrt{5}>0$이므로 $1+\sqrt{5}>3$

즉, $0<-1+\sqrt{3}<1+\sqrt{3}<3<1+\sqrt{5}$이므로

가장 큰 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

16 ① $\sqrt{3}<3$이므로 $\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{3}$

② $(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}>0$이므로 $4-\sqrt{3}>2$

③ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$, $2-\sqrt{5}>2-\sqrt{6}$

④ $\sqrt{10}<\sqrt{12}$이므로 $-\sqrt{10}>-\sqrt{12}$, $3-\sqrt{10}>3-\sqrt{12}$

⑤ $\sqrt{12}<\sqrt{14}$이므로 $\sqrt{12}-5<\sqrt{14}-5$

17 $\sqrt{64}<\sqrt{65}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{65}<9$

18 $2<\sqrt{5}<3$

④ $2<\sqrt{6}<3$이므로 $1<\sqrt{6}-1<2$

⑤ $2<\sqrt{7}<3$이므로 $3<\sqrt{7}+1<4$

19 정사각형 P의 넓이는 $5^2=25$,

정사각형 Q의 넓이는 $4^2=16$이므로 …… ❶

정사각형 R의 넓이는 $25+16=41$이다. …… ❷

즉, $x^2=41$이므로 $x=\sqrt{41}$ …… ❸

$\therefore \sqrt{41}$

채점기준	배점
❶ 정사각형 P, Q의 넓이를 각각 바르게 구하였다.	2
❷ 정사각형 R의 넓이를 바르게 구하였다.	1
❸ x의 값을 바르게 구하였다.	2

20 (i) 과수원의 넓이가 $20n$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{20n}$이다.

$20=2^2\times5$이므로 $\sqrt{20n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값은

$5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore n=5,\ 20,\ 45,\ 80,\ \cdots$ …… ❶

(ii) 배추밭의 넓이가 $56-n$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{56-n}$이다.

이때 $56-n=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49$이어야 하므로

$n=7,\ 20,\ 31,\ 40,\ 47,\ 52,\ 55$ …… ❷

(i), (ii)를 모두 만족시키는 n의 값은 20이므로

과수원의 한 변의 길이는 $\sqrt{20\times20}=\sqrt{20^2}=20$,

배추밭의 한 변의 길이는 $\sqrt{56-20}=\sqrt{36}=6$이다. …… ❸

즉, 무밭의 세로의 길이는 $20-6=14$이므로 무밭의 넓이는

$6\times14=84$ …… ❹

$\therefore 84$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{20n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ $\sqrt{56-n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 과수원과 배추밭의 한 변의 길이를 각각 바르게 구하였다.	2
❹ 무밭의 넓이를 바르게 구하였다.	1

21 (i) $\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$ …… ❶

즉, 점 P는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 이동한 점이므로

점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{10}$이다. …… ❷

(ii) $\overline{EH}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{EQ}=\overline{EH}=\sqrt{5}$ …… ❸

즉, 점 Q는 점 E에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 이동한 점이므로

점 Q에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다. …… ❹

$\therefore$ 점 P에 대응하는 수: $-1+\sqrt{10}$,

점 Q에 대응하는 수: $1-\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AP}$의 길이를 바르게 구하였다.	1
❷ 점 P에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2
❸ $\overline{EQ}$의 길이를 바르게 구하였다.	1
❹ 점 Q에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2

22 $\sqrt{2}<3$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{2}<3+\sqrt{5}$에서 $A<B$ …… ❶

$\sqrt{5}>1$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{2}>1+\sqrt{2}$에서 $A>C$ …… ❷

$\therefore C<A<B$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 두 수 A, B의 크기를 바르게 비교하였다.	2
❷ 두 수 A, C의 크기를 바르게 비교하였다.	2
❸ 세 수 A, B, C의 크기를 바르게 비교하였다.	2

실전 문제 2회

28~31p

01 ㄴ. 음수의 제곱근은 없다.

ㄷ. 0.04의 제곱근은 ±0.2이다.

02 $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$의 양의 제곱근은 $\frac{1}{2}$이므로 $a=\frac{1}{2}$

제곱근 256은 $\sqrt{256}=16$이므로 $b=16$

$\therefore ab=8$

03 (B의 넓이)$=\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$, (C의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$,

(D의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$이므로

D의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{8}}$ cm이다.

04 $\sqrt{0.\dot{2}\dot{4}\times\frac{b}{a}}=0.\dot{3}$에서 $\sqrt{\frac{24}{99}\times\frac{b}{a}}=\frac{1}{3}$이므로

$\frac{24}{99}\times\frac{b}{a}=\frac{1}{9}$, $\frac{b}{a}=\frac{1}{9}\times\frac{99}{24}=\frac{11}{24}$

즉, $a=24$, $b=11$이므로 $a-b=13$

05 $(\sqrt{5})^2=5$, $\sqrt{(-3)^2}=3$, $(-\sqrt{7})^2=7$, $\sqrt{25}=5$, $-(\sqrt{6})^2=-6$

이므로

$-(\sqrt{6})^2<\sqrt{(-3)^2}<(\sqrt{5})^2=\sqrt{25}<(-\sqrt{7})^2$

따라서 가장 큰 수는 ③ $(-\sqrt{7})^2$이다.

06 $\sqrt{4}\times\sqrt{(-3)^2}-(-\sqrt{8})^2\times\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=2\times3-8\times\frac{1}{2}=2$

07 $2a^2-b^2-c^2=2(\sqrt{3})^2-(-\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$

$=6-3-5=-2$

08 ① $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}=-\frac{1}{a}>0$

② $\sqrt{(-a)^2}=-a>0$

③ $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a<0$

④ $\sqrt{(1+a)^2}=1+a>0$

⑤ $\sqrt{(1-a)^2}=1-a>0$

09 $a-b<0$에서 $a<b$이고 $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$

또, $b>0$이고 $b+c<0$이므로 $c<0$

$\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{c^2}=-a+b-(-c)=-a+b+c$

10 b의 값이 가장 크려면 a의 값이 가장 작아야 한다.

$432=2^4\times3^3$이므로 $\sqrt{\frac{432}{a}}$가 자연수가 되려면 a는 432의 약수이면서 $a=3\times$(자연수$)^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore a=3$

11 $\sqrt{15+2n}$이 자연수가 되려면 $15+2n$이 15보다 큰 제곱수이어야 한다. 이때 $n\le50$에서 $2n\le100$, $15+2n\le115$이므로

$15+2n=16, 25, 36, \cdots, 81, 100$

$2n=1, 10, 21, \cdots, 66, 85$

$n=\frac{1}{2}, 5, \frac{21}{2}, \cdots, 33, \frac{85}{2}$

이때 n은 자연수이므로 $n=33$

12 (i) $\sqrt{19-n}$이 자연수가 되려면 $19-n$이 19보다 작은 제곱수이어야 하므로 $19-n=1, 4, 9, 16$

$\therefore n=3, 10, 15, 18$

(ii) $40=2^3\times5$이므로 $\sqrt{40n}$이 자연수가 되려면 $n=2\times5\times$(자연수$)^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore n=10, 40, 90, \cdots$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 n의 값은 10이다.

13 $a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로 $\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}>1$

$\sqrt{a^2}=a$이므로 $a^2<\sqrt{a^2}<\sqrt{a}<1$

즉, $a^2<\sqrt{a^2}<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$이므로

값이 가장 작은 것은 ③ a^2이다.

[다른 풀이]

$a=\frac{1}{4}$을 대입하면

$\sqrt{\frac{1}{a}}=2,\ \frac{1}{a}=4,\ a^2=\frac{1}{16},\ \sqrt{a}=\frac{1}{2},\ \sqrt{a^2}=\frac{1}{4}$

이므로 $a^2<\sqrt{a^2}<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$

따라서 값이 가장 작은 것은 ③ a^2이다.

14 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}=-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=0$

15 $\sqrt{6}<x<\sqrt{39}$에서 각 변을 제곱하면 $6<x^2<39$이므로 자연수 x는 3, 4, 5, 6의 4개이다.

16 ⑤ 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.

17 ② $\overline{DQ}=\overline{DF}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

④ $\overline{DQ}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3-\sqrt{10}$이다.

18 수직선 위에 대응시킬 때 가장 오른쪽에 있는 수는 가장 큰 수이다.

이때 양수는 2, $\sqrt{7}$, $-1+\sqrt{2}$이고, $2<\sqrt{7}<3$, $0<-1+\sqrt{2}<1$이므로 $-5<1-\sqrt{2}<-1+\sqrt{2}<2<\sqrt{7}$

따라서 가장 오른쪽에 있는 것은 ③ $\sqrt{7}$이다.

19 주어진 식을 절댓값 기호를 사용하여 나타내면

$\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(b-2a)^2}-\sqrt{9b^2}$

$=\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(b-2a)^2}-\sqrt{(3b)^2}$

$=|-a|+|b-2a|-|3b|$ …… ❶

$a>0$, $ab<0$에서 $b<0$

이때 $-a<0$, $b-2a<0$, $3b<0$이므로 …… ❷

$|-a|+|b-2a|-|3b|=-(-a)-(b-2a)-(-3b)$

$=a-b+2a+3b$

$=3a+2b$ …… ❸

$\therefore 3a+2b$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 절댓값 기호를 사용하여 바르게 나타내었다.	2
❷ $-a$, $b-2a$, $3b$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	3
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	2

20 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로

$N(1)=N(2)=N(3)=1$

$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$

$N(9)=N(10)=3$ …… ❶

$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(10)$

$=1\times3+2\times5+3\times2=19$ …… ❷

채점기준	배점
❶ $N(1)$, $N(2)$, $N(3)$, $\cdots$, $N(10)$의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❷ 주어진 식의 값을 바르게 구하였다.	2

21 정사각형의 한 변의 길이가 1이므로 대각선의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이다. …… ❶

(i) $A(-1+\sqrt{2})$이므로 $a=-1+\sqrt{2}$

(ii) $B(2-\sqrt{2})$이므로 $b=2-\sqrt{2}$ …… ❷

(i), (ii)에 의하여 $a+b=1$ …… ❸

$\therefore 1$

채점기준	배점
❶ 정사각형의 대각선의 길이를 바르게 구하였다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$

$\frac{20}{3}=6.666\cdots$이므로 $2<\sqrt{\frac{20}{3}}<3$

$3<\sqrt{11}<4$에서 $-4<-\sqrt{11}<-3$, $-2<2-\sqrt{11}<-1$

$1<\sqrt{3}<2$에서 $0<-1+\sqrt{3}<1$ …… ❶

이므로 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각

$-\sqrt{5},\ 2-\sqrt{11},\ -1+\sqrt{3},\ \sqrt{\frac{20}{3}}$ ······ ❷

$\therefore$ A: $-\sqrt{5}$, B: $2-\sqrt{11}$, C: $-1+\sqrt{3}$, D: $\sqrt{\frac{20}{3}}$

채점기준	배점
❶ 네 수를 두 정수 사이의 수로 각각 바르게 나타내었다.	4
❷ 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 32p

가장 작은 자연수가 a이므로 $b=a+1,\ c=a+2$

$\therefore a+b+c=3a+3=3(a+1)$

조건 (가)에서 $3(a+1)<50,\ a+1<\frac{50}{3}\ (=16.666\cdots)$ ······ ㉠

조건 (나)에서 $\sqrt{3(a+1)}$이 자연수이므로

$a+1$은 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 ㉠에서 $a+1=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ a+1=3,\ 12$

$a=2,\ 11$

즉, 가능한 순서쌍은 (2, 3, 4), (11, 12, 13)의 2개이다.

02 근호를 포함한 식의 계산

기출 Best 36~38p

01 ④ $\sqrt{\frac{9}{8}}\times\sqrt{\frac{16}{27}}=\sqrt{\frac{9}{8}\times\frac{16}{27}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

02 ① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{15}{5}}=\sqrt{3}$

② $\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}$

③ $\frac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{6}}=5$

④ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{11}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{11}}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{18}{11}\times\frac{11}{3}}=\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{\frac{27}{7}}\div\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{27}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{3}}=\sqrt{\frac{27}{7}\times\frac{7}{3}}=3$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ③이다.

03 $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$이므로 $a=2$

$\sqrt{24}=\sqrt{2^2\times6}=2\sqrt{6}$이므로 $b=6$

$\therefore a+b=8$

04 ㄱ. $\sqrt{\frac{7}{121}}=\sqrt{\frac{7}{11^2}}=\frac{\sqrt{7}}{11}$

ㄹ. $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times6}{10^2}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

05 ① $\sqrt{214}=\sqrt{2.14\times100}=10\sqrt{2.14}=14.63$

② $\sqrt{2140}=\sqrt{21.4\times100}=10\sqrt{21.4}=46.26$

③ $\sqrt{21400}=\sqrt{2.14\times10000}=100\sqrt{2.14}=146.3$

⑤ $\sqrt{0.0214}=\sqrt{\frac{2.14}{100}}=\frac{\sqrt{2.14}}{10}=0.1463$

06 $\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}=5\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=5ab$

07 ⑤ $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{45}}=\frac{\sqrt{11}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{11}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{55}}{15}$

08 $5\sqrt{2}\times4\sqrt{6}\div2\sqrt{3}=5\sqrt{2}\times4\sqrt{6}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$=5\times4\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2\times6\times\frac{1}{3}}$

$=20$

09 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\sqrt{12}\times\sqrt{28}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{7}=2\sqrt{21}$

직사각형의 넓이는 $\sqrt{14}\times x=\sqrt{14}x$

즉, $2\sqrt{21}=\sqrt{14}x$이므로 $x=2\sqrt{21}\div\sqrt{14}=2\sqrt{21}\times\frac{1}{\sqrt{14}}=\sqrt{6}$

10 $7\sqrt{2}+4\sqrt{5}+3\sqrt{5}-3\sqrt{2}=(7-3)\sqrt{2}+(4+3)\sqrt{5}$

$=4\sqrt{2}+7\sqrt{5}$

즉, $a=4,\ b=7$이므로 $a-b=-3$

11 $\sqrt{24}-\sqrt{54}+\sqrt{150}=2\sqrt{6}-3\sqrt{6}+5\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

12 $\sqrt{3}(\sqrt{15}-\sqrt{12})+\sqrt{2}(\sqrt{10}-\sqrt{2})$

$=3\sqrt{5}-6+2\sqrt{5}-2$

$=5\sqrt{5}-8$

13 $\overline{AB}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{2}$이다.

$\overline{CD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{2}$이다.

즉, $p=-2-\sqrt{2},\ q=-1+\sqrt{2}$이므로

$p-q=-2-\sqrt{2}-(-1+\sqrt{2})=-1-2\sqrt{2}$

14 넓이가 각각 2 cm^2, 8 cm^2, 18 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{8}$ cm, $\sqrt{18}$ cm, 즉 $\sqrt{2}$ cm, $2\sqrt{2}$ cm, $3\sqrt{2}$ cm이다.

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{2}$ cm, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ cm, $\overline{CD}=3\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{AD}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$(cm)

15 $\sqrt{45}-3\sqrt{2}\div\sqrt{3}-\dfrac{5-\sqrt{30}}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}(5-\sqrt{30})}{5}$

$=3\sqrt{5}-\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{5}$

16 $\sqrt{7}(a+2\sqrt{7})+\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{14}}{3\sqrt{2}}=a\sqrt{7}+14+\dfrac{5\sqrt{2}-\sqrt{14}}{3\sqrt{2}}$

$=a\sqrt{7}+14+\dfrac{5}{3}-\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

$=\dfrac{47}{3}+\left(a-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{7}$

이때 유리수가 되려면 $a-\dfrac{1}{3}=0$이어야 하므로 $a=\dfrac{1}{3}$

17 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $5<3+\sqrt{5}<6$

따라서 $a=5$, $b=(3+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-2$이므로

$a-b=7-\sqrt{5}$

18 ② $2\sqrt{5}-2-(1+\sqrt{5})=\sqrt{5}-3<0$이므로 $\sqrt{20}-2<1+\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{2}+3-(2\sqrt{2}+4)=\sqrt{2}-1>0$이므로 $\sqrt{18}+3>2\sqrt{2}+4$

④ $5-\sqrt{3}-(2+3\sqrt{3})=3-4\sqrt{3}<0$이므로 $5-\sqrt{3}<2+3\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{6}-4-(\sqrt{6}+2)=2\sqrt{6}-6<0$이므로 $3\sqrt{6}-4<\sqrt{6}+2$

기출 Best 쌍둥이

39~41p

01 $3\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{\dfrac{7}{3}}\right)\times(-5\sqrt{3})$

$=3\times(-1)\times(-5)\times\sqrt{2\times\dfrac{7}{3}\times3}$

$=15\sqrt{14}$

02 ① $\sqrt{20}\div\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{20}{5}}=2$

② $5\sqrt{8}\div\sqrt{2}=5\sqrt{8}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=5\sqrt{\dfrac{8}{2}}=5\times2=10$

④ $\sqrt{18}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\sqrt{18}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=2\times\sqrt{18\times\dfrac{5}{2}}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{7}\div\dfrac{\sqrt{5}}{2}\div(-\sqrt{15})=2\sqrt{7}\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{15}}\right)$

$=2\times2\times(-1)\times\sqrt{7\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{15}}$

$=-\dfrac{4}{15}\sqrt{21}$

03 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$이므로 $a=3$

$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times3}=3\sqrt{3}$이므로 $b=3$

$\therefore ab=9$

04 $\sqrt{0.004}=\sqrt{\dfrac{40}{10000}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times10}{100^2}}=\dfrac{2}{100}\sqrt{10}=\dfrac{1}{50}\sqrt{10}$

즉, $k=\dfrac{1}{50}$

05 ① $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}=0.1732$

③ $3\sqrt{3}=3\times1.732=5.196$

④ $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=17.32$

06 $\sqrt{15}-\sqrt{80}=\sqrt{3\times5}-\sqrt{2^4\times5}=\sqrt{3}\times\sqrt{5}-4\sqrt{5}=ab-4b$

07 $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}=\dfrac{10\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$, $\dfrac{3}{\sqrt{48}}=\dfrac{3}{4\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

즉, $a=\dfrac{2}{3}$, $b=\dfrac{1}{4}$이므로 $ab=\dfrac{1}{6}$

08 $2\sqrt{6}\div\sqrt{15}\times\sqrt{\dfrac{20}{3}}=2\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{15}}\times\sqrt{\dfrac{20}{3}}$

$=2\times\sqrt{6\times\dfrac{1}{15}\times\dfrac{20}{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\therefore a=\dfrac{4}{3}$

09 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{27}\times\sqrt{24}=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=9\sqrt{2}$

직사각형의 가로의 길이를 x로 놓으면 직사각형의 넓이는

$\sqrt{18}\times x=3\sqrt{2}x$

즉, $9\sqrt{2}=3\sqrt{2}x$이므로 $x=9\sqrt{2}\div3\sqrt{2}=9\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3\sqrt{2}}=3$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 3이다.

10 $4\sqrt{3}-2\sqrt{7}-\sqrt{3}+6\sqrt{7}=(4-1)\sqrt{3}+(-2+6)\sqrt{7}=3\sqrt{3}+4\sqrt{7}$

즉, $a=3$, $b=4$이므로 $a+b=7$

11 $\sqrt{72}-\sqrt{75}-\sqrt{18}+\sqrt{48}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

$=(6-3)\sqrt{2}+(-5+4)\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

12 $\sqrt{6}(\sqrt{12}-\sqrt{18})-\sqrt{3}(\sqrt{24}-1)$

$=\sqrt{6}(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})-\sqrt{3}(2\sqrt{6}-1)$

$=6\sqrt{2}-6\sqrt{3}-6\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$=-5\sqrt{3}$

13 $\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$

즉, $p=2-\sqrt{5}$, $q=2+\sqrt{5}$이므로

$2p-3q=2(2-\sqrt{5})-3(2+\sqrt{5})$

$=4-2\sqrt{5}-6-3\sqrt{5}=-2-5\sqrt{5}$

14 넓이가 각각 3 cm^2, 12 cm^2, 27 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{12}$ cm, $\sqrt{27}$ cm, 즉 $\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm, $3\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 만들어진 도형의 둘레의 길이는

$2\times\{(\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3})+3\sqrt{3}\}=18\sqrt{3}(\text{cm})$

15 $\frac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}-3}{3}$

$=2+\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{2}+1$

16 $\sqrt{6}\left(\sqrt{2}-\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-\frac{a}{\sqrt{3}}(2\sqrt{3}+5)$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}(1-\sqrt{3})-2a-\frac{5a}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+3-2a-\frac{5a\sqrt{3}}{3}$

$=\left(1-\frac{5}{3}a\right)\sqrt{3}+3-2a$

이때 유리수가 되려면 $1-\frac{5a}{3}=0$이어야 하므로 $\frac{5a}{3}=1$, $a=\frac{3}{5}$

17 $2<\sqrt{5}<3$에서 $1<-1+\sqrt{5}<2$이므로 $a=1$

$1<\sqrt{2}<2$에서 $4<3+\sqrt{2}<5$이므로 $3+\sqrt{2}$의 정수부분은 4이다.

즉, $b=3+\sqrt{2}-4=\sqrt{2}-1$

$\therefore a+b=\sqrt{2}$

18 ① $\sqrt{7}>2(=\sqrt{4})$

② $-1<2$이므로 $2\sqrt{2}-1<2\sqrt{2}+2$

③ $4+\sqrt{5}-7=\sqrt{5}-3<0$이므로 $4+\sqrt{5}<7$

⑤ $5\sqrt{2}-4-(\sqrt{18}-3)=5\sqrt{2}-4-3\sqrt{2}+3=2\sqrt{2}-1>0$이므로

$5\sqrt{2}-4>\sqrt{18}-3$

집중 공략

42~43p

1 ① $10=2\times5=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^2=a^2b^2$

② $\sqrt{40}=2\sqrt{10}=2\sqrt{2}\sqrt{5}=2ab$

③ $\sqrt{20}=2\sqrt{5}=2b$

④ $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}=\frac{2b}{10}=\frac{b}{5}$

⑤ $\sqrt{0.05}=\sqrt{\frac{5}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{b}{10}$

2 $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로 $1<3-\sqrt{2}<2$

$\langle 3-\sqrt{2}\rangle=1$ ...... ㉠

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $4<3+\sqrt{2}<5$

즉, $3+\sqrt{2}$의 정수 부분은 4이므로

$\langle\langle 3+\sqrt{2}\rangle\rangle=(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 주어진 식에 대입하면

$\langle 3-\sqrt{2}\rangle+\langle\langle 3+\sqrt{2}\rangle\rangle=1+(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}$

즉, $\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}$에서 $a=0$, $b=1$

$\therefore a+b=1$

서술형 문제

44~45p

1 (1) $A=2\sqrt{5}-\sqrt{30}+\sqrt{30}-3\sqrt{5}=-\sqrt{5}$ ...... ❶

$B=3\sqrt{5}-3\sqrt{5}+12+5\sqrt{5}=12+5\sqrt{5}$ ...... ❷

$\therefore A=-\sqrt{5}$, $B=12+5\sqrt{5}$

(2) $A+B=-\sqrt{5}+12+5\sqrt{5}=12+4\sqrt{5}$ ...... ❸

$\therefore 12+4\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ A를 바르게 간단히 하였다.	2
❷ B를 바르게 간단히 하였다.	2
❸ $A+B$를 바르게 계산하였다.	2

2 (1) $2<\sqrt{5}<3$이므로 $4<\sqrt{5}+2<5$

즉, $\sqrt{5}+2$의 정수 부분은 4이다.

$\therefore a=4$ ...... ❶

(2) $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$

즉, $6-\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이므로 소수 부분은

$6-\sqrt{5}-3=3-\sqrt{5}$

$\therefore b=3-\sqrt{5}$ ...... ❷

(3) $\sqrt{5}a-2b=4\sqrt{5}-2(3-\sqrt{5})$

$=4\sqrt{5}-6+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}-6$ ...... ❸

$\therefore 6\sqrt{5}-6$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ $\sqrt{5}a-2b$의 값을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

46~48p

01 ① $4\sqrt{2}\times\frac{9}{\sqrt{3}}=4\sqrt{2}\times3\sqrt{3}=12\sqrt{6}$

② $5\sqrt{8}\div\sqrt{6}=\frac{5\sqrt{8}}{\sqrt{6}}=5\sqrt{\frac{8}{6}}=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10}{3}\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{7}\div2\sqrt{14}=\frac{12\sqrt{7}}{2\sqrt{14}}=6\sqrt{\frac{7}{14}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}\times\sqrt{30}\times\sqrt{3}=15\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{8}\div\sqrt{\frac{2}{5}}\div\sqrt{20}=\sqrt{8}\times\sqrt{\frac{5}{2}}\times\frac{1}{\sqrt{20}}=\sqrt{8\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{20}}=1$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ⑤이다.

02 직육면체의 높이를 h cm로 놓으면 직육면체의 부피는

$\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times h=4\sqrt{3}h$

즉, $4\sqrt{3}h=4\sqrt{30}$이므로 $h=4\sqrt{30}\div4\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{30}}{2\sqrt{12}}=\sqrt{10}$

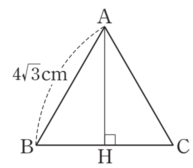
03 $\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}=5\sqrt{6}$, $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{1}{5}\sqrt{6}$

즉, $a=5$, $b=\frac{1}{5}$이므로 $ab=1$

04 $\sqrt{623}=\sqrt{6.23\times100}=10\sqrt{6.23}$
이때 주어진 제곱근표에서 $\sqrt{6.23}=2.496$이므로
$\sqrt{623}=10\sqrt{6.23}=24.96$

05 $\sqrt{1.08}=\sqrt{\dfrac{108}{100}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{10}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}=\dfrac{3a}{5}$

06 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ cm인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{\mathrm{BH}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
이므로 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=6(\mathrm{cm})$
따라서 구하는 정삼각형의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times6\times4\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

07 원기둥의 부피는 $\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=27\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$
직육면체의 부피는 $x\times\sqrt{6}\times2\sqrt{5}=2\sqrt{30}x(\mathrm{cm}^3)$
즉, $27\sqrt{3}\pi=2\sqrt{30}x$이므로
$x=27\sqrt{3}\pi\div2\sqrt{30}=\dfrac{27\sqrt{3}}{2\sqrt{30}}\pi$
$=\dfrac{27}{2}\times\sqrt{\dfrac{3}{30}}\pi=\dfrac{27}{2\sqrt{10}}\pi=\dfrac{27\sqrt{10}}{20}\pi$

08 $5\sqrt{2}-\sqrt{75}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}-2\sqrt{8}=5\sqrt{2}-5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

09 $\dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}-(12-3\sqrt{2})\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}-\dfrac{12-3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{6}(2+\sqrt{2})}{2}-\dfrac{\sqrt{6}(12-3\sqrt{2})}{6}$
$=\sqrt{6}+\sqrt{3}-2\sqrt{6}+\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

10 $\overline{\mathrm{DE}}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $5-\sqrt{13}$
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{13}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=3+\sqrt{13}-(5-\sqrt{13})=2\sqrt{13}-2$

11 $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{20}-2}{2}=\sqrt{5}-1$
이때 $2<\sqrt{5}<3$에서 $1<\sqrt{5}-1<2$이므로
$\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$의 정수 부분은 1이다.
또, $4<3\sqrt{2}<5$에서 $3\sqrt{2}$의 정수 부분은 4이므로 소수 부분은 $3\sqrt{2}-4$이다.
$\therefore\ \left\langle\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right\rangle+[3\sqrt{2}]=1+(3\sqrt{2}-4)=3\sqrt{2}-3$

12 ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}>0$이므로 $3>\sqrt{3}+1$
② $\sqrt{2}-(3-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-3<0$이므로 $\sqrt{2}<3-\sqrt{2}$
③ $4\sqrt{3}-1-(2\sqrt{3}+2)=2\sqrt{3}-3>0$이므로 $4\sqrt{3}-1>2\sqrt{3}+2$
④ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}-6=1+\dfrac{\sqrt{15}}{3}-6=\dfrac{\sqrt{15}}{3}-5<0$이므로
$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}<6$
⑤ $2\sqrt{2}-\sqrt{3}-(3\sqrt{3}-3\sqrt{2})=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}>0$이므로
$2\sqrt{2}-\sqrt{3}>3\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

13 $3\sqrt{18}\div(-\sqrt{6})\times2\sqrt{2}$
$=3\sqrt{18}\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)\times2\sqrt{2}$
$=3\times(-1)\times2\times\sqrt{18\times\dfrac{1}{6}\times2}=-6\sqrt{6}$ …… ❶
$=-6\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$=-6ab$ …… ❷
$\therefore\ -6ab$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	3
❷ 주어진 식을 a, b를 이용하여 바르게 나타내었다.	2

14 $3\sqrt{20}+\sqrt{125}-\sqrt{48}-2\sqrt{27}$
$=6\sqrt{5}+5\sqrt{5}-4\sqrt{3}-6\sqrt{3}$ …… ❶
$=11\sqrt{5}-10\sqrt{3}$ …… ❷
$\therefore\ 11\sqrt{5}-10\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$를 이용하여 식을 바르게 변형하였다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	3

15 $\sqrt{12}\left(\sqrt{6}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)-\dfrac{a}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{18})$
$=6\sqrt{2}-2-\sqrt{2}a+3a$
$=(6-a)\sqrt{2}+3a-2$ …… ❶
이 값이 유리수가 되려면 $6-a=0$이어야 하므로 $a=6$ …… ❷
$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	3
❷ 유리수 a의 값을 바르게 구하였다.	3

16 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$, $1<4-\sqrt{5}<2$이므로
$4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1이다.
즉, $a=1$ …… ❶
$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$에서 $4<\sqrt{20}<5$이므로
$2\sqrt{5}$의 정수 부분은 4이다.
즉, $2\sqrt{5}$의 소수 부분은 $2\sqrt{5}-4$이므로
$b=2\sqrt{5}-4$ …… ❷
$\therefore\ 3a-b=3-(2\sqrt{5}-4)=7-2\sqrt{5}$ …… ❸
$\therefore\ 7-2\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ $3a-b$의 값을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 2회 49~51p

01 $\sqrt{14}\times(-\sqrt{6})\times\left(-\sqrt{\frac{11}{42}}\right)$

$=\sqrt{14\times6\times\frac{11}{42}}=\sqrt{22}$

$\therefore k=22$

02 $\sqrt{180}\div\sqrt{x}=\sqrt{180}\times\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{180}{x}}$이고

$180=2^2\times3^2\times5$이므로 $\sqrt{\frac{180}{x}}$의 값이 자연수가 되려면

x는 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이면서 180의 약수이어야 한다.

④ $\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{2\times3\times5}}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$이므로 자연수가 될 수 없다.

03 $x>0$, $y>0$이므로

$x\sqrt{\frac{27y}{x}}+y\sqrt{\frac{12x}{y}}=\sqrt{\frac{27y}{x}\times x^2}+\sqrt{\frac{12x}{y}\times y^2}$

$=\sqrt{27xy}+\sqrt{12xy}$

$=\sqrt{27\times36}+\sqrt{12\times36}$

$=18\sqrt{3}+12\sqrt{3}=30\sqrt{3}$

$\therefore 30\sqrt{3}$

04 $\sqrt{0.27}=\sqrt{\frac{27}{100}}=\frac{3\sqrt{3}}{10}$, $\sqrt{128}=8\sqrt{2}$

즉, $a=\frac{3}{10}$, $b=8$이므로 $ab=\frac{12}{5}$

05 ① $\sqrt{0.00402}=\sqrt{\frac{40.2}{10000}}=\frac{\sqrt{40.2}}{100}=0.06340$

② $\sqrt{0.041}=\sqrt{\frac{4.1}{100}}=\frac{\sqrt{4.1}}{10}$이므로 주어진 제곱근표로는 값을 구할 수 없다.

③ $\sqrt{0.404}=\sqrt{\frac{40.4}{100}}=\frac{\sqrt{40.4}}{10}=0.6356$

④ $\sqrt{4000}=\sqrt{40\times100}=10\sqrt{40}=63.25$

⑤ $\sqrt{4130}=\sqrt{41.3\times100}=10\sqrt{41.3}=64.27$

06 $\sqrt{312}=\sqrt{3.12\times100}=10\sqrt{3.12}=10a$

$\sqrt{0.312}=\sqrt{\frac{31.2}{100}}=\frac{\sqrt{31.2}}{10}=\frac{b}{10}$

$\therefore \sqrt{312}+\sqrt{0.312}=10a+\frac{b}{10}$

07 $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}$이므로 $a=1$

$\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{10}}{2}=2\sqrt{10}$이므로 $b=2$

$\therefore 6a-2b=2$

08 $\overline{BG}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BE}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\square BEFG=6\sqrt{3}\times5\sqrt{3}=90(\text{cm}^2)$

09 $\sqrt{2}a+\sqrt{3}b=\sqrt{2}(4\sqrt{3}-1)+\sqrt{3}(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=4\sqrt{6}-\sqrt{2}+6-\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}-\sqrt{2}+6$

10 $\frac{1}{2}\overline{AB}^2=4\times2$, $\overline{AB}^2=16$, $\overline{AB}=4$ ($\because \overline{AB}>0$)

$\frac{1}{2}\overline{BC}^2=12\times2$, $\overline{BC}^2=48$, $\overline{BC}=4\sqrt{3}$ ($\because \overline{BC}>0$)

$\frac{1}{2}\overline{CD}^2=27\times2$, $\overline{CD}^2=108$, $\overline{CD}=6\sqrt{3}$ ($\because \overline{CD}>0$)

$\therefore \overline{AD}=4+4\sqrt{3}+6\sqrt{3}=4+10\sqrt{3}(\text{cm})$

11 $3\sqrt{27}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-4\right)-a(\sqrt{3}-2)=9\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-4\right)-a(\sqrt{3}-2)$

$=9-36\sqrt{3}-\sqrt{3}a+2a$

$=(-36-a)\sqrt{3}+2a+9$

이때 이 값이 유리수가 되려면 $-36-a=0$이어야 하므로

$a=-36$

12 $a-c=4\sqrt{2}-(5\sqrt{2}-1)=1-\sqrt{2}<0$이므로 $a<c$

$b-c=3+3\sqrt{2}-(5\sqrt{2}-1)=4-2\sqrt{2}>0$이므로 $c<b$

$\therefore a<c<b$

[다른 풀이]

$4\sqrt{2}=\sqrt{32}$이므로 $5<\sqrt{32}<6$, $5<a<6$

$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이므로 $4<\sqrt{48}<5$, $7<b<8$

$5\sqrt{2}=\sqrt{50}$이므로 $7<\sqrt{50}<8$, $6<c<7$

따라서 $5<a<6<c<7<b<8$이므로 $a<c<b$

13 (1) $\sqrt{1.32}=1.149$, $\sqrt{13.2}=3.633$ …… ❶

(2) $\sqrt{1320}=\sqrt{13.2\times100}=10\sqrt{13.2}$ …… ❷

$=10\times3.633=36.33$ …… ❸

$\therefore 36.33$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{1.32}$와 $\sqrt{13.2}$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❷ $\sqrt{1320}$을 $a\sqrt{b}$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❸ $\sqrt{1320}$의 값을 바르게 구하였다.	2

14 $\sqrt{243}+3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\frac{5}{\sqrt{6}}\right)-4\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$

$=9\sqrt{3}+3\sqrt{6}-\frac{15}{\sqrt{3}}-4\sqrt{6}-4\sqrt{3}$

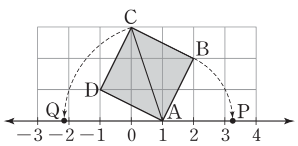
$=9\sqrt{3}+3\sqrt{6}-5\sqrt{3}-4\sqrt{6}-4\sqrt{3}=-\sqrt{6}$ …… ❶

즉, $a=0$, $b=-1$이므로 $a+b=-1$ …… ❷

$\therefore -1$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	4
❷ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	2

15



(1) $\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다. …… ❶

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1-\sqrt{10}$이다. …… ❷

∴ 점 P에 대응하는 수: $1+\sqrt{5}$,
점 Q에 대응하는 수: $1-\sqrt{10}$

(2) $\overline{PQ}=1+\sqrt{5}-(1-\sqrt{10})=\sqrt{5}+\sqrt{10}$ …… ❸

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{10}$

채점기준	배점
❶ 점 P에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 Q에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2
❸ $\overline{PQ}$의 길이를 바르게 구하였다.	2

16 $8<\sqrt{75}<9$에서 $\sqrt{75}$의 정수 부분은 8이므로

$f(75)=\sqrt{75}-8=5\sqrt{3}-8$ …… ❶

$6<\sqrt{48}<7$에서 $\sqrt{48}$의 정수 부분은 6이므로

$f(48)=\sqrt{48}-6=4\sqrt{3}-6$ …… ❷

$3<\sqrt{12}<4$에서 $\sqrt{12}$의 정수 부분은 3이므로

$f(12)=\sqrt{12}-4=2\sqrt{3}-3$ …… ❸

$\therefore f(74)-f(48)+f(12)$

$=5\sqrt{3}-8-(4\sqrt{3}-6)+(2\sqrt{3}-3)$

$=3\sqrt{3}-5$ …… ❹

$\therefore 3\sqrt{3}-5$

채점기준	배점
❶ $f(75)$의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ $f(48)$의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $f(12)$의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ 주어진 식의 값을 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 52p

삼각형 OAB에서

$S_1=\frac{1}{2}\overline{OA}^2=\frac{1}{2}$, $\overline{OA}^2=1$, $\overline{OA}=1$ ($\because \overline{OA}>0$)

삼각형 ACD에서

$S_2=2S_1=1$, $\frac{1}{2}\overline{AC}^2=1$, $\overline{AC}^2=2$, $\overline{AC}=\sqrt{2}$ ($\because \overline{AC}>0$)

삼각형 CEF에서

$S_3=2S_2=2$, $\frac{1}{2}\overline{CE}^2=2$, $\overline{CE}^2=4$, $\overline{CE}=2$ ($\because \overline{AC}>0$)

이때 $\overline{OE}=\overline{OA}+\overline{AC}+\overline{CE}=3+\sqrt{2}$, $\overline{EF}=\overline{CE}=2$

즉, 점 F의 좌표는 $(3+\sqrt{2},\ 2)$이다.

Ⅱ 다항식의 곱셈과 인수분해

01 다항식의 곱셈과 곱셈 공식

기출 Best 56~59p

01 $(5x+2y-3)(4x+2)=20x^2+10x+8xy+4y-12x-6$

$=20x^2+8xy-2x+4y-6$

02 [ac항]: $2a\times(-5c)=-10ac$

[bc항]: $b\times(-5c)=-5bc$

즉, ac의 계수는 -10, bc의 계수는 -5이므로

구하는 합은 $-10+(-5)=-15$

[다른 풀이]

$(2a+b)(-5c+4d)=-10ac+8ad-5bc+4bd$

즉, ac의 계수는 -10, bc의 계수는 -5이므로

구하는 합은 $-10+(-5)=-15$

03 $(3x+A)^2=9x^2+6Ax+A^2$이므로 $6A=12$, $A^2=B$

즉, $A=2$, $B=2^2=4$이므로 $A+B=6$

04 $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$이므로 $a=9$, $b=-12$, $c=4$

$\therefore a+b-c=9+(-12)-4=-7$

05 ② $(-x-2y)^2=\{-(x+2y)\}^2=(x+2y)^2$

③ $(-x+2y)^2=\{-(x-2y)\}^2=(x-2y)^2$

따라서 $(x-2y)^2$과 전개식이 같은 것은 ③ $(-x+2y)^2$이다.

06 ② $(-4+3x)(-4-3x)=16-9x^2$

07 $(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$이므로

$a=4,\ b=-16$

$\therefore\ a-b=4-(-16)=20$

08 $(x+2)(x-a)=x^2+(2-a)x-2a$이므로

$2-a=-2a,\ a=-2$

09 $(ax-5)(3x+2)=3ax^2+(2a-15)x-10$이므로

$3a=12,\ 2a-15=b$

즉, $a=4,\ b=2\times4-15=-7$이므로 $a+b=-3$

10 ① $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{4}{9}$

② $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$

④ $(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$

⑤ $(2x+3)(3x-2)=6x^2+5x-6$

11 $(x-1)^2+(x+3)(x-2)=x^2-2x+1+x^2+x-6$

$=2x^2-x-5$

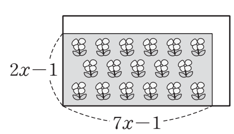
12 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $3x+2$, 세로의 길이는 $2x-1$이므로

(색칠한 직사각형의 넓이)$=(3x+2)(2x-1)$

$=6x^2+x-2$

13 그림에서 길을 제외한 정원의 넓이는

$(7x-1)(2x-1)=14x^2-9x+1$



14 $x+y=A$로 놓으면

$(x+y+5)(x+y-3)$

$=(A+5)(A-3)=A^2+2A-15$

$=(x+y)^2+2(x+y)-15$

$=x^2+2xy+y^2+2x+2y-15$

15 $3.8\times4.2=(4-0.2)(4+0.2)$이므로 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

16 $\frac{197\times203+9}{103\times97+9}=\frac{(200-3)(200+3)+9}{(100+3)(100-3)+9}$

$=\frac{200^2-9+9}{100^2-9+9}=\frac{200^2}{100^2}=4$

17 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-3\sqrt{3})=5+(\sqrt{3}-3\sqrt{3})\times\sqrt{5}-9$

$=-4-2\sqrt{15}$

18 $(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=(3-2\sqrt{3}+1)+(5-3)$

$=4-2\sqrt{3}+2$

$=6-2\sqrt{3}$

19 $\frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\frac{2(7+2\sqrt{35}+5)}{7-5}$

$=\frac{2(12+2\sqrt{35})}{2}=12+2\sqrt{35}$

20 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}+\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}+\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}$

$=\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$

[다른 풀이]

$\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=2\sqrt{5}$

21 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\times(-1)=11$

22 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}$

이때 $x+y=3+\sqrt{7}+3-\sqrt{7}=6$,

$xy=(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})=2$이므로

$\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\frac{6^2-2\times2}{2}=\frac{32}{2}=16$

23 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=2^2-2=2$

24 $x-1=\sqrt{3}$이므로

$(x-1)^2=(\sqrt{3})^2,\ x^2-2x+1=3,\ x^2-2x=2$

$\therefore\ x^2-2x+5=2+5=7$

기출 Best 쌍둥이

60~63p

01 $(2x-3y)(5x+2y)=10x^2+4xy-15xy-6y^2$

$=10x^2-11xy-6y^2$

즉, $a=10,\ b=-11,\ c=-6$이므로

$a+b-c=10+(-11)-(-6)=5$

02 [xy항]: $4x\times(-2y)+(-3y)\times(-x)=-8xy+3xy=-5xy$

[y^2항]: $(-3y)\times(-2y)=6y^2$

즉, xy의 계수는 -5, y^2의 계수는 6이므로

구하는 합은 $-5+6=1$

03 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$이므로 $2a=b,\ a^2=\frac{1}{16}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{4}$이고, $b=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$이다.

$\therefore\ b-a=\frac{1}{4}$

04 $(Ax-2)^2=A^2x^2-4Ax+4$이므로

$A^2=25$, $-4A=-20$에서 $A=5$이고, $B=4$이다.

05 $(-a+3b)^2=\{-(a-3b)\}^2=(a-3b)^2$,

$(-a-3b)^2=\{-(a+3b)\}^2=(a+3b)^2$이므로 옳은 것의 개수는 (다), (라)의 2이다.

06 $(-2x+3y)(-2x-3y)=4x^2-9y^2$이므로 $a=4$, $b=9$

$\therefore a+b=13$

07 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$

$=(a^4-1)(a^4+1)$

$=a^8-1$

08 $(x-a)(x-12)=x^2+(-a-12)x+12a$이므로

$-a-12=b$, $12a=12$

즉, $a=1$, $b=-1-12=-13$이므로

$a-b=1-(-13)=14$

09 $(3x+A)(Bx-2)=3Bx^2+(-6+AB)x-2A$이므로

$3B=6$, $-6+AB=C$, $-2A=-10$

즉, $A=5$, $B=2$, $C=-6+5\times2=4$이므로

$A+B+C=5+2+4=11$

10 ① 9 ② 8 ③ -9 ④ -2 ⑤ 10

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ③이다.

11 $(x-2)(x+2)+(3x+1)(x-2)=x^2-4+3x^2-5x-2$

$=4x^2-5x-6$

즉, $A=4$, $B=-5$, $C=-6$이므로

$A+2B-C=4+2\times(-5)-(-6)=0$

12 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $a+2b$, 세로의 길이는 $a-b$이므로

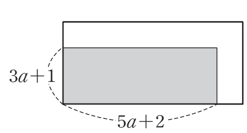
(색칠한 직사각형의 넓이)$=(a+2b)(a-b)$

$=a^2+ab-2b^2$

13 그림에서 길을 제외한 땅의 넓이는

$(5a+2)(3a+1)$

$=15a^2+11a+2$



14 $(1+x-y)(1-x+y)=\{1+(x-y)\}\{1-(x-y)\}$

$x-y=A$로 놓으면

$\{1+(x-y)\}\{1-(x-y)\}=(1+A)(1-A)=1^2-A^2$

$=1-(x-y)^2$

$=1-(x^2-2xy+y^2)$

$=1-x^2+2xy-y^2$

15 ① $996^2=(1000-4)^2$이므로

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

② $1007^2=(1000+7)^2$이므로

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용한다.

③ $48\times52=(50-2)(50+2)$이므로

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

④, ⑤ $103\times105=(100+3)(100+5)$,

$198\times207=(200-2)(200+7)$이므로

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

16 $\dfrac{2020\times2022+1}{2021}=\dfrac{(2021-1)(2021+1)+1}{2021}$

$=\dfrac{2021^2-1+1}{2021}=\dfrac{2021^2}{2021}=2021$

17 $(4+3\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})=12+(-8+9)\sqrt{5}-30=-18+\sqrt{5}$

즉, $a=-18$, $b=1$이므로

$b-a=1-(-18)=19$

18 $(\sqrt{6}+3)^2-(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)=(6+6\sqrt{6}+9)-(6-1)$

$=15+6\sqrt{6}-5$

$=10+6\sqrt{6}$

19 $\dfrac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{4-3}=-3+2\sqrt{3}$

즉, $a=-3$, $b=2$이므로

$a-b=-5$

20 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$=\dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})}-\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$

$=\dfrac{6+2\sqrt{30}+5}{6-5}-\dfrac{6-2\sqrt{30}+5}{6-5}$

$=11+2\sqrt{30}-(11-2\sqrt{30})=4\sqrt{30}$

21 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=4^2+4\times10=56$

22 $x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$

$y=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$

이때 $x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$,

$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$이므로

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times1=14$

23 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=5^2+4=29$

24 $x-5=2\sqrt{6}$이므로

$(x-5)^2=(2\sqrt{6})^2$, $x^2-10x+25=24$, $x^2-10x=-1$

$\therefore x^2-10x+2=-1+2=1$

집중 공략

64~67p

1 좌변에 $\frac{1}{3}(4-1)$을 곱하면

$$\frac{1}{3}(4-1)(4+1)(4^2+1)(4^4+1)(4^8+1)$$
$$=\frac{1}{3}(4^2-1)(4^2+1)(4^4+1)(4^8+1)$$
$$=\frac{1}{3}(4^4-1)(4^4+1)(4^8+1)$$
$$=\frac{1}{3}(4^8-1)(4^8+1)$$
$$=\frac{1}{3}(4^{16}-1)=\frac{1}{3}(2^{32}-1)$$

이때 $k(2^a-b)=\frac{1}{3}(2^{32}-1)$이므로 $a=32$, $b=1$, $k=\frac{1}{3}$

즉, $k(a+b)=\frac{1}{3}\times(32+1)=11$

2 $(x-6)(x-4)(x-1)(x+1)-5$
$=(x-6)(x+1)(x-4)(x-1)-5$
$=(x^2-5x-6)(x^2-5x+4)-5$ …… ㉠

$x+\frac{4}{x}=5$의 양변에 x를 곱하면

$x^2+4=5x$, $x^2-5x=-4$

이때 $x^2-5x=-4$를 ㉠에 대입하면

$(-4-6)\times(-4+4)-5=-5$

3 구해야 하는 식의 값 $(x^2+y^2)^2-2(x-y)^2$에서

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(-4)^2-2\times3=10$

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(-4)^2-4\times3=4$

즉, $(x^2+y^2)^2-2(x-y)^2=10^2-2\times4=92$

4 x의 분모를 유리화하면

$$x=\frac{2}{\sqrt{6}-2}=\frac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\frac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6})^2-2^2}=\sqrt{6}+2$$

이때 $x=\sqrt{6}+2$에서 $x-2=\sqrt{6}$이므로 양변을 제곱하면

$(x-2)^2=(\sqrt{6})^2$, $x^2-4x+4=6$, $x^2-4x=2$

즉, $x^2-4x+7=2+7=9$

서술형 문제

68~71p

1 등식의 좌변을 전개하면

$(x+2y-3)(4x-5y+6)$
$=4x^2-5xy+6x+8xy-10y^2+12y-12x+15y-18$
$=4x^2-10y^2+3xy-6x+27y-18$ …… ❶

이때 $4x^2-10y^2+Axy+Bx+Cy-18$
$=4x^2-10y^2+3xy-6x+27y-18$

이므로 $A=3$, $B=-6$, $C=27$ …… ❷

$\therefore A-B+C=36$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 등식의 좌변을 바르게 전개하였다.	2
❷ A, B, C의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $A-B+C$의 값을 바르게 구하였다.	1

2 주어진 식을 전개하면

$(3-2\sqrt{3})(6+a\sqrt{3})=18+3a\sqrt{3}-12\sqrt{3}-6a$
$=18-6a+3(a-4)\sqrt{3}$ …… ❶

이때 계산한 결과가 유리수가 되려면 $a-4=0$이어야 한다.

즉, $a=4$ …… ❷

$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 전개하였다.	3
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2

3 (1) 이용할 수 있는 곱셈 공식은

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ …… ❶

$\therefore (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(2) $\frac{2021}{2021^2-2020\times2022}$에서 $2021=A$로 놓으면

$$\frac{2021}{2021^2-2020\times2022}=\frac{A}{A^2-(A-1)(A+1)}$$
$$=\frac{A}{A^2-A^2+1}$$
$$=A=2021$$ …… ❷

$\therefore$ 2021

채점기준	배점
❶ 곱셈 공식을 바르게 제시하였다.	2
❷ (1)의 곱셈 공식을 이용하여 식을 바르게 계산하였다.	4

4 (1) $x=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$
$=\frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}=3-2\sqrt{2}$

$y=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$
$=\frac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}=3+2\sqrt{2}$ …… ❶

$\therefore x=3-2\sqrt{2}$, $y=3+2\sqrt{2}$

(2) $x+y=6$, $xy=1$이므로 …… ❷

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$$
$$=\frac{6^2-2\times1}{1}=34$$ …… ❸

$\therefore$ 34

채점기준	배점
❶ x, y 각각의 분모를 유리화하여 바르게 나타내었다.	4
❷ $x+y$, xy의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ 식의 값을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회 72~75p

01 $(a+5)(b-2)=ab-2a+5b-10$

02 $(2x+y)^2=4x^2+4xy+y^2$
즉, $A=4$, $B=4$, $C=1$이므로
$A+2B+3C=4+2\times4+3\times1=15$

03 $(x-y)(-y-x)=(-y+x)(-y-x)=-x^2+y^2$
즉, $a=-1$, $b=1$이므로
$a-b=-2$

04 $(x-3)(x+3)(x^2+3^2)(x^4+3^4)(x^8+3^8)$
$=(x^2-3^2)(x^2+3^2)(x^4+3^4)(x^8+3^8)$
$=(x^4-3^4)(x^4+3^4)(x^8+3^8)$
$=(x^8-3^8)(x^8+3^8)=x^{16}-3^{16}$
즉, $a=16$, $b=16$이므로
$a+b=32$

05 $(x+a)(x-7)=x^2+(a-7)x-7a$에서
$a-7=-5$, $-7a=b$
즉, $a=2$, $b=-7\times2=-14$이므로
$a+b=-12$

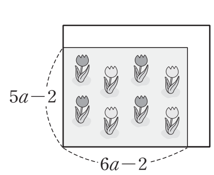
06 $(2x+1)(x-a)=2x^2+(-2a+1)x-a$이므로
$-2a+1=-5$, $-2a=-6$, $a=3$
따라서 상수항은 $-a=-3$

07 ㄴ. $(-a-3)^2=a^2+6a+9$
ㄷ. $(-y-5)(y-5)=-y^2+25$

08 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $3x+2$, 세로의 길이는 $5x-3$이므로
(색칠한 직사각형의 넓이)$=(3x+2)(5x-3)$
$=15x^2+x-6$

09 □AEFG에서
$\overline{AG}=3x-2y$, $\overline{AE}=2y-(3x-2y)=-3x+4y$이므로
□AEFG$=(3x-2y)(-3x+4y)=-9x^2+18xy-8y^2$
즉, $a=-9$, $b=18$, $c=-8$이므로
$a+b-c=-9+18-(-8)=17$

10 그림에서 길을 제외한 화단의 넓이는
$(6a-2)(5a-2)=30a^2-22a+4$



11 $x-y=A$로 놓으면
$(x-y+1)(x-y-1)=(A+1)(A-1)=A^2-1$
$=(x-y)^2-1=x^2-2xy+y^2-1$

12 $102\times103=(100+2)(100+3)$이므로
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

13 $(a+4\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})=3a+(-2a+12)\sqrt{5}-40$
$=3a-40-2(a-6)\sqrt{5}$
이때 계산 결과가 유리수가 되려면 $a-6=0$이어야 하므로
$a=6$

14 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(9)$
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{10}-\sqrt{9})$
$=\sqrt{10}-\sqrt{1}=\sqrt{10}-1$

15 $a^2+ab+b^2=(a+b)^2-ab=3^2-(-2)=11$

16 $x+y=1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=2$,
$xy=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=1-3=-2$이므로
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=2^2-2\times(-2)=8$

17 $x\neq0$이므로 $x^2+x-1=0$의 양변을 x로 나누면
$x+1-\dfrac{1}{x}=0$, $x-\dfrac{1}{x}=-1$
$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=(-1)^2+2=3$

18 $x=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-3}=\dfrac{2\sqrt{2}+3}{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)}=\dfrac{2\sqrt{2}+3}{8-9}=-3-2\sqrt{2}$이므로 $x+3=-2\sqrt{2}$에서
$(x+3)^2=(-2\sqrt{2})^2$, $x^2+6x+9=8$, $x^2+6x=-1$
$\therefore x^2+6x-5=-1-5=-6$

19 $(ax+4)(2x+b)=2ax^2+(ab+8)x+4b$ …… ❶
이때 $2a=6$이므로 $a=3$이고, $4b=-4$이므로 $b=-1$이다.
또, $a=3$, $b=-1$이므로
$c=ab+8=3\times(-1)+8=-3+8=5$ …… ❷
즉, $abc=3\times(-1)\times5=-15$ …… ❸
$\therefore -15$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개하였다.	2
❷ a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ abc의 값을 바르게 구하였다.	1

20 (1) $(-x+3)(3x-4)+(2x+3)(2x-3)$

$=-3x^2+13x-12+4x^2-9$

$=x^2+13x-21$ …… ❶

이므로 $A=1$, $B=13$, $C=-21$ …… ❷

$\therefore$ $A=1$, $B=13$, $C=-21$

(2) $A=1$, $B=13$, $C=-21$이므로

$A+B+C=1+13+(-21)=-7$ …… ❸

$\therefore$ -7

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	3
❷ A, B, C의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $A+B+C$의 값을 바르게 구하였다.	1

21 (1) $A=(\sqrt{5}-2)^2=5-4\sqrt{5}+4=9-4\sqrt{5}$ …… ❶

$\therefore$ $9-4\sqrt{5}$

(2) $B=(1+2\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)$

$=-1+(-2+1)\sqrt{5}+10=9-\sqrt{5}$ …… ❷

$\therefore$ $9-\sqrt{5}$

(3) $A=9-4\sqrt{5}$, $B=9-\sqrt{5}$이므로

$A-B=9-4\sqrt{5}-(9-\sqrt{5})$

$=9-4\sqrt{5}-9+\sqrt{5}$

$=-3\sqrt{5}$ …… ❸

$\therefore$ $-3\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ A를 바르게 계산하였다.	2
❷ B를 바르게 계산하였다.	2
❸ $A-B$의 값을 바르게 구하였다.	2

22 $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\dfrac{6(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}+\dfrac{6(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$

$=\sqrt{5}-\sqrt{3}+3\sqrt{5}+3\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}+4\sqrt{5}$ …… ❶

즉, $a=2$, $b=4$이므로 …… ❷

$a-b=2-4=-2$ …… ❸

$\therefore$ -2

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산하였다.	4
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a-b$의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 2회

76~79p

01 [xy항]: $-5axy-6xy=(-5a-6)xy$

즉, $-5a-6=4$에서 $-5a=10$, $a=-2$

이때 x항은 $-ax+10x=(-a+10)x$이므로

x의 계수는 $-a+10=-(-2)+10=12$

02 $(2x-a)^2=4x^2-4ax+a^2$이므로 $-4a=b$, $a^2=49$

이때 $a>0$이므로 $a=7$이고, $b=-4\times7=-28$이다.

$\therefore$ $a+b=-21$

03 ② $(-2a-3)^2=\{-(2a+3)\}^2=(2a+3)^2$

③ $(-2a+3)^2=\{-(2a-3)\}^2=(2a-3)^2$

⑤ $(-3a+2)^2=\{-(3a-2)\}^2=(3a-2)^2$

따라서 $(2a-3)^2$과 전개식이 같은 것은 ③ $(-2a+3)^2$이다.

04 $\left(\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{3}b\right)\left(\dfrac{1}{2}a-\dfrac{1}{3}b\right)=\dfrac{1}{4}a^2-\dfrac{1}{9}b^2$

이때 $\dfrac{1}{4}a^2-\dfrac{1}{9}b^2$에 $a^2=12$, $b^2=18$을 대입하면

$\dfrac{1}{4}a^2-\dfrac{1}{9}b^2=\dfrac{1}{4}\times12-\dfrac{1}{9}\times18=1$

05 $(x+A)(x+B)=x^2+(A+B)x+AB$이므로

$A+B=C$, $AB=15$

$AB=15$를 만족시키는 A, B의 값을

순서쌍 (A, B)로 나타내면

$(-15, -1)$, $(-5, -3)$, $(-3, -5)$, $(-1, -15)$,

$(1, 15)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(15, 1)$

따라서 C의 값이 될 수 있는 것은 -16, -8, 8, 16이다.

06 $(3x+A)(2x+5)=6x^2+(15+2A)x+5A$이므로

$6=B$, $15+2A=11$, $5A=-10$

즉, $A=-2$, $B=6$이므로 $A+B=4$

07 $P+Q=(a+b)(a-b)$, $P+R=a^2-b^2$

$\therefore$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

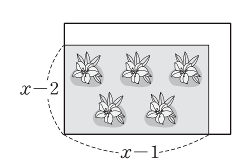
08 $(x-a)^2-(x-2)(x+5)=x^2-2ax+a^2-(x^2+3x-10)$

$=(-2a-3)x+a^2+10$

이므로 $-2a-3=7$, $-2a=10$, $a=-5$

09 그림에서 길을 제외한 꽃밭의 넓이는

$(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$



10 $(x-2)(x-1)(x+2)(x+3)=(x-2)(x+3)(x-1)(x+2)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-2)$

이때 $x^2+x-3=0$에서 $x^2+x=3$이므로

$(x^2+x-6)(x^2+x-2)=(3-6)\times(3-2)=-3$

11 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)=(2^8-1)(2^8+1)=2^{16}-1$

이므로 $n=16$

12 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$

13 $\frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\frac{3\sqrt{3}+3}{9-3}=\frac{3(\sqrt{3}+1)}{6}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

즉, $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$a-b=0$

14 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=7^2+2\times(-3)=43$

15 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로 $8=4^2-2xy$, $2xy=8$, $xy=4$

$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{8}{4}=2$

16 $ab=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=4-5=-1$이므로

$a^6b^5+1=a(ab)^5+1=a\times(-1)^5+1=-a+1$

$=-(2-\sqrt{5})+1=-2+\sqrt{5}+1=-1+\sqrt{5}$

17 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=3^2+2=11$

18 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $x=\sqrt{6}-2$

이때 $x+2=\sqrt{6}$이므로

$(x+2)^2=(\sqrt{6})^2$, $x^2+4x+4=6$, $x^2+4x=2$

$\therefore x^2+4x-8=2-8=-6$

19 (1) $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ …… ❶

이때 $2a=1$, $a^2=b$이므로 $a=\frac{1}{2}$, $b=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ …… ❷

$\therefore a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{4}$

(2) $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{4}$이므로

$a\div b=\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times 4=2$ …… ❸

$\therefore 2$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개하였다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a\div b$의 값을 바르게 구하였다.	1

20 (1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …… ❶

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ …… ❷

$\therefore (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(2) (색칠한 부분의 넓이) $=(x+2)^2-(x-2)^2$

$=x^2+4x+4-(x^2-4x+4)$

$=x^2+4x+4-x^2+4x-4$

$=8x$ …… ❸

$\therefore 8x$

채점기준	배점
❶ $(a+b)^2$을 바르게 전개하였다.	2
❷ $(a-b)^2$을 바르게 전개하였다.	2
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구하였다.	3

21 곱셈 공식 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. …… ❶

즉, $49^2-40.1\times39.9$에서

$(50-1)^2-(40+0.1)(40-0.1)$

$=50^2-2\times50\times1+1^2-(40^2-0.1^2)$

$=2500-100+1-1600+0.01$

$=801.01$ …… ❷

$\therefore 801.01$

채점기준	배점
❶ 이용하는 가장 적당한 곱셈 공식을 모두 바르게 제시하였다.	2
❷ $49^2-40.1\times39.9$를 바르게 계산하였다.	3

22 $x=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$y=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

…… ❶

이때 $x-y=\sqrt{3}-\sqrt{2}-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$,

$xy=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=3-2=1$ …… ❷

이므로

$x^2-3xy+y^2=(x-y)^2-xy=(-2\sqrt{2})^2-1=8-1=7$

…… ❸

$\therefore 7$

채점기준	배점
❶ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화하였다.	2
❷ $x-y$, xy의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $x^2-3xy+y^2$의 값을 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 80p

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^n=A$, $\left(y-\frac{1}{y}\right)^n=B$로 놓으면

$\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^n+\left(y-\frac{1}{y}\right)^n\right\}^2-\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^n-\left(y-\frac{1}{y}\right)^n\right\}^2$

$=(A+B)^2-(A-B)^2=4AB$

처음 식으로 되돌려 놓으면

$$4AB=4\left(x-\frac{1}{x}\right)^n\left(y-\frac{1}{y}\right)^n=4\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(y-\frac{1}{y}\right)\right\}^n$$
$$=4\left(xy-\frac{x}{y}-\frac{y}{x}+\frac{1}{xy}\right)^n=4\left(xy+\frac{1}{xy}-\frac{x^2+y^2}{xy}\right)^n$$
$$=4(-1-1+5)^n=4\times3^n=2^2\times3^n$$

이때 $972=2^2\times3^5$이므로

$n=5$

02 인수분해

기출 Best

84~87p

01 ④ a^2은 다항식 $a(a+1)(a-3)$의 인수가 아니다.

02 $2xy^2-8x^2y=2xy(y-4x)$

03 ① $x^2+2x+1=(x+1)^2$

② $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $4x^2+2x+1$은 인수분해가 되지 않는다.

④ $16x^2+24x+9=(4x+3)^2$

⑤ $2x^2-8xy+8y^2=2(x^2-4xy+4y^2)=2(x-2y)^2$

04 $a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$

05 $\sqrt{x^2+6x+9}-\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$

$=|x+3|-|x-2|$

이때 $-3<x<2$에서 $x+3>0$, $x-2<0$이므로

$|x+3|-|x-2|=(x+3)-\{-(x-2)\}$

$=x+3+x-2$

$=2x+1$

06 $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$

07 $x^2+2x-35=(x+7)(x-5)$이므로 두 일차식의 합은

$(x+7)+(x-5)=2x+2$

08 $5x^2-xy-6y^2=(5x-6y)(x+y)$이므로 $A=-6$, $B=1$

$\therefore A+B=-5$

09 ① $3a^2b-6ab=3ab(a-2)$

② $x^2-10x+25=(x-5)^2$

③ $4x^2-25y^2=(2x+5y)(2x-5y)$

④ $x^2-3x-28=(x+4)(x-7)$

10 $3x^2-7x-6=(x-3)(3x+2)$

$x^2+2x-15=(x-3)(x+5)$

따라서 두 다항식 $3x^2-7x-6$, $x^2+2x-15$의 공통인수는 $x-3$이다.

11 $12x^2+ax-10=(3x-2)(4x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$a=3m-8$, $-10=-2m$

즉, $m=5$이므로 $a=3\times5-8=7$

12 $x^2+ax-18=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$a=-3+m$, $-18=-3m$이므로 $m=6$, $a=-3+6=3$

$2x^2-3x+b=(x-3)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$-3=n-6$, $b=-3n$이므로 $n=3$, $b=-3\times3=-9$

$\therefore a+b=-6$

13 (i) $(x+3)(x+4)=x^2+7x+12$에서 성우는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 12이다.

(ii) $(x+2)(x-10)=x^2-8x-20$에서 다현이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -8이다.

(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $x^2-8x+12$이므로 인수분해하면

$x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

14 (직사각형 10개의 넓이의 합)$=x^2+5\times x+4\times1=x^2+5x+4$

따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는

$x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$

15 $(a-1)x^2-(a-1)=(a-1)(x^2-1)$

$=(a-1)(x+1)(x-1)$

16 $x+3=A$로 놓으면

$(x+3)^2-3(x+3)-10=A^2-3A-10=(A+2)(A-5)$

$=(x+3+2)(x+3-5)$

$=(x+5)(x-2)$

17 $3x-4=A$, $x+3=B$로 놓으면

$(3x-4)^2-(x+3)^2=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(3x-4+x+3)(3x-4-x-3)$

$=(2x-7)(4x-1)$

18 $x^2y-xy^2+x-y=xy(x-y)+x-y$

$=(x-y)(xy+1)$

19 $a^2-b^2-2a+1=(a^2-2a+1)-b^2=(a-1)^2-b^2$

$=(a+b-1)(a-b-1)$

20 $9\times6.5^2-9\times3.5^2=9\times(6.5^2-3.5^2)$

$=9\times(6.5+3.5)\times(6.5-3.5)$

$=9\times10\times3=270$

21 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)=(2-\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3}-2)$
$=-\sqrt{3}(3-\sqrt{3})=3-3\sqrt{3}$

22 $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{3-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{3-1}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
이때 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$이고,
$x+y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\sqrt{3}$, $x-y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=1$이므로 구하는 값은 $\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$

23 $x^2-y^2+4x-4y=(x+y)(x-y)+4(x-y)$
$=(x-y)(x+y+4)$
$=3\times(4+4)=24$

24 $3x^2-4xy-4y^2=(3x+2y)(x-2y)$이므로
(직사각형의 둘레의 길이)$=2\{(3x+2y)+(x-2y)\}$
$=2\times4x=8x$

기출 Best 쌍둥이 88~91p

01 ④ $5x-3$은 다항식 $5(x-3)(x+4)$의 인수가 아니다.

02 $a-b+(2x+3y)(a-b)=(a-b)(2x+3y+1)$이므로 인수인 것은 ④ $2x+3y+1$이다.

03 ① $x^2+xy+\dfrac{1}{4}y^2=\left(x+\dfrac{1}{2}y\right)^2$
② $9a^2-6a+1=(3a-1)^2$
③ $-2a^2-20a-50=-2(a^2+10a+25)=-2(a+5)^2$
④ $4x^2-6xy+9y^2$은 인수분해가 되지 않는다.
⑤ $49x^2-28x+4=(7x-2)^2$

04 $a=2\sqrt{81}=2\times9=18$

05 $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-10x+25}=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-5)^2}$
$=|x-1|+|x-5|$
이때 $1<x<5$에서 $x-1>0$, $x-5<0$이므로
$|x-1|+|x-5|=(x-1)-(x-5)=x-1-x+5$
$=4$

06 $16x^2-25=(4x)^2-5^2=(4x+5)(4x-5)$이므로 $A=4$, $B=5$
$\therefore A+B=9$

07 $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$이므로 두 일차식의 합은
$(x-2)+(x-5)=2x-7$

08 $2x^2+x-15=(2x-5)(x+3)$이므로 $A=2$, $B=5$, $C=3$
$\therefore A-B+C=0$

09 ① 7 ② 3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ①이다.

10 $9x^2-16y^2=(3x+4y)(3x-4y)$
$9x^2-6xy-8y^2=(3x+2y)(3x-4y)$
따라서 두 다항식 $9x^2-16y^2$, $9x^2-6xy-8y^2$의 공통인수는 $3x-4y$이다.

11 $x^2+ax+21=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면
$a=-3+m$, $21=-3m$
즉, $m=-7$이므로 $a=-3+(-7)=-10$

12 $x^2-6x+a=(x+1)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면
$-6=1+m$, $a=m$이므로 $m=-7$, $a=-7$
$3x^2+bx-2=(x+1)(3x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면
$b=n+3$, $n=-2$이므로 $b=-2+3=1$
$\therefore ab=-7$

13 (i) $(3x+1)(x+5)=3x^2+16x+5$에서 나래는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 5이다.
(ii) $(3x+4)(x-4)=3x^2-8x-16$에서 시언이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -8이다.
(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $3x^2-8x+5$이므로 인수분해하면
$3x^2-8x+5=(3x-5)(x-1)$

14 (직사각형 6개의 넓이의 합)$=2\times x^2+3\times x+1=2x^2+3x+1$
따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는
$2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$

15 $(a-b)x^2+2(a-b)x+a-b=(a-b)(x^2+2x+1)$
$=(a-b)(x+1)^2$

16 $x+2=A$로 놓으면
$6(x+2)^2-12(x+2)+6=6A^2-12A+6$
$=6(A^2-2A+1)=6(A-1)^2$
$=6(x+2-1)^2=6(x+1)^2$
이므로 $a=6$, $b=1$
$\therefore a+b=7$

17 $x+5=A$, $x-3=B$로 놓으면
$2(x+5)^2+5(x+5)(x-3)-3(x-3)^2$
$=2A^2+5AB-3B^2=(2A-B)(A+3B)$
$=(2x+10-x+3)(x+5+3x-9)$
$=(x+13)(4x-4)=4(x-1)(x+13)$

18 $x^2-yz-y^2+xz=x^2-y^2+xz-yz=(x+y)(x-y)+z(x-y)$
$=(x-y)(x+y+z)$
이므로 인수인 것은 ⑤ $x+y+z$이다.

19 $64-x^2+6xy-9y^2=64-(x^2-6xy+9y^2)=8^2-(x-3y)^2$
$=(8+x-3y)(8-x+3y)$

20 $\dfrac{99^2-1}{53^2+2\times53\times47+47^2}=\dfrac{(99+1)\times(99-1)}{(53+47)^2}=\dfrac{100\times98}{100^2}$
$=\dfrac{98}{100}=0.98$

21 $x-3=A$로 놓으면
$(x-3)^2-2(x-3)+1=A^2-2A+1=(A-1)^2$
$=(x-3-1)^2=(x-4)^2$
$=(4-\sqrt{5}-4)^2=(-\sqrt{5})^2$
$=5$

[다른 풀이]
$x-3=A$로 놓으면
$(x-3)^2-2(x-3)+1=A^2-2A+1=(A-1)^2$
$=(x-3-1)^2=(x-4)^2$
이때 $x=4-\sqrt{5}$에서 $x-4=\sqrt{5}$이므로
$(x-4)^2=(-\sqrt{5})^2=5$

22 $a^2-2ab-3b^2=(a+b)(a-3b)$
$=(1.75+0.25)(1.75-3\times0.25)$
$=2\times1=2$

23 $x^2-y^2-3x+3y=(x+y)(x-y)-3(x-y)$
$=(x-y)(x+y-3)$
$=\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+3-3)=2$

24 (잔디가 깔린 부분의 넓이)
$=\pi\times(12.25+5.5)^2-\pi\times12.25^2=\pi\times(17.75^2-12.25^2)$
$=\pi\times(17.75+12.25)\times(17.75-12.25)=\pi\times30\times5.5$
$=165\pi(\mathrm{m}^2)$

집중 공략

92~95p

1 $9x^2+(6-2a)xy+4y^2=(3x+2y)^2$ 또는 $(3x-2y)^2$
이때 $6-2a=2\times3\times2$ 또는 $6-2a=-2\times3\times2$이므로
$6-2a=12$ 또는 $6-2a=-12$
$2a=-6$ 또는 $2a=18$
즉, $a=-3$ 또는 9
따라서 모든 상수 a의 값의 합은 $-3+9=6$
[빠른 해결 전략]
$6-2a=\pm\sqrt{4\times9\times4}=\pm\sqrt{2^2\times3^2\times2^2}=\pm12$
$2a=-6$ 또는 $2a=18$, $a=-3$ 또는 $a=9$
따라서 모든 상수 a의 값의 합은 $-3+9=6$

2 공통인수가 $x-3$이므로 다음과 같이 추론할 수 있다.
$x^2-5x+a=(x-3)(x-2)$,
$3x^2+bx-21=(x-3)(3x+7)$
$x^2-5x+a=x^2-5x+6$, $3x^2+bx-21=3x^2-2x-21$
즉, $a=6$, $b=-2$
$\therefore a+b=4$
[빠른 해결 전략]
$x=3$을 x^2-5x+a에 대입하면
$9-15+a=0$, $a=6$
$x=3$을 $3x^2+bx-21$에 대입하면
$27+3b-21=0$, $3b=-6$, $b=-2$
$\therefore a+b=4$

3 상수항의 합이 같은 것끼리 둘씩 짝지어 곱하면
$(x+1)(x+3)(x-3)(x-5)+k$
$=(x+1)(x-3)(x+3)(x-5)+k$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)+k$
공통부분 x^2-2x를 A로 치환하면
$(A-3)(A-15)+k=A^2-18A+k+45$
이때 완전제곱식이 되려면
$k+45=\left(\dfrac{-18}{2}\right)^2=81$, $k=36$

4 $a^2-b^2+8b=25$에서
$a^2-(b^2-8b+16)=25-16$
$a^2-(b-4)^2=9$, $\{a+(b-4)\}\{a-(b-4)\}=9$
$(a+b-4)(a-b+4)=9$
이때 $a+b=\sqrt{19}$를 대입하면
$(\sqrt{19}-4)(a-b+4)=9$, $a-b+4=\dfrac{9}{\sqrt{19}-4}$
$a-b+4=\dfrac{9(\sqrt{19}+4)}{(\sqrt{19})^2-4^2}=\dfrac{9(\sqrt{19}+4)}{3}=3(\sqrt{19}+4)$
$a-b=3(\sqrt{19}+4)-4=3\sqrt{19}+8$

서술형 문제

96~99p

1 주어진 식에서 근호 안의 식을 완전제곱식으로 인수분해하면
$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+6x+9}$
$=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+3)^2}$ …… ❶
절댓값 기호를 사용하여 나타내면
$|x-2|+|x+3|$
이때 $x-2<0$, $x+3<0$이므로 …… ❷
$-(x-2)-(x+3)=-2x-1$ …… ❸
$\therefore -2x-1$

채점기준	배점
❶ 완전제곱식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ 부호를 바르게 제시하였다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	2

2 유영이는 x^2의 계수와 상수항은 바르게 보았으므로
$(x+3)(2x-7)=2x^2-x-21$에서
처음 이차식의 x^2의 계수는 2, 상수항은 -21이다. …… ❶
진구는 x^2의 계수와 x의 계수는 바르게 보았으므로
$(2x+3)(x+4)=2x^2+11x+12$에서
처음 이차식의 x^2의 계수는 2, x의 계수는 11이다. …… ❷
즉, 처음 이차식은 $2x^2+11x-21$이므로 …… ❸
$$2x^2+11x-21=(2x-3)(x+7)$$ …… ❹
$\therefore$ $(2x-3)(x+7)$

채점기준	배점
❶ 유영이가 잘못 본 이차식을 통해 x^2의 계수와 상수항을 각각 바르게 제시하였다.	2
❷ 진구가 잘못 본 이차식을 통해 x^2의 계수와 x의 계수를 각각 바르게 제시하였다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 제시하였다.	1
❹ 처음 이차식을 바르게 인수분해하였다.	2

3 $x-2=A$로 놓으면
$$2(x-2)^2-5(x-2)-3=2A^2-5A-3$$
$$=(2A+1)(A-3)$$ …… ❶
$$=\{2(x-2)+1\}\{(x-2)-3\}$$
$$=(2x-3)(x-5)$$ …… ❷
즉, 두 일차식은 $2x-3$, $x-5$이므로 구하는 합은
$$2x-3+(x-5)=3x-8$$ …… ❸
$\therefore$ $3x-8$

채점기준	배점
❶ 치환을 이용하여 식을 A에 대하여 바르게 나타내었다.	2
❷ 인수분해를 바르게 하였다.	2
❸ 두 일차식의 합을 바르게 구하였다.	2

4 (1) $a^2-2ab-4a+4b+b^2+4=a^2-2ab+b^2-4a+4b+4$
$$=(a-b)^2-4(a-b)+4$$
이므로 …… ❶
$a-b=A$로 놓으면
$$A^2-4A+4=(A-2)^2=(a-b-2)^2$$ …… ❷
$\therefore$ $(a-b-2)^2$
(2) $a-b=4$를 $(a-b-2)^2$에 대입하면
$$(4-2)^2=4$$ …… ❸
$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ 공통부분을 찾아 식을 바르게 정리하였다.	2
❷ 치환을 이용하여 바르게 인수분해하였다.	3
❸ 식의 값을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회 100~103p

01 ㅁ. $2a+6$은 인수이지만 $2a+3$은 인수가 아니다.
따라서 다항식 $2(a-4)(a+3)$의 인수인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

02 $a(b-1)-b+1=a(b-1)-(b-1)=(a-1)(b-1)$

03 $x^2+Ax+16=(x+B)^2$에서 $x^2+Ax+16=x^2+2Bx+B^2$
이므로
$$A=2B,\ 16=B^2$$
이때 $16=B^2$에서 $B=\pm4$이므로 $A=2B=2\times(\pm4)=\pm8$
그런데 $A>0$이므로 $A=8$, $B=4$
$\therefore$ $A-B=4$

04 $(x+3)(x-1)+k=x^2+2x-3+k$
이때 $-3+k=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$이므로 $k=4$

05 $\sqrt{a^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2}-\sqrt{b^2}=\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{b^2}$
$$=|a|-|a-b|-|b|$$
이때 $a<0$, $a-b<0$, $b>0$이므로
$$|a|-|a-b|-|b|=-a-\{-(a-b)\}-b$$
$$=-a+a-b-b=-2b$$

06 $16x^2-4=4(4x^2-1)=4(4x^2-1^2)=4(2x+1)(2x-1)$이므로
인수가 아닌 것은 ② $4x$이다.

07 $x^2-ax-18=(x+3)(x+b)=x^2+(3+b)x+3b$이므로
$$-18=3b,\ b=-6$$
또, $-a=3+b$이므로 $-a=3+(-6)$, $-a=-3$, $a=3$
$\therefore$ $a-b=9$

08 $3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$이므로 $A=-1$, $B=5$
$\therefore$ $A-B=-6$

09 ① $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$
② $16x^2-64y^2=16(x^2-4y^2)=16(x+2y)(x-2y)$
③ $x^2+\frac{1}{12}x+\frac{1}{9}$은 인수분해가 되지 않는다.
④ $8x^2-10xy+3y^2=(2x-y)(4x-3y)$

10 (i) $(2x-5)(x+3)=2x^2+x-15$에서 승희는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -15이다.
(ii) $(x-6)(2x+5)=2x^2-7x-30$에서 다영이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -7이다.
(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $2x^2-7x-15$이므로 인수분해하면
$$2x^2-7x-15=(2x+3)(x-5)$$

11 $(x-2)x^2-2(x-2)x-15(x-2)=(x-2)(x^2-2x-15)$
$=(x-2)(x+3)(x-5)$
따라서 인수가 아닌 것은 ② $x-3$, ④ $x+2$이다.

12 $x-1=A$로 놓으면
$(x-1)^2+4(x-1)-12=A^2+4A-12=(A+6)(A-2)$
$=(x-1+6)(x-1-2)$
$=(x+5)(x-3)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x+5)+(x-3)=2x+2$

13 $x-3y=A$로 놓으면
$(x-3y)(x-3y-5)-6=A(A-5)-6=A^2-5A-6$
$=(A+1)(A-6)$
$=(x-3y+1)(x-3y-6)$
즉, $a=-3$, $b=1$, $c=-6$ 또는 $a=-3$, $b=-6$, $c=1$이므로
$a+b+c=-8$

14 $ax^2-by^2-ay^2+bx^2=ax^2-ay^2+bx^2-by^2$
$=a(x^2-y^2)+b(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(a+b)$
$=(x+y)(x-y)(a+b)$

15 y에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면
$x^2-xy+x+2y-6$
$=(x-2)\times(-y)+x^2+x-6$
$=(x-2)\times(-y)+(x+3)(x-2)$
$=(x-2)(x-y+3)$

16 $\dfrac{197\times198+197}{198^2-1}=\dfrac{197\times(198+1)}{(198+1)\times(198-1)}=\dfrac{197\times199}{199\times197}=1$

17 $x+1=A$로 놓으면
$(x+1)^2-10(x+1)+25=A^2-10A+25=(A-5)^2$
$=(x+1-5)^2=(x-4)^2$
$=(4-\sqrt{7}-4)^2=(-\sqrt{7})^2$
$=7$

18 $(부피)=\pi\times8.5^2\times10-\pi\times2.5^2\times10=10\pi\times(8.5^2-2.5^2)$
$=10\pi\times(8.5+2.5)\times(8.5-2.5)$
$=10\pi\times11\times6=660\pi(\text{cm}^3)$

19 $(x-3)(x+8)+30$을 정리하면
$(x-3)(x+8)+30=x^2+5x-24+30=x^2+5x+6$ …… ❶
두 일차식의 곱이 x^2+5x+6이므로
$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$ …… ❷
즉, 두 일차식은 $x+2$, $x+3$이므로 두 일차식의 합은
$(x+2)+(x+3)=2x+5$ …… ❸
$\therefore\ 2x+5$

채점기준	배점
❶ $(x-3)(x+8)+30$을 x^2+ax+b 꼴로 바르게 정리하였다.	1
❷ $(x-3)(x+8)+30$을 바르게 인수분해하였다.	2
❸ 두 일차식의 합을 바르게 구하였다.	2

20 (i) $x^2-13x+a=(x-5)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면
$-13=-5+m$, $a=-5m$이므로
$m=-8$, $a=-5\times(-8)=40$ …… ❶
(ii) $6x^2-bx-25=(x-5)(6x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면
$-b=n-30$, $-25=-5n$이므로
$n=5$, $b=-5+30=25$ …… ❷
(i), (ii)에 의하여 $a-b=15$ …… ❸
$\therefore\ 15$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ $a-b$의 값을 바르게 구하였다.	1

21 (1) (새로 만든 직사각형의 넓이)
$=$(직사각형 14개의 넓이의 합)
$=3\times x^2+7\times x+4\times1$
$=3x^2+7x+4$ …… ❶
$=(x+1)(3x+4)$ …… ❷
$\therefore\ 3x^2+7x+4$, $(x+1)(3x+4)$
(2) 새로 만든 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $x+1$, $3x+4$ 또는 $3x+4$, $x+1$이므로 구하는 둘레의 길이는
$2\{(x+1)+(3x+4)\}=8x+10$ …… ❸
$\therefore\ 8x+10$

채점기준	배점
❶ 새로 만든 직사각형의 넓이를 다항식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ 새로 만든 직사각형의 넓이를 바르게 인수분해하였다.	2
❸ 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

22 $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{9-8}=3-2\sqrt{2}$
$y=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{9-8}=3+2\sqrt{2}$ …… ❶
이때 $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$이고, …… ❷
$xy=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})=9-8=1$,
$x+y=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$,
$x-y=(3-2\sqrt{2})-(3+2\sqrt{2})=-4\sqrt{2}$이므로 …… ❸
구하는 값은 $1\times6\times(-4\sqrt{2})=-24\sqrt{2}$ …… ❹
$\therefore\ -24\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화하였다.	2
❷ x^3y-xy^3을 바르게 인수분해하였다.	1
❸ xy, $x+y$, $x-y$의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❹ x^3y-xy^3의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 2회

104~107p

01 $8x^2y-4xy=4xy(2x-1)$이므로 인수가 아닌 것은

④ $y(2x+1)$이다.

02 ① $25x^2+10x+1=(5x+1)^2$

② $x^2+7xy+49y^2$은 인수분해가 되지 않는다.

③ $x^2-16x+64=(x-8)^2$

④ $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

⑤ $\frac{1}{16}x^2+2x+16=\frac{1}{16}(x^2+32x+256)=\frac{1}{16}(x+16)^2$

03 $a=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

$b=\pm2\times\sqrt{9}\times\sqrt{16}=\pm2\times3\times4=\pm24$

04 $\sqrt{x^2+6x+9}+\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$

$=|x+3|+|x-3|$

이때 $-3<x<3$에서 $x+3>0$, $x-3<0$이므로

$|x+3|+|x-3|=(x+3)-(x-3)$

$=x+3-x+3$

$=6$

05 $32x^2-18=2(16x^2-9)=2\{(4x)^2-3^2\}=2(4x+3)(4x-3)$이므로

$a=2$, $b=4$, $c=3$

$\therefore a+b+c=9$

06 $x^2+8x+k=(x+a)(x+b)$에서 $a+b=8$, $ab=k$를 만족시키는 두 자연수 a, b는 표와 같다.

a	1	2	3	4	5	6	7
b	7	6	5	4	3	2	1

이때 k의 값이 될 수 있는 수는 7, 12, 15, 16이므로 구하는 수는 16이다.

07 $6x^2-11x-10=(2x-5)(3x+2)$이므로 두 일차식의 합은

$(2x-5)+(3x+2)=5x-3$

08 ①, ②, ③, ④ 5 ⑤ -5

따라서 □ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

09 $2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)$

$4x^2-12x+9=(2x-3)^2$

따라서 두 다항식 $2x^2+x-6$, $4x^2-12x+9$의 공통인수는 $2x-3$이다.

10 $x^2+ax-15=(x+3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$a=3+m$, $-15=3m$

즉, $m=-5$이므로 $a=3+(-5)=-2$

11 (직사각형 12개의 넓이의 합)$=x^2+6\times x+5\times1=x^2+6x+5$

따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는

$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

12 $x-2=A$로 놓으면

$6(x-2)^2+7(x-2)-20=6A^2+7A-20$

$=(2A+5)(3A-4)$

$=(2x-4+5)(3x-6-4)$

$=(2x+1)(3x-10)$

13 $x-2=A$, $y+3=B$로 놓으면

$(x-2)^2-(y+3)^2=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(x-2+y+3)(x-2-y-3)$

$=(x+y+1)(x-y-5)$

따라서 인수인 것은 ① $x-y-5$이다.

14 $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1$

$=(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)+1$

$=(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1$

이때 $x^2-7x=A$로 놓으면

$(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1=(A+10)(A+12)+1$

$=A^2+22A+121$

$=(A+11)^2$

$=(x^2-7x+11)^2$

즉, $a=-7$, $b=11$이므로 $a+b=4$

15 $4x^2-4xy+y^2-25=(4x^2-4xy+y^2)-25=(2x-y)^2-5^2$

$=(2x-y+5)(2x-y-5)$

이므로 $A=2$, $B=-1$, $C=-5$

$\therefore A+B+C=-4$

16 $x^2-x+y-y^2=x^2-y^2-(x-y)=(x+y)(x-y)-(x-y)$

$=(x-y)(x+y-1)$

$x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

따라서 두 다항식 $x^2-x+y-y^2$, x^2-y^2+2y-1의 공통인수는 $x+y-1$이다.

17 $\sqrt{x-y}=\sqrt{73^2\times\frac{1}{18}-71^2\times\frac{1}{18}}=\sqrt{\frac{1}{18}\times(73^2-71^2)}$

$=\sqrt{\frac{1}{18}\times(73+71)\times(73-71)}=\sqrt{\frac{1}{18}\times144\times2}$

$=\sqrt{16}=4$

18 $a^2(a-b)+b^2(b-a)=a^2(a-b)-b^2(a-b)=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a-b)(a+b)(a-b)=(a+b)(a-b)^2$

이때 $a+b=3$, $ab=1$이므로

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-4\times1=5$

$\therefore$ $(a+b)(a-b)^2=3\times5=15$

19 $4x^2-(m-5)x+49=(2x)^2-(m-5)x+(\pm7)^2$이므로

$m-5=2\times2\times(\pm7)$ …… ❶

이때 $m-5=2\times2\times(\pm7)$에서 $m-5=\pm28$이므로

(i) $m-5=28$에서 $m=33$

(ii) $m-5=-28$에서 $m=-23$

(i), (ii)에 의하여 m의 값은 -23, 33이다. …… ❷

$\therefore$ -23, 33

채점기준	배점
❶ m의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시하였다.	3
❷ m의 값을 모두 바르게 구하였다.	2

20 (i) $(x+16)(x-2)=x^2+14x-32$에서 예림이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -32이다. …… ❶

(ii) $(x+1)(x-5)=x^2-4x-5$에서 희철이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -4이다. …… ❷

(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $x^2-4x-32$이다. …… ❸

따라서 $x^2-4x-32$를 인수분해하면

$x^2-4x-32=(x+4)(x-8)$ …… ❹

$\therefore$ $(x+4)(x-8)$

채점기준	배점
❶ 처음 이차식의 상수항을 바르게 구하였다.	2
❷ 처음 이차식의 x의 계수를 바르게 구하였다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 구하였다.	1
❹ 처음 이차식을 바르게 인수분해하였다.	2

21 (1) 인수분해 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. …… ❶

(2) $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2$

$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)$

$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$

$+(5+6)(5-6)+(7+8)(7-8)$

$=-(1+2+3+4+5+6+7+8)=-36$ …… ❷

$\therefore$ -36

채점기준	배점
❶ 이용해야 할 인수분해 공식을 바르게 제시하였다.	2
❷ 식의 값을 바르게 계산하였다.	3

22 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이므로 $4x+4y=80$에서

$x+y=20$ …… ㉠ …… ❶

두 정사각형의 넓이의 차가 40이므로 $x^2-y^2=40$에서

$(x+y)(x-y)=40$ …… ㉡ …… ❷

이때 ㉠을 ㉡에 대입하면 $20(x-y)=40$이므로

$x-y=2$ …… ❸

$\therefore$ 2

채점기준	배점
❶ 둘레의 길이의 합을 이용하여 $x+y$의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ 넓이의 차를 이용하여 $(x+y)(x-y)=40$임을 바르게 제시하였다.	2
❸ $x-y$의 값을 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제

108p

$≪a, b, -1≫+≪a, b, 1≫=(a+b)(a-1)+(a+b)(a+1)$

이때 공통인수 $a+b$로 묶으면

$(a+b)\{(a-1)+(a+1)\}=(a+b)\times2a$

즉, 이것은 ④ $≪a, b, a≫=(a+b)(a+a)$와 같다.

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

기출 Best

112~114p

01 ㄱ. 정리하면 $-4x^2-3=0$이므로 이차방정식이다.

ㄴ. 이차식이다.

ㄷ. 정리하면 $2x-5=0$이므로 일차방정식이다.

ㄹ. 정리하면 $2x^2+2x-1=0$이므로 이차방정식이다.

ㅁ. 정리하면 $4x+3=0$이므로 일차방정식이다.

따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

02 $ax^2+2x=2x^2+1$을 정리하면 $(a-2)x^2+2x-1=0$

이때 주어진 등식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a-2\neq0$, 즉 $a\neq2$이어야 한다.

따라서 상수 a의 값으로 옳지 않은 것은 ① 2이다.

03 ① $x=0$을 대입하면 $0\times(-2)=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

② $x=-2$를 대입하면 $4-4=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

③ $x=-1$을 대입하면 $0\times2=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

④ $x=-3$을 대입하면 $9-6-3=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

⑤ $x=1$을 대입하면 $2-3-5=-6\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

04 $x=-1$을 $2x^2-3ax+1=0$에 대입하면

$2+3a+1=0$, $3a=-3$

$\therefore a=-1$

05 $x=a$를 $x^2+3x+2=0$에 대입하면

$a^2+3a+2=0$, $a^2+3a=-2$

$\therefore 5a^2+15a-3=5(a^2+3a)-3=5\times(-2)-3=-13$

06 ① $x=1$ 또는 $x=2$

② $x=1$ 또는 $x=-2$

③ $x=1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

④ $x=-1$ 또는 $x=2$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 해가 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$인 이차방정식은

⑤ $(x+1)(2x-1)=0$이다.

07 $x^2+4x-12=0$에서 $(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

08 $2x^2-3x-5=0$에서 $(x+1)(2x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

09 $x=-3$을 $x^2-ax-4a-3=0$에 대입하면

$9+3a-4a-3=0$, $-a=-6$, $a=6$

$a=6$을 $x^2-ax-4a-3=0$에 대입하면

$x^2-6x-24-3=0$, $x^2-6x-27=0$

$(x+3)(x-9)=0$, $x=-3$ 또는 $x=9$

따라서 다른 한 근은 $x=9$

10 ① $x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$, $x=4$ (중근)

② $x=-5$ (중근)

③ $x^2=9$, $x^2-9=0$, $(x+3)(x-3)=0$, $x=-3$ 또는 $x=3$

④ $3x^2+3=6x$, $3(x^2-2x+1)=0$

$3(x-1)^2=0$, $x=1$ (중근)

⑤ $x^2+7=4x+3$, $x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$, $x=2$ (중근)

따라서 중근을 갖지 않는 이차방정식은 ③ $x^2=9$이다.

11 $a=\left(\frac{-16}{2}\right)^2=(-8)^2=64$

12 (ⅰ) $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=3$

(ⅱ) $2x^2-3x-9=0$에서 $(2x+3)(x-3)=0$이므로

$x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 두 이차방정식 $x^2-4x+3=0$, $2x^2-3x-9=0$의 공통인 근은 $x=3$

13 $(x-2)^2=25$에서 $x-2=\pm5$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=7$

14 $x^2-8x+2=0$에서

$x^2-8x=-2$, $x^2-8x+16=-2+16$, $(x-4)^2=14$

즉, $a=4$, $b=14$이므로 $a+b=18$

15 양변을 3으로 나누면 $x^2+2x-\frac{1}{3}=0$

$x^2+2x=\frac{1}{3}$, $x^2+2x+\left(\frac{2}{2}\right)^2=\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{2}\right)^2$,

$x^2+2x+1=\frac{1}{3}+1$, $(x+1)^2=\frac{4}{3}$

$x+1=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$, $x\times1=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x=\frac{-3\pm2\sqrt{3}}{3}$

즉, ㉠: 3, ㉡: 1, ㉢: 1, ㉣: $\frac{4}{3}$, ㉤: $\frac{-3\pm2\sqrt{3}}{3}$

16 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$

즉, $A=3$, $B=29$이므로 $B-A=26$

17 $\frac{1}{9}x(x-2)=1$의 양변에 9를 곱하면 $x(x-2)=9$

괄호를 풀어 정리하면 $x^2-2x=9$, $x^2-2x-9=0$

따라서 근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-9)}}{1}=1\pm\sqrt{10}$

18 $\frac{x(x+1)}{2}-\frac{(x+1)(x+2)}{3}=-\frac{1}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$6x(x+1)-4(x+1)(x+2)=-3$

괄호를 풀어 정리하면

$6x^2+6x-4(x^2+3x+2)=-3$

$6x^2+6x-4x^2-12x-8=-3$

$2x^2-6x-5=0$

따라서 근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(-5)}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$

기출 Best 쌍둥이 115~117p

01 ①, ② 이차방정식이다.

③ 정리하면 $x^2-9=0$이므로 이차방정식이다.

④ 정리하면 $3x+1=0$이므로 일차방정식이다.

⑤ 정리하면 $2x^2+3=0$이므로 이차방정식이다.

따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은

④ $3x^2+1=3x(x-1)$이다.

02 $-4x(ax-3)=4x^2+1$을 정리하면

$-4ax^2+12x=4x^2+1$, $-4(a+1)x^2+12x-1=0$

따라서 주어진 등식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a+1\neq0$, 즉 $a\neq-1$이어야 한다.

03 $x=2$를 각각 대입하면

① $4+16+12=32\neq0$ ② $4-2-2=0$

③ $0\times4=0\neq4$ ④ $1^2=1\neq2$

⑤ $8-10+3=1\neq0$

따라서 $x=2$를 근으로 갖는 이차방정식은 ② $x^2-x-2=0$이다.

04 $x=1$을 $x^2+ax-2a+1=0$에 대입하면

$1+a-2a+1=0$, $-a=-2$

$\therefore a=2$

05 $x=a$를 $x^2-6x+1=0$에 대입하면 $a^2-6a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a-6+\dfrac{1}{a}=0$

$\therefore a+\dfrac{1}{a}=6$

06 $(x-2)(x+3)=0$에서 $x-2=0$ 또는 $x+3=0$이므로

$x=2$ 또는 $x=-3$

07 $x^2+2x=2x^2-8$에서 $x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

08 $3x^2+5x-2=0$에서 $(x+2)(3x-1)=0$, $x=-2$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

즉, $a=\dfrac{1}{3}$, $b=-2$ ($\because a>b$)이므로

$3a+b=-1$

09 $x=1$을 $x^2+ax-6=0$에 대입하면

$1+a-6=0$, $a=5$

$a=5$를 $x^2+ax-6=0$에 대입하면

$x^2+5x-6=0$, $(x+6)(x-1)=0$, $x=-6$ 또는 $x=1$

즉, 다른 한 근은 $x=-6$이므로 $b=-6$

$\therefore a+b=-1$

10 ㄱ. $x^2+10x+25=0$, $(x+5)^2=0$, $x=-5$ (중근)

ㄴ. (완전제곱식)$=0$ 꼴로 나타낼 수 없다.

ㄷ. $4x^2-8x+4=0$, $4(x^2-2x+1)=0$

$4(x-1)^2=0$, $x=1$ (중근)

ㄹ. (완전제곱식)$=0$ 꼴로 나타낼 수 없다.

따라서 중근을 갖는 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

11 $2k+1=\left(\dfrac{6}{2}\right)^2=3^2=9$이므로 $2k=8$

$\therefore k=4$

12 (i) $x^2+5x+6=0$에서 $(x+2)(x+3)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=-3$

(ii) $2x^2+3x-2=0$에서 $(2x-1)(x+2)=0$이므로

$x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=-2$

(i), (ii)에 의하여 두 이차방정식 $x^2+5x+6=0$, $2x^2+3x-2=0$의 공통인 근은 $x=-2$

13 $3(x+2)^2=9$에서 $(x+2)^2=3$, $x+2=\pm\sqrt{3}$, $x=-2\pm\sqrt{3}$

즉, $a=-2$, $b=3$이므로 $a+b=1$

14 $2x^2+8x-3=0$에서

$x^2+4x-\dfrac{3}{2}=0$, $x^2+4x=\dfrac{3}{2}$

$x^2+4x+4=\dfrac{3}{2}+4$, $(x+2)^2=\dfrac{11}{2}$

즉, $p=2$, $q=\dfrac{11}{2}$이므로 $pq=11$

15 $x^2-4x-1=0$에서

$x^2-4x=1$, $x^2-4x+\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2=1+\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2$

$x^2-4x+4=1+4$, $(x-2)^2=5$, $x-2=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

즉, $A=4$, $B=2$, $C=5$이므로 $A+B+C=11$

16 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-3)}}{3}=\dfrac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$

즉, $A=-1$, $B=10$이므로 $A+B=9$

17 $\dfrac{1}{5}x^2-\dfrac{1}{2}x-0.3=0$의 양변에 10을 곱하면 $2x^2-5x-3=0$

좌변을 인수분해하면 $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=3$

18 $\dfrac{x(x-1)}{3}+\dfrac{(2x-4)(x+1)}{6}=2$의 양변에 6을 곱하면

$2x(x-1)+(2x-4)(x+1)=12$

괄호를 풀어 정리하면

$2x^2-2x+(2x^2-2x-4)=12$

$4x^2-4x-16=0,\ x^2-x-4=0$

근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{1+\sqrt{17}}{2}+\frac{1-\sqrt{17}}{2}=1$

집중 공략

118~119p

1 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 판별식 b^2-4ac의 값이 0이어야 하므로

$(-2m)^2-4\times1\times(-2m+3)=0$

$4m^2+8m-12=0,\ m^2+2m-3=0$

$(m-1)(m+3)=0$

$\therefore\ m=1$ 또는 $m=-3$

2 $x+\frac{1}{2}$을 A로 치환하면

$3A^2-12=-A^2+2A,\ 4A^2-2A-12=0$

$2A^2-A-6=0,\ (2A+3)(A-2)=0$

이때 $2A+3=2\left(x+\frac{1}{2}\right)+3=2x+4$

$A-2=x+\frac{1}{2}-2=x-\frac{3}{2}$

즉, $(2A+3)(A-2)=(2x+4)\left(x-\frac{3}{2}\right)$이므로

이차방정식 $(2x+4)\left(x-\frac{3}{2}\right)=0$의 두 근은 $x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$이고, 이들의 합은 $-\frac{1}{2}$이다.

서술형 문제

120~121p

1 (1) $x=\alpha$를 주어진 이차방정식에 대입하면 $\alpha^2-6\alpha-1=0$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-6-\frac{1}{\alpha}=0,\ \alpha-\frac{1}{\alpha}=6$ …… ❶

$\therefore\ 6$

(2) $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)^2+2$이므로

$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=6^2+2=38$ …… ❷

$\therefore\ 38$

채점기준	배점
❶ $\alpha-\frac{1}{\alpha}$의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$의 값을 바르게 구하였다.	3

2 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+6x=-7$ …… ❶

양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$를 더하면 $x^2+6x+9=-7+9$ …… ❷

좌변을 완전제곱식으로 나타내면 $(x+3)^2=2$ …… ❸

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$x+3=\pm\sqrt{2},\ x=-3\pm\sqrt{2}$ …… ❹

$\therefore\ x=-3\pm\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
❷ 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
❸ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
❹ 제곱근을 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

122~124p

01 ㄱ. 이차방정식이다.

ㄴ. 정리하면 $x^2-x=x^2-x$이다. 즉, 항등식이므로 이차방정식이 아니다.

ㄷ. 정리하면 $x^2=0$이므로 이차방정식이다.

ㄹ. x^2이 분모에 있으므로 이차방정식이 아니다.

따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 $x=3$을 각각 대입하면

① $0^2=0$ ② $0\times5=0\neq2$

③ $3\times1=9-6=3$ ④ $9-6-3=0$

⑤ $(-1)^2=1$

따라서 $x=3$을 근으로 갖지 않는 이차방정식은

② $(x-3)(x+2)=2$이다.

03 $x=5$를 $ax^2-4x-30=0$에 대입하면

$25a-20-30=0,\ 25a=50,\ a=2$

$x=-1$을 $2x^2+bx-16=0$에 대입하면

$2-b-16=0,\ b=-14$

$\therefore\ a-b=16$

04 ① $x=5$ 또는 $x=3$

② $x=5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

③ $x=5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

④ $x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

⑤ $x=-5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

따라서 해가 $x=5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$인 이차방정식은

③ $(x-5)(3x+1)=0$이다.

05 $x^2-6x=5-2x$에서

$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$, $x=-1$ 또는 $x=5$

즉, $a=-1$, $b=5$ ($\because a<b$)이므로

$a-b=-6$

06 $x=3$을 $(a-1)x^2-(a^2+3)x+4(a+1)=0$에 대입하면

$9(a-1)-3(a^2+3)+4(a+1)=0$

$9a-9-3a^2-9+4a+4=0$, $3a^2-13a+14=0$

$(a-2)(3a-7)=0$, $a=2$ ($\because a$는 정수)

$a=2$를 $(a-1)x^2-(a^2+3)x+4(a+1)=0$에 대입하면

$x^2-7x+12=0$, $(x-3)(x-4)=0$, $x=3$ 또는 $x=4$

즉, 다른 한 근은 $x=4$이므로 $b=4$

$\therefore a+b=6$

07 ① $x^2-25=0$, $(x+5)(x-5)=0$, $x=-5$ 또는 $x=5$

② (완전제곱식)$=0$ 꼴로 나타낼 수 없다.

③ $2x^2-x-6=0$, $(2x+3)(x-2)=0$, $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

④ $9x^2-6x+1=0$, $(3x-1)^2=0$, $x=\frac{1}{3}$ (중근)

⑤ $(x+1)(x-1)=2x-2$, $x^2-1=2x-2$, $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$, $x=1$ (중근)

따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ④ $9x^2-6x+1=0$,

⑤ $(x+1)(x-1)=2x-2$이다.

08 $2(x-4)^2=20$에서 $(x-4)^2=10$, $x-4=\pm\sqrt{10}$, $x=4\pm\sqrt{10}$

즉, $a=4$, $b=10$이므로 $a+b=14$

09 ㄱ. $(x+p)^2=0$이므로 $x=-p$ (중근)

ㄴ. $x^2=q$에서 $x=\pm\sqrt{q}$ ($\because q>0$)이므로 $\sqrt{q}+(-\sqrt{q})=0$

ㄷ. 음수인 제곱근은 존재하지 않으므로 실수 범위에서 근은 없다.

ㄹ. $x+p=\pm\sqrt{q}$에서 $x=-p\pm\sqrt{q}$이므로 두 근의 절댓값은 다르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

10 $x^2+4x-3=0$에서

$x^2+4x=3$, $x^2+4x+4=3+4$, $(x+2)^2=7$

즉, $a=2$, $b=7$이므로 $ab=14$

11 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-5\times A}}{5}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-5A}}{5}$

이때 $1-5A=11$이므로 $-5A=10$, $A=-2$

또, $B=-1$

$\therefore A+B=-3$

12 $x-2=A$로 놓으면

$A^2-3A-18=0$, $(A+3)(A-6)=0$

$A=-3$ 또는 $A=6$

즉, $x-2=-3$ 또는 $x-2=6$이므로

$x=-1$ 또는 $x=8$

13 $x=a$를 $x^2-2x-1=0$에 대입하면

$a^2-2a-1=0$, $a^2-2a=1$ …… ❶

$x=b$를 $x^2-4x-3=0$에 대입하면

$b^2-4b-3=0$, $b^2-4b=3$ …… ❷

즉, $2a^2-4a+b^2-4b=2(a^2-2a)+(b^2-4b)$

$=2\times1+3=5$ …… ❸

$\therefore 5$

채점기준	배점
❶ a^2-2a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b^2-4b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $2a^2-4a+b^2-4b$의 값을 바르게 구하였다.	2

14 (1) $x^2-10x-k+16=0$이 중근을 가지므로

$-k+16=\left(\frac{-10}{2}\right)^2$ …… ❶

이때 $-k+16=(-5)^2$이므로

$-k+16=25$, $k=-9$ …… ❷

$\therefore -9$

(2) $k=-9$를 $x^2-10x-k+16=0$에 대입하면

$x^2-10x-(-9)+16=0$, $x^2-10x+9+16=0$

$x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$

$\therefore x=5$ (중근) …… ❸

채점기준	배점
❶ k의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	1
❸ 이차방정식 $x^2-10x-k+16=0$의 중근을 바르게 구하였다.	3

15 (1) $x^2+4x-7=0$에서 좌변의 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+4x=7$

양변에 $\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$를 더하면 $x^2+4x+4=7+4$

좌변을 완전제곱식으로 고치고

우변을 정리하면 $(x+2)^2=11$ …… ❶

$\therefore (x+2)^2=11$

(2) $(x+2)^2=11$에서 제곱근을 이용하면

$x+2=\pm\sqrt{11}$, $x=-2\pm\sqrt{11}$ …… ❷

$\therefore x=-2\pm\sqrt{11}$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2+4x-7=0$을 $(x+p)^2=q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	4
❷ 이차방정식 $x^2+4x-7=0$을 바르게 풀었다.	2

16 $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면 $3x^2-4x-2=0$

근의 공식에 의하여

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$ …… ❶

즉, $\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{3}=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$이므로 $A=2$, $B=10$ ······ ❷

$\therefore A+B=12$ ······ ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$의 근을 바르게 구하였다.	4
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $A+B$의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 2회

125~127p

01 $(ax+1)(x-3)=5-2x^2$을 정리하면

$ax^2+(-3a+1)x-3=5-2x^2$,

$(a+2)x^2+(-3a+1)x-8=0$

이때 주어진 등식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a+2\neq0$, 즉 $a\neq-2$이어야 한다.

따라서 상수 a의 값으로 옳지 않은 것은 ① -2이다.

02 ① $x=-3$을 대입하면 $9+9=18\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

② $x=-1$을 대입하면 $1+2+1=4\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

③ $x=1$을 대입하면 $3-4-4=-5\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

④ $x=3$을 대입하면 $9+15+6=30\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

⑤ $x=4$를 대입하면 $3^2-9=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

03 $x=a$를 $x^2+4x-1=0$에 대입하면 $a^2+4a-1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a+4-\dfrac{1}{a}=0$, $a-\dfrac{1}{a}=-4$

$\therefore a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+2=(-4)^2+2=18$

04 $6x^2-x-1=0$에서 $(2x-1)(3x+1)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=-\dfrac{1}{3}$

05 $x^2-7x+6=0$에서 $(x-1)(x-6)=0$, $x=1$ 또는 $x=6$

즉, 이차방정식 $4x^2+(a-1)x-5=0$의 한 근이 $x=1$이므로

$4+a-1-5=0$, $a-2=0$

$\therefore a=2$

06 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면

$b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$이어야 하므로 $b=\dfrac{a^2}{4}$, $a^2=4b$

이때 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고, $a^2=4b$를 만족시키는 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(2, 1)$, $(4, 4)$의 2개이므로 구하는 확률은 $\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$

07 $x=1$을 $2x^2+ax=5$에 대입하면 $2+a=5$, $a=3$

$x=1$을 $x^2+2x-b=0$에 대입하면 $1+2-b=0$, $b=3$

$\therefore a+b=6$

08 $3(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\dfrac{b}{3}$, $x+a=\pm\sqrt{\dfrac{b}{3}}$, $x=-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{3}}$

즉, $-a=3$, $\dfrac{b}{3}=5$이므로 $a=-3$, $b=15$

$\therefore b-a=18$

09 $-4x^2-16x+8=-24x$에서

$x^2+4x-2=6x$, $x^2-2x=2$

$x^2-2x+1=2+1$, $(x-1)^2=3$

즉, $p=-1$, $q=3$이므로 $p+q=2$

10 $x^2+6x-2=0$에서

$x^2+6x=2$, $x^2+6x+\left(\dfrac{6}{2}\right)^2=2+\left(\dfrac{6}{2}\right)^2$, $x^2+6x+9=2+9$

$(x+3)^2=11$, $x+3=\pm\sqrt{11}$ $\quad\therefore x=-3\pm\sqrt{11}$

즉, $a=2$, $b=9$, $c=3$, $d=11$이므로

$a+b+c-d=3$

11 $(x+3)^2=2x+30$의 괄호를 풀어 정리하면

$x^2+6x+9=2x+30$, $x^2+4x-21=0$, $(x+7)(x-3)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=3$

12 $0.2(x+1)^2-0.3(x+5)=\dfrac{(x-3)(x+2)}{10}$의 양변에 10을 곱하면 $2(x+1)^2-3(x+5)=(x-3)(x+2)$

괄호를 풀어 정리하면

$2(x^2+2x+1)-3x-15=x^2-x-6$

$2x^2+4x+2-3x-15=x^2-x-6$, $x^2+2x-7=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-7)}}{1}=-1\pm\sqrt{8}=-1\pm2\sqrt{2}$

즉, $A=-1$, $B=2$이므로 $A+B=1$

13 $x=-2$를 $x^2+(a+1)x+4a=0$에 대입하면

$4-2(a+1)+4a=0$ ······ ❶

$4-2(a+1)+4a=0$에서

$4-2a-2+4a=0$, $2a=-2$

$\therefore a=-1$ ······ ❷

채점기준	배점
❶ a의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3

14 (1) $x=4$를 $x^2+3ax-2a+4=0$에 대입하면

$16+12a-2a+4=0,\ 10a=-20$

$\therefore\ a=-2$ ······ ❶

(2) $a=-2$를 $x^2+3ax-2a+4=0$에 대입하면

$x^2-6x+4+4=0,\ x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0,\ x=2$ 또는 $x=4$ ······ ❷

따라서 다른 한 근은 $x=2$ ······ ❸

$\therefore\ x=2$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ 이차방정식 $x^2+3ax-2a+4=0$을 바르게 풀었다.	3
❸ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

15 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$$ ······ ❶

즉, $\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{4}=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$이므로 $A=-5,\ B=33$ ······ ❷

$\therefore\ A+B=28$ ······ ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $2x^2+5x-1=0$의 근을 바르게 구하였다.	3
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $A+B$의 값을 바르게 구하였다.	1

16 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(a-5)}}{2\times1}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9-4a+20}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{29-4a}}{2}$$ ······ ❶

이때 해가 모두 유리수가 되려면 $29-4a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이 되어야 한다. ······ ❷

(ⅰ) $29-4a=0$에서 $a=\dfrac{29}{4}$

(ⅱ) $29-4a=1$에서 $a=7$

(ⅲ) $29-4a=4$에서 $a=\dfrac{25}{4}$

(ⅳ) $29-4a=9$에서 $a=5$

(ⅴ) $29-4a=16$에서 $a=\dfrac{13}{4}$

(ⅵ) $29-4a=25$에서 $a=1$ ······ ❸

(ⅰ)~(ⅵ)에 의하여 자연수 a의 값은 1, 5, 7이므로 구하는 합은

$1+5+7=13$ ······ ❹

$\therefore\ 13$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2-3x+a-5=0$의 근을 a를 사용하여 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 조건을 바르게 제시하였다.	2
❸ a의 값을 모두 바르게 구하였다.	3
❹ 모든 자연수 a의 값의 합을 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 128p

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 판별식 b^2-4ac의 값이 0이어야 하므로

$\{4(k-2)\}^2-4\times(k-2)\times(3k-2)=0$

$16(k^2-4k+4)-4(3k^2-8k+4)=0$

$4(k^2-4k+4)-(3k^2-8k+4)=0$

$k^2-8k+12=0,\ (k-2)(k-6)=0$

$k=2$ 또는 $k=6$

이때 $k=2$이면 x^2의 계수가 $k-2=2-2=0$이 되어 이차방정식이라는 조건에 맞지 않는다.

즉, 가능한 k의 값은 6뿐이므로 이들의 합은 6이다.

부록

실전 모의고사 • 1회 130~133p

01 ① $\sqrt{9}=3$이다.
② $\sqrt{(-5)^2}=5$이다.
③ 0의 제곱근은 0이다.
④ 25의 제곱근은 ±5이다.

02 $\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{4a^2}=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(2a)^2}=|-a|-|2a|$
이때 $a<0$이므로 $-a>0$, $2a<0$
즉, $|-a|-|2a|=-a-(-2a)=-a+2a=a$

03 $-\sqrt{16}=-4$, $0.\dot{3}=\frac{1}{3}$, 1.89는 유리수이다.
π, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$은 무리수이다.

04 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

05 $\sqrt{4}=2$와 $\sqrt{40}=6.\cdots$ 사이의 자연수는 3, 4, 5, 6으로 4개이다.

06 $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$이므로 $a=2$
$\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$이므로 $b=7$
$\therefore a+b=9$

07 $\sqrt{60}-3\sqrt{6}+2\sqrt{3}(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})=2\sqrt{15}-3\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{15}$
$=3\sqrt{6}-2\sqrt{15}$
따라서 $a=3$, $b=-2$이므로 $a+b=1$

08 $2<\sqrt{5}<3$에서 $4<2+\sqrt{5}<5$이므로
$2+\sqrt{5}$의 정수 부분은 4이다.
또, $2+\sqrt{5}$의 소수 부분은 $2+\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-2$이다.
즉, $a=4$, $b=\sqrt{5}-2$이므로
$a-b=4-(\sqrt{5}-2)=6-\sqrt{5}$

09 xy항은 $-2xy-7xy=-9xy$이므로 xy의 계수는 -9이다.

10 ① $(x+3)(x-3)=x^2-9$
② $(x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$
③ $(2x+y)^2=4x^2+4xy+y^2$
④ $(6+x)(1+2x)=2x^2+13x+6$

11 $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)=2+2\sqrt{6}+3-(3-4)$
$=5+2\sqrt{6}+1$
$=6+2\sqrt{6}$

12 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=5^2+2=27$

13 $2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2)$
$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-2$이다.

14 $(x-2)(x-4)+k=x^2-6x+k+8$
이때 $k+8=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$이므로 $k=1$

15 $\sqrt{4-4a+a^2}+\sqrt{a^2-14a+49}=\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-7)^2}$
$=|a-2|+|a-7|$
이때 $a-2>0$, $a-7<0$이므로
$|a-2|+|a-7|=a-2-(a-7)=5$

16 ① $3x^2+3x=3x(x+1)$
② $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$
③ $a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$
④ $3x^2-5xy-2y^2=(3x+y)(x-2y)$

17 $(x+3)^2-(x+3)-6$에서 $x+3=A$로 놓으면
$(x+3)^2-(x+3)-6=A^2-A-6$
$=(A+\boxed{2})(A-3)$
$=\{(x+\boxed{3})+\boxed{2}\}\{(x+\boxed{3})-3\}$
$=(x+\boxed{5})(x+\boxed{0})$

18 $x^2-y^2+10y-25=x^2-(y^2-10y+25)$
$=x^2-(y-5)^2$
$=(x+y-5)(x-y+5)$

19 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 이용하여 계산하면
$84^2-8\times84+16=(84-4)^2=80^2=6400$

20 $x^2-(y^2-2y+1)=40$에서
$x^2-(y-1)^2=40$, $(x+y-1)(x-y+1)=40$
이때 $x+y=6$이므로 $(x+y-1)(x-y+1)=40$에 대입하면
$5(x-y+1)=40$, $x-y+1=8$
$\therefore x-y=7$

21 (i) $\sqrt{16}=4$이므로 4의 제곱근은 ±2이다.
즉, $a=-2$ …… ❶
(ii) $\sqrt{(-25)^2}=25$이므로 25의 제곱근은 ±5이다.
즉, $b=5$ …… ❷
(i), (ii)에 의하여 $a+b=3$ …… ❸
$\therefore 3$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 (1) $40-n$의 값이 정수가 되게 하려면 0 또는 40보다 작은 어떤 자연수의 제곱인 수여야 한다. …… ❶

따라서 $40-n=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$이므로

자연수 n의 값은 $40,\ 39,\ 36,\ 31,\ 24,\ 15,\ 4$ …… ❷

$\therefore\ 40,\ 39,\ 36,\ 31,\ 24,\ 15,\ 4$

(2) 자연수 n의 값 중에서 가장 큰 수는 40, 가장 작은 수는 4이므로

$a=40,\ b=4$ …… ❸

$\therefore\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{40}{4}=10$ …… ❹

채점기준	배점
❶ $40-n$이 정수가 되게 하는 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ n의 값을 모두 바르게 구하였다.	2
❸ $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❹ $\dfrac{a}{b}$의 값을 바르게 구하였다.	1

23 $\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{10}}\div\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{10}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{2}-\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{2}-\dfrac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$

$\therefore\ 0$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산하였다.	5

24 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$이므로

$\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}\times\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x}$

$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ …… ❶

즉, $\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\dfrac{1}{f(3)}+\cdots+\dfrac{1}{f(99)}$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+\cdots+(10-\sqrt{99})$

$=10-1=9$ …… ❷

$\therefore\ 9$

채점기준	배점
❶ $\dfrac{1}{f(x)}$의 분모의 유리화를 바르게 하였다.	3
❷ 주어진 식의 값을 바르게 구하였다.	4

25 $x^2-8xy+15y^2=(x-3y)(x-5y)$ …… ❶

이때 세로의 길이가 $x-3y$이므로

가로의 길이는 $x-5y$이다. …… ❷

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(x-5y)+(x-3y)\}=2(2x-8y)$

$=4x-16y$ …… ❸

$\therefore\ 4x-16y$

채점기준	배점
❶ $x^2-8xy+15y^2$을 바르게 인수분해하였다.	2
❷ 직사각형의 가로의 길이를 바르게 구하였다.	2
❸ 직사각형의 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

실전 모의고사 • 2회

134~137p

01 $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 $3,\ -3$이다.

02 ④ $-\sqrt{(-2)^2}=-2$

03 $3<x<5$일 때, $3-x<0,\ 5+x>0$이므로

$\sqrt{(3-x)^2}-\sqrt{(5+x)^2}=|3-x|-|5+x|$

$=-(3-x)-(5+x)$

$=-3+x-5-x$

$=-8$

04 $\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$이므로 $a=1+\sqrt{2}$

$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{2}$이므로 $b=-1-\sqrt{2}$

$\therefore\ a-b=1+\sqrt{2}-(-1-\sqrt{2})=2+2\sqrt{2}$

05 ② $3\sqrt{2}=\sqrt{18}>\sqrt{15}$

③ $\dfrac{1}{2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}$이므로 $\dfrac{1}{2}<\sqrt{\dfrac{1}{3}}$

④ $0.4=\sqrt{0.16}<\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{7}>\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{7}+1>\sqrt{6}+1$

06 $\sqrt{2.73}=1.652$이므로 $x=2.73$

07 $\sqrt{480}=4\sqrt{30}=4\sqrt{5\times6}=4\sqrt{5}\sqrt{6}=4ab$

08 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{48}\times\sqrt{20}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2\sqrt{5}=4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

직사각형의 가로의 길이를 x cm로 놓으면

$\sqrt{12}x=4\sqrt{15},\ 2\sqrt{3}x=4\sqrt{15},\ x=2\sqrt{5}$

09 $\sqrt{2}(\sqrt{6}+3\sqrt{2})-(\sqrt{32}+\sqrt{54})\div\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}(\sqrt{6}+3\sqrt{2})-(\sqrt{32}+\sqrt{54})\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{12}+6-\sqrt{16}-\sqrt{27}=2\sqrt{3}+6-4-3\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$

10 ② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

11 $4(x-2)(x+2)-(x+5)(x-5)=4(x^2-4)-(x^2-25)$
$=4x^2-16-x^2+25$
$=3x^2+9$

12 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $x+3a$,
세로의 길이는 $x-a$이므로 $(x+3a)(x-a)=x^2+2ax-3a^2$
따라서 $x^2+2ax-3a^2=x^2+2x+b$에서
$a=1$, $b=-3a^2=-3$
$\therefore ab=-3$

13 $99\times101\times(10^4+1)=(100-1)(100+1)\times(10^4+1)$
$=(10^2-1)(10^2+1)(10^4+1)$
$=(10^4-1)(10^4+1)$
$=10^8-1$
$\therefore x=8$

14 $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}\times\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$
$b=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}\times\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{5-4}=\sqrt{5}-2$
이때 $ab=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=5-4=1$이므로
$a^2b^3-1=(ab)^2\times b-1=\sqrt{5}-2-1=\sqrt{5}-3$

15 $x^2-6x+9=(x-3)^2$

16 $AB=-24$이므로
가능한 A, B의 값을 순서쌍 (A, B)로 나타내면
$(1, -24)$, $(2, -12)$, $(3, -8)$, $(4, -6)$
$(6, -4)$, $(8, -3)$, $(12, -2)$, $(24, -1)$
$(-1, 24)$, $(-2, 12)$, $(-3, 8)$, $(-4, 6)$
$(-6, 4)$, $(-8, 3)$, $(-12, 2)$, $(-24, 1)$
이때 $a=A+B$이므로
$a=-23$, -10, -5, -2, 2, 5, 10, 23

17 $2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$
$x^2y-y=y(x^2-1)=y(x+1)(x-1)$
따라서 공통인수는 $x-1$이다.
즉, $x^2+3x+a=(x-1)(x+4)$이므로 $a=-4$

18 $a+b=2\sqrt{3}$, $a-b=2$이므로
$a^2-b^2-3a-3b=(a+b)(a-b)-3(a+b)$
$=(a+b)(a-b-3)$
$=2\sqrt{3}\times(-1)$
$=-2\sqrt{3}$

19 ① $x=3$을 대입하면 $2^2=4\neq9$
② $x=3$을 대입하면 $0\times7=0\neq12$
③ $x=3$을 대입하면 $9-12+12=9\neq0$
④ $x=3$을 대입하면 $3\times(-2)=-6$
⑤ $x=3$을 대입하면 $2\times9-18+1=1\neq0$

20 근의 공식에 의하여
$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$
따라서 $a=5$, $b=21$이므로 $b-a=16$

21 $f(1)=f(2)=f(3)=1$
$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$
$f(9)=f(10)=f(11)=f(12)=f(13)=f(14)=f(15)=3$
$f(16)=4$ …… ❶
따라서 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(16)$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4=38$ …… ❷
$\therefore 38$

채점기준	배점
❶ $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $\cdots$, $f(16)$의 값을 각각 바르게 구하였다.	4
❷ $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(16)$의 값을 바르게 구하였다.	2

22 (1) $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $5<7-\sqrt{3}<6$
즉, $7-\sqrt{3}$의 정수 부분은 5이므로 $a=5$ …… ❶
$\therefore 5$
(2) $7-\sqrt{3}$의 정수 부분이 5이므로 소수 부분은
$7-\sqrt{3}-5=2-\sqrt{3}$
즉, $b=2-\sqrt{3}$ …… ❷
$\therefore 2-\sqrt{3}$
(3) $2a+b=2\times5+(2-\sqrt{3})=12-\sqrt{3}$ …… ❸
$\therefore 12-\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $2a+b$의 값을 바르게 구하였다.	2

23 $(2\sqrt{5}+a)(\sqrt{5}-8)=10-16\sqrt{5}+a\sqrt{5}-8a$
$=10-8a+(a-16)\sqrt{5}$ …… ❶
이때 계산 결과가 유리수가 되려면 $a-16=0$이어야 하므로
$a=16$ …… ❷
$\therefore 16$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 전개하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3

24 큰 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{24+18}{2}=21(\text{cm})$이므로
그 넓이는 $21^2\pi\ \text{cm}^2$이다. …… ❶
또, 작은 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{18}{2}=9(\text{cm})$이므로
그 넓이는 $9^2\pi\ \text{cm}^2$이다. …… ❷
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$21^2\pi-9^2\pi=(21+9)(21-9)\pi$

$=360\pi(\text{cm}^2)$ ······ ❸

$\therefore$ 360π cm^2

채점기준	배점
❶ 큰 원의 넓이를 바르게 구하였다.	2
❷ 작은 원의 넓이를 바르게 구하였다.	2
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구하였다.	2

25 $x-5=A$로 놓으면 $(x-5)^2+4(x-5)-12=0$에서

$A^2+4A-12=0$ ······ ❶

이차방정식 $A^2+4A-12=0$을 풀면

$(A+6)(A-2)=0$, $A=-6$ 또는 $A=2$ ······ ❷

$A=x-5$를 대입하면 $x-5=-6$ 또는 $x-5=2$

즉, $x=-1$ 또는 $x=7$ ······ ❸

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=7$

채점기준	배점
❶ $x-5=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 바르게 제시하였다.	2
❷ A에 대한 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
❸ 주어진 이차방정식을 바르게 풀었다.	2

실전 모의고사 • 3회 138~141p

01 ① $\sqrt{(-3)^2}=3$

③ 7의 음의 제곱근은 $-\sqrt{7}$이다.

④ 0의 제곱근은 0뿐이며, 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{5}$는 5의 양의 제곱근이다.

02 $-\sqrt{4a^2}+\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a+3)^2}$

$=-\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a+3)^2}$

$=-|2a|+|a-2|+|a+3|$

$-2<a<0$일 때, $2a<0$, $a-2<0$, $a+3>0$이므로

$-|2a|+|a-2|+|a+3|$

$=-(-2a)-(a-2)+(a+3)$

$=2a-a+2+a+3$

$=2a+5$

03 $\sqrt{54x}=\sqrt{2\times3^3\times x}$이므로 $x=6\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

② $18=6\times3$이므로 조건에 맞지 않는다.

04 ① $4-(1+\sqrt{5})=3-\sqrt{5}>0$이므로 $4>1+\sqrt{5}$

② $\sqrt{2}>0$, $1-\sqrt{2}<0$이므로 $\sqrt{2}>1-\sqrt{2}$

③ $4<\sqrt{17}$이므로 $4+\sqrt{5}<\sqrt{17}+\sqrt{5}$

④ $2<\sqrt{5}$이므로 $2-\sqrt{7}<\sqrt{5}-\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{6}-3<0$, $5-\sqrt{3}>0$이므로 $\sqrt{6}-3<5-\sqrt{3}$

05 $\dfrac{\sqrt{0.5}}{10}=\sqrt{\dfrac{0.5}{100}}=\sqrt{\dfrac{50}{10000}}=\dfrac{\sqrt{50}}{100}=0.07071$

06 $\dfrac{\sqrt{18}}{3}+2\sqrt{27}+\dfrac{4}{2\sqrt{2}}-\sqrt{48}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3}+6\sqrt{3}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}-4\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}+6\sqrt{3}+\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

07 정사각형 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

정사각형 B의 한 변의 길이는 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

정사각형 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ cm

따라서 새로운 도형의 둘레의 길이는

$2\{3\sqrt{5}+(3\sqrt{5}+2\sqrt{5}+\sqrt{5})\}=2\times9\sqrt{5}=18\sqrt{5}(\text{cm})$

08 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^8-1)(x^8+1)=x^{16}-1$

즉, $a=16$, $b=-1$이므로 $a-b=17$

09 $a-2b=A$로 놓고 전개하면

$(a-2b-4)(a-2b+4)=(A-4)(A+4)$

$=A^2-16=(a-2b)^2-16$

$=a^2-4ab+4b^2-16$

10 $\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}=\dfrac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\dfrac{\sqrt{3}+2}{3-4}=-\sqrt{3}-2$

11 ⑤ $3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$

12 $x^2-4x+a=(x-1)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$m-1=-4$, $a=-m$에서 $m=-3$, $a=3$

$3x^2-bx-5=(x-1)(3x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$n-3=-b$, $-n=-5$에서 $n=5$, $b=-2$

$\therefore$ $ab=-6$

13 영하: $(2x-5)(x-1)=2x^2-7x+5$에서 x의 계수는 -7이다.

재승: $(2x-3)(x-1)=2x^2-5x+3$에서 상수항은 3이다.

즉, 처음 이차식은 $2x^2-7x+3$이므로

바르게 인수분해하면 $(2x-1)(x-3)$이다.

14 $a-b=A$로 놓으면

$(a-b)(a-b-1)-2=A(A-1)-2$

$=A^2-A-2$

$=(A-2)(A+1)$

$=(a-b-2)(a-b+1)$

15 $x^2-2xy+y^2-5x+5y+6=(x-y)^2-5(x-y)+6$

$x-y=A$로 놓으면

$(x-y)^2-5(x-y)+6=A^2-5A+6=(A-2)(A-3)$

$A=x-y$를 대입하면

$(A-2)(A-3)=(x-y-2)(x-y-3)$

16 $x^2(x-y)+y^2(y-x)=x^2(x-y)-y^2(x-y)$

$=(x-y)(x^2-y^2)$

$=(x-y)(x+y)(x-y)$

$=(x-y)^2(x+y)$

$x+y=5,\ xy=2$에서

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2-4\times2=17$

$\therefore\ (x-y)^2(x+y)=17\times5=85$

17 $x^2-2x-15=0,\ (x-5)(x+3)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=5$

18 $x^2+14x+2a+7=0$이 중근을 가지려면

$2a+7=\left(\frac{14}{2}\right)^2,\ 2a+7=49,\ 2a=42$

$\therefore\ a=21$

19 $(x+3)^2-8=0$에서 $(x+3)^2=8$

제곱근을 구하면 $x+3=\pm2\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ x=-3\pm2\sqrt{2}$

따라서 $a=-3+2\sqrt{2},\ b=-3-2\sqrt{2}$이므로 $a+b=-6$

20 $\frac{1}{6}x(x-2)=1$의 양변에 6을 곱하면

$x(x-2)=6,\ x^2-2x-6=0$

근의 짝수 공식을 이용하면

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-6)}}{1}=1\pm\sqrt{7}$

21 $a-b=2+\sqrt{7}-(\sqrt{5}+\sqrt{7})=2-\sqrt{5}<0$

따라서 $a-b<0$이므로 $a<b$ …… ❶

$b-c=\sqrt{5}+\sqrt{7}-(3+\sqrt{5})=\sqrt{7}-3<0$

따라서 $b-c<0$이므로 $b<c$ …… ❷

즉, $a<b$이고 $b<c$이므로 $a<b<c$ …… ❸

$\therefore\ a<b<c$

채점기준	배점
❶ a와 b의 대소를 바르게 비교하였다.	2
❷ b와 c의 대소를 바르게 비교하였다.	2
❸ $a,\ b,\ c$의 대소를 바르게 비교하였다.	2

22 (ⅰ) $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$이므로 $a=5$ …… ❶

(ⅱ) $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{12}$이므로 $b=12$ …… ❷

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $ab=60$ …… ❸

$\therefore\ 60$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ ab의 값을 바르게 구하였다.	1

23 $\frac{8}{\sqrt{5}-1}=\frac{8(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\frac{8(\sqrt{5}+1)}{5-1}$

$=2(\sqrt{5}+1)=2\sqrt{5}+2$ …… ❶

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고 $4<\sqrt{20}<5$이므로 $6<2\sqrt{5}+2<7$

즉, $2\sqrt{5}+2$의 정수 부분은 6이므로 $a=6$

소수 부분은 $2\sqrt{5}+2-6=2\sqrt{5}-4$이므로

$b=2\sqrt{5}-4$ …… ❷

이때 $a+b=2\sqrt{5}+2,\ ab=6(2\sqrt{5}-4)=12\sqrt{5}-24$이므로

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(2\sqrt{5}+2)^2-2(12\sqrt{5}-24)$

$=20+8\sqrt{5}+4-24\sqrt{5}+48$

$=72-16\sqrt{5}$ …… ❸

$\therefore\ 72-16\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ 주어진 수의 분모를 바르게 유리화하였다.	2
❷ $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ a^2+b^2의 값을 바르게 구하였다.	3

24 $x=3+\sqrt{2}$에서 $x-3=\sqrt{2}$ …… ❶

$x-3=\sqrt{2}$의 양변을 제곱하면

$(x-3)^2=2,\ x^2-6x+9=2,\ x^2-6x=-7$ …… ❷

따라서 $x^2-6x+10=-7+10=3$ …… ❸

$\therefore\ 3$

채점기준	배점
❶ 주어진 등식을 $x-a=\sqrt{b}$ 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ x^2-6x의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $x^2-6x+10$의 값을 바르게 구하였다.	2

25 (1) $x=-6$을 $x^2+2x+a=0$에 대입하면

$(-6)^2+2\times(-6)+a=0,\ 36-12+a=0$

$a+24=0,\ a=-24$ …… ❶

$\therefore\ -24$

(2) $a=-24$를 이차방정식 $x^2+2x+a=0$에 대입하면

$x^2+2x-24=0$이므로 근을 구하면

$(x+6)(x-4)=0,\ x=-6$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다. …… ❷

$\therefore\ x=4$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	3

족집게 마무리 객관식 80선 142~155p

01 ② 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.
④ 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.

02 16의 음의 제곱근은 -4이므로 $a=-4$
36의 양의 제곱근은 6이므로 $b=6$
$\therefore a+b=2$

03 ①, ②, ③, ④를 계산하면 모두 7이 된다.
⑤ $-(-\sqrt{7})^2=-7$

04 $\sqrt{(-4)^2}\div\sqrt{36}-\sqrt{\frac{1}{81}}\times(\sqrt{9})^2=4\div6-\frac{1}{9}\times9=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$

05 ㄱ. $3a>0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=3a$
ㄴ. $-\sqrt{a^2}=-a$
ㄷ. $-5a<0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$
ㄹ. $-\sqrt{36a^2}=-\sqrt{(6a)^2}$이고, $6a>0$이므로 $-\sqrt{36a^2}=-6a$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

06 $a<0$이므로 $-a>0$, $2a<0$
$$\begin{aligned}\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{4a^2}&=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(2a)^2}=|-a|-|2a|\\&=(-a)-(-2a)=-a+2a=a\end{aligned}$$

07 $1<a<2$이므로 $1-a<0$, $2-a>0$
$$\begin{aligned}\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}&=-(1-a)-(2-a)\\&=-1+a-2+a\\&=2a-3\end{aligned}$$

08 $60=2^2\times3\times5$이므로 $n=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 n의 값은 $3\times5\times1^2=15$

09 $\sqrt{17-n}$이 자연수가 되려면 $17-n$은 17보다 작은 자연수의 제곱인 수여야 한다.
즉, $17-n=1, 4, 9, 16$이므로 $n=1, 8, 13, 16$
따라서 자연수 n의 개수는 4이다.

10 ② $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{26}>5$
③ $-3=-\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{10}<-3$
④ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{3}}$
⑤ $\frac{1}{5}>\frac{1}{10}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{5}}>\sqrt{\frac{1}{10}}$

11 $2<\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $4<x<25$
따라서 $4<x<25$를 만족시키는 자연수 x는
5, 6, 7, ⋯, 24로 20개이다.

12 ① $0.8\dot{7}=\frac{87-8}{90}=\frac{79}{90}$, 순환소수는 유리수이다.
④ $\sqrt{25}=5$이므로 유리수이다.
⑤ $-(-\sqrt{3})^2=-3$이므로 유리수이다.

13 ㄴ. $\sqrt{3}$은 무리수이므로 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어진다.
ㄹ. $\sqrt{7}$은 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

14 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$A(-1-\sqrt{2})$, $B(-2+\sqrt{2})$, $C(1-\sqrt{2})$, $D(2-\sqrt{2})$, $E(\sqrt{2})$
따라서 $\sqrt{2}$에 대응하는 점은 E이다.

15 ㄱ. 순환하는 무한소수는 유리수, 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
ㄹ. 근호 안의 수가 제곱인 수인 경우는 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

16 ① $3=\sqrt{9}$이므로 $3>\sqrt{8}$
② $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{13}<4$
③ $2<\sqrt{5}<3$이므로 $1<\sqrt{5}-1<2$
④ $3<\sqrt{10}<4$이므로 $2<\sqrt{10}-1<3$

17 $a-b=(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로 $a>b$
$$\begin{aligned}a-c&=(\sqrt{5}+1)-(\sqrt{6}+1)\\&=\sqrt{5}+1-\sqrt{6}-1=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0\end{aligned}$$
이므로 $a<c$
$\therefore b<a<c$

18 $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$이므로 $a=5$
$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$이므로 $b=18$
$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{5\times18}=\sqrt{3^2\times2\times5}=3\sqrt{10}$

19 ① $\sqrt{340}=10\sqrt{3.4}=18.44$
② $\sqrt{3400}=10\sqrt{34}=58.31$
③ $\sqrt{34000}=100\sqrt{3.4}=184.4$
④ $\sqrt{0.34}=\frac{\sqrt{34}}{10}=0.5831$

20 $\sqrt{240}=\sqrt{2^4\times3\times5}=4\sqrt{3}\sqrt{5}=4ab$

21 $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$이므로 $a=\frac{1}{6}$
$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$
$\therefore a+b=\frac{1}{3}$

22 $2\sqrt{5}\times\frac{3}{\sqrt{15}}\div\frac{3}{2\sqrt{2}}=2\sqrt{5}\times\frac{3}{\sqrt{15}}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$=2\times3\times\frac{2}{3}\times\sqrt{5\times\frac{1}{15}\times2}$

$=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

23 $\overline{\text{BC}}=\sqrt{3}$, $\overline{\text{CD}}=\sqrt{6}$이므로

$\square\text{ABCD}=\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$

24 $\sqrt{3}+4\sqrt{7}-3\sqrt{7}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}+\sqrt{7}$

25 $\sqrt{18}-\sqrt{20}-7\sqrt{2}+6\sqrt{5}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}-7\sqrt{2}+6\sqrt{5}=-4\sqrt{2}+4\sqrt{5}$

이므로 $a=-4$, $b=4$

$\therefore a+b=0$

26 $\sqrt{5}a+\sqrt{2}b=\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{5})+\sqrt{2}(\sqrt{2}+3\sqrt{5})$

$=3\sqrt{10}-5+2+3\sqrt{10}$

$=-3+6\sqrt{10}$

27 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로 $a=-2+\sqrt{10}$, $b=-2-\sqrt{10}$

$\therefore a-b=(-2+\sqrt{10})-(-2-\sqrt{10})$

$=-2+\sqrt{10}+2+\sqrt{10}=2\sqrt{10}$

28 $\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{2}}-\sqrt{3}(2-\sqrt{6})+\frac{6}{\sqrt{12}}$

$=\frac{\sqrt{12}+2\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{18}+\frac{6}{2\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\frac{6\sqrt{3}}{6}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{3}=4\sqrt{2}$

29 $\frac{1}{2}\times(\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{12})\times\sqrt{32}=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times4\sqrt{2}$

$=16+4\sqrt{6}$

$=4(4+\sqrt{6})\ (\text{cm}^2)$

30 $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이므로

$3<2\sqrt{3}<4$, $-4<-2\sqrt{3}<-3$, $3<7-2\sqrt{3}<4$

즉, $7-2\sqrt{3}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은

$(7-2\sqrt{3})-3=4-2\sqrt{3}$이므로

$a=3$, $b=4-2\sqrt{3}$

$\therefore a-2b=3-2(4-2\sqrt{3})=3-8+4\sqrt{3}=-5+4\sqrt{3}$

31 ① $(\sqrt{2}+1)-3=\sqrt{2}-2=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$이므로 $\sqrt{2}+1<3$

② $(\sqrt{15}+1)-4=\sqrt{15}-3=\sqrt{15}-\sqrt{9}>0$이므로 $\sqrt{15}+1>4$

③ $(\sqrt{5}+\sqrt{6})-(2+\sqrt{6})=\sqrt{5}-2>0$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{6}>2+\sqrt{6}$

④ $(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{8})=3-\sqrt{8}>0$이므로 $3+\sqrt{5}>\sqrt{5}+\sqrt{8}$

⑤ $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})-(-\sqrt{18}+\sqrt{3})=\sqrt{3}>0$이므로

$2\sqrt{3}-3\sqrt{2}>-\sqrt{18}+\sqrt{3}$

32 x^2항은 $3x^2$이므로 x^2의 계수는 3이다.

xy항은 $3xy-2xy=xy$이므로 xy의 계수는 1이다.

따라서 x^2의 계수와 xy의 계수의 합은 $3+1=4$

33 $(x+A)^2=x^2+2Ax+A^2$이므로 $2A=8$, $A^2=B$

즉, $A=4$, $B=4^2=16$이므로 $A+B=20$

34 $(-y+3)^2=\{-(y-3)\}^2=(y-3)^2$

따라서 $(-y+3)^2$을 전개한 결과와 같은 것은 ② $(y-3)^2$이다.

35 $\left(\frac{1}{3}x-4y\right)\left(\frac{1}{3}x+4y\right)=\frac{1}{9}x^2-16y^2$이므로 $a=\frac{1}{9}$, $b=16$

$\therefore ab=\frac{16}{9}$

36 $(x-3)(x+3)(x^2+3^2)(x^4+3^4)=(x^2-3^2)(x^2+3^2)(x^4+3^4)$

$=(x^4-3^4)(x^4+3^4)$

$=x^8-3^8$

37 $(x+a)(x-3a)=x^2-2ax-3a^2$이므로

$-2a=-10$, $-3a^2=5b$

즉, $a=5$이고, $5b=-3\times5^2=-75$에서 $b=-15$이므로

$a+b=-10$

38 $(ax-4y)(-2x-3y)=-2ax^2+(-3a+8)xy+12y^2$이므로

$-2a=4$, $-3a+8=-b$, $12=c$

즉, $a=-2$, $b=3\times(-2)-8=-14$, $c=12$이므로

$a+b+c=-4$

39 ① $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4}$

② $(a-5b)^2=a^2-10ab+25b^2$

③ $(3a+b)(3a-b)=9a^2-b^2$

⑤ $(2x-3)(4x+1)=8x^2-10x-3$

40 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $7x+3$, 세로의 길이는 $4x-1$이므로

(색칠한 직사각형의 넓이)$=(7x+3)(4x-1)$

$=28x^2+5x-3$

41 길을 제외한 꽃밭을 모두 이으면

가로, 세로의 길이가 각각 $5x-2$, $3x-2$인 직사각형이다.

따라서 길을 제외한 꽃밭의 넓이는

$(5x-2)(3x-2)=15x^2-16x+4$

42 $100=x$, $-3=a$, $-4=b$로 나타내면

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한 것이다.

43 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=5+2\sqrt{15}+3-(5-4)$
$=7+2\sqrt{15}$

44 $\frac{7}{3+\sqrt{2}}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{9-2}=3-\sqrt{2}$이므로
$a=3$, $b=-1$
$\therefore a^2+b^2=3^2+(-1)^2=10$

45 $x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=5^2-3\times2=19$

46 $ab=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1$이므로
$a^5b^4-1=a(ab)^4-1=a\times(-1)^4-1=a-1$
$=(1+\sqrt{2})-1=\sqrt{2}$

47 $x-2=\sqrt{5}$이므로 $(x-2)^2=(\sqrt{5})^2$, $x^2-4x+4=5$, $x^2-4x=1$
$\therefore x^2-4x+5=1+5=6$

48 ① $3x-6xy=3x(1-2y)$
② $-2x-4y=-2(x+2y)$
④ $2xy^2-8xy=2xy(y-4)$
⑤ $5x^2y+10xy=5xy(x+2)$

49 ① $x^2-8x+16=(x-4)^2$
② $\frac{1}{4}a^2-a+1=\left(\frac{1}{2}a-1\right)^2$
③ $9a^2+36ab+4b^2$은 인수분해되지 않는다.
④ $3x^2-18xy+27y^2=3(x^2-6xy+9y^2)=3(x-3y)^2$
⑤ $\frac{1}{9}a^2+6ab+81b^2=\left(\frac{1}{3}a+9b\right)^2$

50 $(x+5)(x-7)+k=x^2-2x-35+k$
이때 $-35+k=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$이므로 $k=36$

51 $\sqrt{a^2+6a+9}+\sqrt{a^2-10a+25}=\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-5)^2}$
$=|a+3|+|a-5|$
이때 $1<a<3$에서 $a+3>0$, $a-5<0$이므로
$|a+3|+|a-5|=(a+3)-(a-5)=a+3-a+5$
$=8$

52 $-2x^2+32=-2(x^2-16)=-2(x^2-4^2)=-2(x+4)(x-4)$
이므로 $a=-2$, $b=1$, $c=4$
$\therefore a+b+c=3$

53 $x^2+9x+18=(x+3)(x+6)$이므로
$x+3+x+6=2x+9$

54 $ax^2+7x-15=(2x+b)(x+5)=2x^2+(10+b)x+5b$이므로
$a=2$, $-15=5b$에서 $b=-3$
$\therefore ab=-6$

55 ① $4x^2-12xy=4x(x-3y)$
② $9x^2-1=(3x+1)(3x-1)$
③ $x^2+x-30=(x+6)(x-5)$
④ $4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)^2$

56 $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
$3x^2-7x-6=(3x+2)(x-3)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

57 $2x^2+ax+20=(x-4)(2x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면
$a=m-8$, $20=-4m$
즉, $m=-5$이므로 $a=-5-8=-13$

58 $x^2+x-a=(x-2)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면
$1=-2+m$, $-a=-2m$이므로 $m=3$, $a=2m=2\times3=6$
$2x^2-bx+2=(x-2)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면
$-b=-4+n$, $2=-2n$이므로
$n=-1$, $b=-n+4=-(-1)+4=1+4=5$
$\therefore ab=30$

59 (i) $(x-2)(x+3)=x^2+x-6$에서 창교는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -6이다.
(ii) $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$에서 동제는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 5이다.
(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 x^2+5x-6이므로 인수분해하면
$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$

60 (직사각형 8개의 넓이의 합)$=x^2+4\times x+3\times1=x^2+4x+3$
$=(x+1)(x+3)$
따라서 새로운 직사각형의 둘레의 길이는
$2\{(x+1)+(x+3)\}=4x+8$

61 $x-1=A$로 놓으면
$(x-1)^2+6(x-1)+9=A^2+6A+9=(A+3)^2$
$=(x-1+3)^2=(x+2)^2$

62 $x^2+x-xy-y=x(x+1)-y(x+1)=(x+1)(x-y)$
따라서 인수인 것은 ④ $x+1$이다.

63 $2xy+1-x^2-y^2=1-(x^2-2xy+y^2)$
$=1-(x-y)^2$
$=(1+x-y)(1-x+y)$

64 $2\times7.75^2-2\times2.25^2=2\times(7.75^2-2.25^2)$
$=2\times(7.75+2.25)\times(7.75-2.25)$
$=2\times10\times5.5=110$

65 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\sqrt{2}-1$
이때 $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$이고,
$xy=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=2-1=1$,
$x+y=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$,
$x-y=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1=2$이므로
구하는 값은 $1\times2\sqrt{2}\times2=4\sqrt{2}$

66 도형 A의 넓이는
$(2x+5)^2-4^2=(2x+5+4)(2x+5-4)$
$=(2x+9)(2x+1)$
이때 도형 B의 넓이도 $(2x+9)(2x+1)$이고, 도형 B의 세로의 길이가 $2x+1$이므로 도형 B의 가로의 길이는 $2x+9$이다.

67 ⑤ 양변을 전개한 후 이항하여 정리하면
$9x^2-3=9x^2+6x+1$, $6x+4=0$
이므로 x에 대한 일차방정식이다.

68 [ ] 안의 수를 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
① $x=5$를 대입하면 $25+25+5=55\neq0$
② $x=6$을 대입하면 $36-24-12=0$
③ $x=3$을 대입하면 $9-3-12=-6\neq0$
④ $x=-2$를 대입하면 $4-12+5=-3\neq0$
⑤ $x=-2$를 대입하면 $-2\times4-8=-8-8=-16\neq0$

69 $x=1$을 $x^2+ax+3=0$에 대입하면 $1+a+3=0$
$\therefore a=-4$

70 $x=a$를 $x^2-x-1=0$에 대입하면 $a^2-a-1=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a-1-\dfrac{1}{a}=0$, $a-\dfrac{1}{a}=1$
$\therefore a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+2=1^2+2=3$

71 $x^2+7x+10=0$에서 $(x+2)(x+5)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

72 $6x^2-19x+10=0$에서
$(2x-5)(3x-2)=0$, $x=\dfrac{5}{2}$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$
즉, $a=\dfrac{5}{2}$, $b=\dfrac{2}{3}$이므로 $2a+3b=2\times\dfrac{5}{2}+3\times\dfrac{2}{3}=7$

73 $x=2$를 $x^2-3ax+a+1=0$에 대입하면
$4-6a+a+1=0$, $-5a=-5$, $a=1$
$a=1$을 $x^2-3ax+a+1=0$에 대입하면
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$, $x=1$ 또는 $x=2$
즉, 다른 한 근은 $x=1$이므로 $b=1$
$\therefore ab=1$

74 ① $x^2+4x+4=0$, $(x+2)^2=0$, $x=-2$ (중근)
② $x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$, $x=4$ (중근)
③ $4x^2+8x+1$을 완전제곱식 꼴로 나타낼 수 없다.
④ $x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$, $x=6$ (중근)
⑤ $2x^2-12x+18=0$, $2(x^2-6x+9)=0$
$2(x-3)^2=0$, $x=3$ (중근)

75 $m-3=\left(\dfrac{-8}{2}\right)^2=(-4)^2=16$이므로 $m=19$

76 $3(x-2)^2-8=7$에서
$3(x-2)^2=15$, $(x-2)^2=5$, $x-2=\pm\sqrt{5}$, $x=2\pm\sqrt{5}$
즉, $a=2$, $b=5$이므로 $a+b=7$

77 $x(x-1)=3x+6$에서
$x^2-x-3x=6$, $x^2-4x=6$
$x^2-4x+\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2=6+\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2$, $(x-2)^2=10$
즉, $a=-2$, $b=10$이므로 $a+b=8$

78 $x^2+5x+1=0$에서
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+5x=-1$
양변에 $\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$를 더하면 $x^2+5x+\dfrac{25}{4}=-1+\dfrac{25}{4}$
좌변을 완전제곱식으로 고치면 $\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{21}{4}$
$x+\dfrac{5}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{21}{4}}$, $x=-\dfrac{5}{2}\pm\sqrt{\dfrac{21}{4}}$
즉, $A=\dfrac{25}{4}$, $B=\dfrac{5}{2}$, $C=\dfrac{21}{4}$이므로
$A+B+C=\dfrac{25}{4}+\dfrac{5}{2}+\dfrac{21}{4}=\dfrac{56}{4}=14$

79 $2x^2=3x+1$에서 $2x^2-3x-1=0$이므로
$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$
즉, $A=3$, $B=17$이므로 $A+B=20$

80 $\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{6}x-\dfrac{1}{3}=0$의 양변에 12를 곱하면 $3x^2-2x-4=0$
따라서 근의 짝수 공식에 의하여
$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-4)}}{3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{3}$

족집게 마무리 서술형 20선

156~160p

01 (1) 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이는

$4^2=16(\text{cm}^2)$

한 변의 길이가 7 cm인 정사각형의 넓이는

$7^2=49(\text{cm}^2)$ …… ❶

∴ 16 cm^2, 49 cm^2

(2) 새로운 정사각형의 넓이는 $16+49=65(\text{cm}^2)$

즉, 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{65}$ cm이다. …… ❷

∴ $\sqrt{65}$ cm

채점기준	배점
❶ 두 정사각형의 넓이를 각각 바르게 구하였다.	2
❷ 새로운 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구하였다.	3

02 $a>0$, $a-1>0$, $a-3<0$이므로 …… ❶

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2}+\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-3)^2}&=|a|+|a-1|+|a-3|\\&=a+(a-1)-(a-3)\\&=a+a-1-a+3\\&=a+2\end{aligned}$$ …… ❷

∴ $a+2$

채점기준	배점
❶ a, $a-1$, $a-3$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	3
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	3

03 $\sqrt{17-4x}$가 정수가 되려면 $17-4x$는 17보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로 …… ❶

$17-4x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$

$x=\frac{1}{4},\ 2,\ \frac{13}{4},\ 4,\ \frac{17}{4}$ …… ❷

이때 자연수 x의 값은 2, 4이다. …… ❸

∴ 2, 4

채점기준	배점
❶ 정수가 되기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	3
❷ 가능한 x의 값을 바르게 제시하였다.	3
❸ 자연수 x의 값을 바르게 구하였다.	1

04 부등식 $3<\sqrt{3a}<5$의 각 변을 제곱하면

$9<3a<25$

$9<3a<25$의 각 변을 3으로 나누면

$3<a<\frac{25}{3}$ …… ❶

이때 자연수 a의 값은 4, 5, 6, 7, 8이다. …… ❷

즉, 모든 자연수 a의 값의 합은

$4+5+6+7+8=30$ …… ❸

∴ 30

채점기준	배점
❶ a의 값의 범위를 바르게 제시하였다.	3
❷ 자연수 a의 값을 모두 바르게 제시하였다.	2
❸ 모든 자연수 a의 값의 합을 바르게 구하였다.	1

05 (1) $\overline{AB}^2=2^2+1^2$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AD}^2=1^2+2^2$이므로 $\overline{AD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ …… ❶

∴ $\overline{AB}=\sqrt{5}$, $\overline{AD}=\sqrt{5}$

(2) $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로 점 P는 점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 이동한 점이다. 즉, 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{5}$이다.

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로 점 Q는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 이동한 점이다. 즉, 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{5}$이다.

…… ❷

∴ 점 P에 대응하는 수: $3-\sqrt{5}$, 점 Q에 대응하는 수: $3+\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이를 각각 바르게 구하였다.	4
❷ 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 바르게 구하였다.	4

06 $A=\frac{6}{\sqrt{6}}-3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{6}}{6}-3\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}-3\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$ …… ❶

$B=\frac{6}{\sqrt{3}}+3\sqrt{5}\div\sqrt{15}=\frac{6\sqrt{3}}{3}+\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{15}}=2\sqrt{3}+\frac{3}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ …… ❷

$\frac{A}{B}=\frac{-2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{-2\sqrt{18}}{9}=\frac{-6\sqrt{2}}{9}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ …… ❸

∴ $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

채점기준	배점
❶ A를 바르게 계산하였다.	2
❷ B를 바르게 계산하였다.	2
❸ $\frac{A}{B}$의 값을 바르게 구하였다.	2

07 넓이가 48 m^2, 24 m^2, 12 m^2인 세 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ m, $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ m, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ m이다.

…… ❶

구하고자 하는 둘레의 길이는 가로, 세로의 길이가 각각 $4\sqrt{3}+2\sqrt{6}+2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$인 직사각형의 둘레의 길이와 같다.

…… ❷

즉, 전체 꽃밭의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}2\{(4\sqrt{3}+2\sqrt{6}+2\sqrt{3})+4\sqrt{3}\}&=2\times(10\sqrt{3}+2\sqrt{6})\\&=20\sqrt{3}+4\sqrt{6}(\text{m})\end{aligned}$$ …… ❸

∴ $(20\sqrt{3}+4\sqrt{6})$ m

채점기준	배점
❶ 세 꽃밭의 한 변의 길이를 각각 바르게 구하였다.	3
❷ 전체 꽃밭의 둘레의 길이를 구하는 방법을 바르게 제시하였다.	2
❸ 전체 꽃밭의 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

08 $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$이므로

$2<2\sqrt{2}<3,\ -3<-2\sqrt{2}<-2,\ 1<4-2\sqrt{2}<2$

즉, $4-2\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이므로 $a=1$ …… ❶

$1<\sqrt{3}<2$이므로

$-2<-\sqrt{3}<-1,\ 3<5-\sqrt{3}<4$

즉, $5-\sqrt{3}$의 소수 부분은 $(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$이므로

$b=2-\sqrt{3}$ …… ❷

$\therefore\ \sqrt{3}a+b=\sqrt{3}\times1+(2-\sqrt{3})=2$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ $\sqrt{3}a+b$의 값을 바르게 구하였다.	2

09 $(3x-y)^2+(x+2y)(x-2y)=9x^2-6xy+y^2+x^2-4y^2$

$=10x^2-6xy-3y^2$ …… ❶

이때 x^2의 계수는 10, y^2의 계수는 -3이므로

$a=10,\ b=-3$ …… ❷

$\therefore\ a+b=7$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

10 $\dfrac{1317\times1319+1}{1318}=\dfrac{(1318-1)\times(1318+1)+1}{1318}$

이때 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. …… ❶

즉, $\dfrac{1317\times1319+1}{1318}=\dfrac{(1318-1)\times(1318+1)+1}{1318}$

$=\dfrac{1318^2-1+1}{1318}$

$=\dfrac{1318^2}{1318}=1318$ …… ❷

$\therefore$ 1318

채점기준	배점
❶ 이용하는 가장 적당한 곱셈 공식을 바르게 제시하였다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산하였다.	4

11 $(4\sqrt{3}-6)(2\sqrt{3}+a)=24+(4a-12)\sqrt{3}-6a$

$=-6a+24+4(a-3)\sqrt{3}$ …… ❶

이때 계산 결과가 유리수가 되려면 $a-3=0$이어야 하므로

$a=3$ …… ❷

$\therefore$ 3

채점기준	배점
❶ $(4\sqrt{3}-6)(2\sqrt{3}+a)$를 바르게 전개하였다.	3
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2

12 (1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{5-4}=\sqrt{5}-2$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$ …… ❶

$\therefore\ x=\sqrt{5}-2,\ y=\sqrt{5}+2$

(2) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$

이때 $x+y=2\sqrt{5},\ xy=1$이므로 …… ❷

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=20-2=18$

즉, $\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{18}{1}=18$ …… ❸

$\therefore$ 18

채점기준	배점
❶ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화하였다.	2
❷ $x+y$, xy의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$의 값을 바르게 구하였다.	2

13 $\sqrt{x^2-10x+25}-\sqrt{x^2-8x+16}$

$=\sqrt{(x-5)^2}-\sqrt{(x-4)^2}$ …… ❶

$=|x-5|-|x-4|$

이때 $4<x<5$에서 $x-5<0,\ x-4>0$이므로 …… ❷

$|x-5|-|x-4|=-(x-5)-(x-4)$

$=-x+5-x+4$

$=-2x+9$ …… ❸

$\therefore\ -2x+9$

채점기준	배점
❶ 근호 안을 각각 완전제곱식으로 바르게 인수분해하였다.	2
❷ $x-5$, $x-4$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	2

14 (1) (i) $(2x+1)(x-3)=2x^2-5x-3$에서

찬열이는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 2, 상수항은 -3이다.

…… ❶

(ii) $(2x-1)(x+1)=2x^2+x-1$에서

지민이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 2, x의 계수는 1이다.

…… ❷

(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $2x^2+x-3$이다. …… ❸

$\therefore\ 2x^2+x-3$

(2) $2x^2+x-3$을 인수분해하면

$2x^2+x-3=(2x+3)(x-1)$ …… ❹

$\therefore\ (2x+3)(x-1)$

채점기준	배점
❶ 처음 이차식의 x^2의 계수와 상수항을 각각 바르게 제시하였다.	2
❷ 처음 이차식의 x^2의 계수와 x의 계수를 각각 바르게 제시하였다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 구하였다.	1
❹ 처음 이차식을 바르게 인수분해하였다.	2

15 (1) $x+y=A$로 놓으면

$$(x+y)^2-4(x+y)-21=A^2-4A-21$$
$$=(A+3)(A-7)$$
$$=(x+y+3)(x+y-7)$$ …… ❶

이때 x, y가 자연수이고, $x+y\geq2$이므로 $x+y-7=1$이어야 한다.

$\therefore\ x+y=8$ …… ❷

(2) $x+y=8$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$는

$(1,\ 7)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 5)$, $(4,\ 4)$

$(5,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(7,\ 1)$ …… ❸

$\therefore\ (1,\ 7)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 5)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(7,\ 1)$

채점기준	배점
❶ $(x+y)^2-4(x+y)-21$을 바르게 인수분해하였다.	2
❷ $x+y$의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 바르게 구하였다.	2

16 (1) 인수분해 공식 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$을 이용한다. …… ❶

$\therefore\ a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

(2) $98^2+2\times98\times2+2^2=(98+2)^2=100^2=10000$ …… ❷

$\therefore\ 10000$

채점기준	배점
❶ 이용해야 할 인수분해 공식을 바르게 제시하였다.	2
❷ $98^2+2\times98\times2+2^2$을 바르게 계산하였다.	3

17 색칠한 부분의 둘레의 길이가 10π cm이므로

$2\pi a+2\pi b=10\pi$, $2\pi(a+b)=10\pi$

$a+b=5$ …… ❶

두 원의 반지름의 길이의 차가 3 cm이므로

$a-b=3$ ($\because\ a>b$) …… ❷

이때 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)=\pi(a+b)(a-b)$$
$$=\pi\times5\times3=15\pi(\text{cm}^2)$$ …… ❸

$\therefore\ 15\pi\ \text{cm}^2$

채점기준	배점
❶ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ $a-b$의 값을 바르게 구하였다.	1
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구하였다.	3

18 $x=a$를 $x^2+x-5=0$에 대입하면

$a^2+a-5=0$, $a^2+a=5$ …… ❶

$x=b$를 $3x^2-4x-2=0$에 대입하면

$3b^2-4b-2=0$, $3b^2-4b=2$ …… ❷

즉, $(2a^2+2a+3)(3b^2-4b-5)$

$=\{2(a^2+a)+3\}(3b^2-4b-5)$

$=13\times(-3)$

$=-39$ …… ❸

$\therefore\ -39$

채점기준	배점
❶ a^2+a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ $3b^2-4b$의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 주어진 식의 값을 바르게 구하였다.	2

19 (1) $4x^2+8x-3=0$에서

양변을 4로 나누면 $x^2+2x-\frac{3}{4}=0$

좌변의 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+2x=\frac{3}{4}$

양변에 $\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$을 더하면 $x^2+2x+1=\frac{3}{4}+1$

좌변을 완전제곱식으로 고치고 우변을 정리하면

$(x+1)^2=\frac{7}{4}$ …… ❶

$\therefore\ A=1,\ B=\frac{7}{4}$ …… ❷

(2) $(x+1)^2=\frac{7}{4}$에서 제곱근을 이용하면

$x+1=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$, $x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$ …… ❸

$\therefore\ x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $4x^2+8x-3=0$을 $(x+A)^2=B$ 꼴로 바르게 나타내었다.	4
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식 $4x^2+8x-3=0$을 바르게 풀었다.	3

20 $\frac{1}{5}x^2+0.4x-0.1=0$의 양변에 10을 곱하면 $2x^2+4x-1=0$

근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$$ …… ❶

즉, $\frac{A\pm\sqrt{B}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$이므로 $A=-2$, $B=6$ …… ❷

$\therefore\ A+B=4$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $\frac{1}{5}x^2+0.4x-0.1=0$의 근을 바르게 구하였다.	4
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $A+B$의 값을 바르게 구하였다.	1

고난도 기출문제

161~168p

01 평행사변형 OABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{5}$인 정사각형이다.
모눈 한 칸의 길이를 x로 놓으면

$x^2+(2x)^2=(2\sqrt{5})^2$, $5x^2=20$, $x^2=4$, $x=2$ ($\because x>0$)

즉, 모눈 한 칸의 길이는 2이다.
이때 평행사변형 OADE의 넓이는

$$(10\times6)-2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times2\right)-2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times2\right)$$
$$=60-8-16=36$$

02 $6<2\sqrt{x}<7$에서 $\sqrt{36}<\sqrt{4x}<\sqrt{49}$이므로

$36<4x<49$, $9<x<\frac{49}{4}$

즉, $a=10$, $b=12$
이때 $\sqrt{\frac{12}{10}\times n}=\sqrt{\frac{6}{5}n}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n은
$5\times6\times(\text{자연수})^2$ 꼴이다.
즉, 자연수 n의 값 중에서 가장 작은 값은 $5\times6\times1^2=30$

03 $\sqrt{20a}=\sqrt{2^2\times5\times a}$가 자연수가 되도록 하는 한 자리 자연수 a는

$a=5$

$\sqrt{27b}=\sqrt{3^3\times b}$가 자연수가 되도록 하는 한 자리 자연수 b는

$b=3$

이때 $c=\sqrt{20a}-\sqrt{27b}=\sqrt{100}-\sqrt{81}=10-9=1$
즉, $a=5$, $b=3$, $c=1$이므로 $a+b+c=9$

04 두 직선 $y=\sqrt{2}x$, $y=\sqrt{3}x$에 대하여
(i) 직선 $x=1$과의 교점은 각각 $(1, \sqrt{2})$, $(1, \sqrt{3})$이다.
이때 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
(ii) 직선 $x=2$와의 교점은 각각 $(2, 2\sqrt{2})$, $(2, 2\sqrt{3})$이다.
이때 $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$과 $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$ 사이에는 자연수 3이 존재한다.
(iii) 직선 $x=3$과의 교점은 각각 $(3, 3\sqrt{2})$, $(3, 3\sqrt{3})$이다.
이때 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$과 $3\sqrt{3}=\sqrt{27}$ 사이에는 자연수 5가 존재한다.
(iv) 직선 $x=4$와의 교점은 각각 $(4, 4\sqrt{2})$, $(4, 4\sqrt{3})$이다.
이때 $4\sqrt{2}=\sqrt{32}$와 $4\sqrt{3}=\sqrt{48}$ 사이에는 자연수 6이 존재한다.
(v) 직선 $x=5$와의 교점은 각각 $(5, 5\sqrt{2})$, $(5, 5\sqrt{3})$이다.
이때 $5\sqrt{2}=\sqrt{50}$과 $5\sqrt{3}=\sqrt{75}$ 사이에는 자연수 8이 존재한다.
(vi) 직선 $x=6$과의 교점은 각각 $(6, 6\sqrt{2})$, $(6, 6\sqrt{3})$이다.
이때 $6\sqrt{2}=\sqrt{72}$와 $6\sqrt{3}=\sqrt{108}$ 사이에는 자연수 9, 10이 존재한다.
(vii) 직선 $x=7$과의 교점은 생각하지 않는다. ($\because 7>2\sqrt{10}$)
(i)~(vii)에 의하여 세 직선으로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표, y좌표가 모두 자연수인 점은 $(2, 3)$, $(3, 5)$, $(4, 6)$, $(5, 8)$, $(6, 9)$, $(6, 10)$의 6개이다.

05 $\sqrt{1+3}=2$, $\sqrt{1+3+5}=3$, $\sqrt{1+3+5+7}=4$, $\cdots$이므로
근호 안의 홀수의 개수가 근호를 사용하지 않고 나타내는 수와 같다.
이때 $\sqrt{1+3+5+\cdots+97+99}$의 근호 안의 홀수의 개수가 50이므로

$\sqrt{1+3+5+\cdots+97+99}=50$

06 $\sqrt{x^2+9}+\sqrt{x^2-3}=6$ ⋯⋯ ㉠
$\sqrt{x^2+9}-\sqrt{x^2-3}=k$ ⋯⋯ ㉡으로 놓자.
(i) ㉠+㉡을 계산하면 $2\sqrt{x^2+9}=6+k$
양변을 제곱하면 $4x^2+36=k^2+12k+36$, $x^2=\frac{k^2}{4}+3k$
(ii) ㉠−㉡을 계산하면 $2\sqrt{x^2-3}=6-k$
양변을 제곱하면 $4x^2-12=k^2-12k+36$, $x^2=\frac{k^2}{4}-3k+12$
(i), (ii)에 의하여 $\frac{k^2}{4}+3k=\frac{k^2}{4}-3k+12$, $6k=12$
$\therefore k=2$

07 b와 c의 최대공약수가 3이므로
$b=3m$, $c=3n$ ($m<n<10$, m, n은 서로소)이라 하자.

$a\sqrt{b}\times\sqrt{c}=a\sqrt{bc}=a\sqrt{9mn}=3a\sqrt{mn}$

$\sqrt{360}=\sqrt{2^3\times3^2\times5}=6\sqrt{10}$이므로
$3a\sqrt{mn}=6\sqrt{10}$에서 $a=2$, $mn=10$
이때 $m<n<10$이고 m과 n은 서로소이므로 $m=2$, $n=5$
즉, $a=2$, $b=6$, $c=15$이므로 $a+b+c=23$

08 연속된 세 자연수 a, b, c에 대하여

$b=a+1$, $c=a+2$

이때 $a+b+c=3a+3=3(a+1)<50$이므로

$a+1<\frac{50}{3}$, $a<\frac{47}{3}$ $(=15.666\cdots)$

또, $\sqrt{a+b+c}=\sqrt{3(a+1)}$이 자연수이므로
$a+1$은 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$a+1=3\times1^2$, 3×2^2 ($\because a<15.666\cdots$)

$a=2$, 11

따라서 가능한 순서쌍 (a, b, c)는 $(2, 3, 4)$, $(11, 12, 13)$의 2개이다.

09 1과 2 사이에 있는 점의 개수는 $2^2-1^2-1=2$

2와 3 사이에 있는 점의 개수는 $3^2-2^2-1=4$

3과 4 사이에 있는 점의 개수는 $4^2-3^2-1=6$

$\vdots$

즉, n과 $n+1$ 사이에 있는 점의 개수는 $(n+1)^2-n^2-1=2n$

따라서 99와 100 사이에 있는 점의 개수는

$2\times 99=198$

10 $0<a<1$이면 $a<\sqrt{a}<\frac{1}{a}$이므로

$\frac{1}{a}-a>0,\ a-\sqrt{a}<0,\ \frac{1}{a}-\sqrt{a}>0$

$\therefore \sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}+\sqrt{(a-\sqrt{a})^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{a}-\sqrt{a}\right)^2}$

$=\left|\frac{1}{a}-a\right|+\left|a-\sqrt{a}\right|+\left|\frac{1}{a}-\sqrt{a}\right|$

$=\frac{1}{a}-a-(a-\sqrt{a})+\left(\frac{1}{a}-\sqrt{a}\right)$

$=\frac{1}{a}-a-a+\sqrt{a}+\frac{1}{a}-\sqrt{a}$

$=\frac{2}{a}-2a$

11 $x=a+\frac{1}{a}$을 $\sqrt{x^2-4}-x$에 대입하면

$\sqrt{x^2-4}-x=\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}-\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\left(a+\frac{1}{a}\right)$

이때 $-1<a<0$이면 $a-\frac{1}{a}>0$이므로

$\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\left(a+\frac{1}{a}\right)=\left|a-\frac{1}{a}\right|-\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=a-\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}$

$=-\frac{2}{a}$

12 $\sqrt{x}=a+2$의 양변을 제곱하면

$x=a^2+4a+4$ $\cdots\cdots$ ㉠

㉠을 주어진 식에 대입하면

$\sqrt{x-12a+12}+\sqrt{x-16a+32}$

$=\sqrt{a^2-8a+16}+\sqrt{a^2-12a+36}$

$=\sqrt{(a-4)^2}+\sqrt{(a-6)^2}$

$=|a-4|+|a-6|$

$=-(a-4)-(a-6)\ (\because a\le 3)$

$=-a+4-a+6$

$=-2a+10$

이때 $-2\le a\le 3$이므로 $(\because \sqrt{x}=a+2\ge 0)$

$-6\le -2a\le 4,\ 4\le -2a+10\le 14$

즉, $M=14,\ m=4$이므로

$M+m=18$

13 자연수 n에 대하여 $(n+1)^2=n^2+2n+1$이므로

$\sqrt{n^2}<\sqrt{n^2+2}<\sqrt{(n+1)^2},\ n<\sqrt{n^2+2}<n+1$

즉, $\sqrt{n^2+2}$의 정수 부분이 n이므로 $a_n=\sqrt{n^2+2}-n$

이때 $(a_{2020}+2020)^2=(\sqrt{2020^2+2}-2020+2020)^2$

$=(\sqrt{2020^2+2})^2$

$=2020^2+2$

따라서 일의 자리의 숫자는 2이다.

14 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n^2}=n$이므로

$\sqrt{150}=\sqrt{\frac{15000}{100}}=\frac{\sqrt{15000}}{10}$

이때 $122<\sqrt{15000}<123$이므로

$12.2<\frac{\sqrt{15000}}{10}<12.3$

즉, $\sqrt{150}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자는 2이다.

15 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle AGE \backsim \triangle ADF$ (SAS 닮음)이고, $\overline{AD}:\overline{AG}=3:2$

$\therefore\ \triangle ADF:\triangle AGE=9:4$

이때 $\triangle ADF:\square GDFE=9:5$이므로 $5\triangle ADF=90$

$\therefore\ \triangle ADF=18$

$\triangle ABD=\triangle ABE=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로 $\triangle AGE=\triangle GBD$

$\therefore\ \square EBDF=\triangle ADF=18$

$\triangle BCE \backsim \triangle DCF$ (SAS 닮음)이고 $\overline{BC}:\overline{DC}=2:1$

$\therefore\ \triangle BCE:\triangle DCF=4:1$

이때 $\triangle BCE:\square EBDF=4:3$이므로 $3\triangle BCE=72$

$\therefore\ \triangle BCE=24$

$\therefore\ \triangle ABC=2\triangle BCE=48$

$\overline{AB}=12k,\ \overline{AC}=5k$로 놓으면 (단, $k>0$)

$\frac{1}{2}\times 12k\times 5k=48,\ 30k^2=48,\ k^2=\frac{8}{5},\ k=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\therefore\ \overline{AC}=5k=2\sqrt{10}$

16 $6<\sqrt{40}<7$이므로 $\langle\sqrt{40}\rangle=7$

$3<\sqrt{10}<4$이므로 $\langle\sqrt{10}\rangle=4$

즉, $f(40)=7-2\sqrt{10},\ f(10)=4-\sqrt{10}$이므로

$\frac{f(40)}{f(10)}=\frac{(7-2\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}=\frac{8-\sqrt{10}}{6}=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\sqrt{10}$

이때 $a=\frac{4}{3},\ b=-\frac{1}{6}$이므로 $a-b=\frac{3}{2}$

17 $[\sqrt{3}]$은 $\sqrt{3}$의 정수 부분을 의미한다.

$x_1=\sqrt{3}-[\sqrt{3}]=\sqrt{3}-1$

$x_2=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right]=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-\left[\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right]=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$$x_3=\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{2}{\sqrt{3}-1}\right]=\sqrt{3}+1-[\sqrt{3}+1]=\sqrt{3}-1$$

$$x_4=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right]=\frac{\sqrt{3}-1}{2},\ \cdots$$

즉, $x_1=x_3=x_5=\cdots=x_{11}=\sqrt{3}-1$

$x_2=x_4=x_6=\cdots=x_{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

이므로 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{12}=6\times\left(\sqrt{3}-1+\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)=9\sqrt{3}-9$

18 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 8=\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{125}=9\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AB}=\frac{9\sqrt{5}}{4}$

또, $\triangle ADE\backsim\triangle AFG\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)이고, 넓이의 비가 $\sqrt{5}:4\sqrt{5}:9\sqrt{5}=1:4:9$이므로 닮음비는 $1:2:3$이다.

즉, $\overline{AB}:\overline{FB}=3:1$이므로 $\overline{FB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{5}}{4}=\frac{3\sqrt{5}}{4}$

19 $30=x$, $10=y$로 놓으면

$\sqrt{30\times31\times32\times33+1}-\sqrt{10\times11\times12\times13+1}$

$=\sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}-\sqrt{y(y+1)(y+2)(y+3)+1}$

$=\sqrt{x(x+3)(x+1)(x+2)+1}-\sqrt{y(y+3)(y+1)(y+2)+1}$

$=\sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1}-\sqrt{(y^2+3y)(y^2+3y+2)+1}$

$x^2+3x=A$, $y^2+3y=B$로 놓으면

$\sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1}-\sqrt{(y^2+3y)(y^2+3y+2)+1}$

$=\sqrt{A(A+2)+1}-\sqrt{B(B+2)+1}$

$=\sqrt{A^2+2A+1}-\sqrt{B^2+2B+1}$

$=\sqrt{(A+1)^2}-\sqrt{(B+1)^2}$

$=\sqrt{(x^2+3x+1)^2}-\sqrt{(y^2+3y+1)^2}$

$=\sqrt{(30^2+3\times30+1)^2}-\sqrt{(10^2+3\times10+1)^2}$

$=(30^2+3\times30+1)-(10^2+3\times10+1)$

$=991-131=860$

20 $x^2+2xy+y^2-2x-2y-8=(x+y)^2-2(x+y)-8$

$x+y=A$로 놓으면

$(x+y)^2-2(x+y)-8=A^2-2A-8$

$=(A-4)(A+2)$

$=(x+y-4)(x+y+2)$

이때 두 수의 곱이 소수가 되기 위해서는 $1\times$(소수)이어야 하므로 $x+y-4=1$, $x+y+2=$(소수)

즉, $x+y=5$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4개이다.

21 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 36가지이다.

$xy-4y-3x+12=y(x-4)-3(x-4)=(x-4)(y-3)$

이므로

$\sqrt{xy-4y-3x+12}=\sqrt{(x-4)(y-3)}$

이때 $(x-4)(y-3)$이 자연수의 제곱이 되는 순서쌍 (x, y)는

$(2, 1)$, $(3, 2)$, $(5, 4)$, $(6, 5)$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

22 $abc+2ab+2bc+2ca+4a+4b+4c+8$

$=a(bc+2b+2c+4)+2(bc+2b+2c+4)$

$=(a+2)(bc+2b+2c+4)$

$=(a+2)(b+2)(c+2)$

이때 $(a+2)(b+2)(c+2)=105=3\times5\times7$이므로

$a+2=3$, $b+2=5$, $c+2=7$ ($\because\ a<b<c$)

즉, $a=1$, $b=3$, $c=5$이므로 $a+b+c=9$

23 $100=A$로 놓으면

$101\times103\times105\times107+16$

$=(A+1)(A+3)(A+5)(A+7)+16$

$=(A+1)(A+7)(A+3)(A+5)+16$

$=(A^2+8A+7)(A^2+8A+15)+16$

이때 $A^2+8A=X$로 놓으면

$(A^2+8A+7)(A^2+8A+15)+16$

$=(X+7)(X+15)+16$

$=X^2+22X+121$

$=(X+11)^2$

$\therefore\ x=X+11=A^2+8A+11=10000+800+11=10811$

24 $x^2-3x-k=(x+a)(x+b)$로 놓으면 (단, a, b는 정수)

$x^2-3x-k=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

이때 $a+b=-3$이고 $ab=-k$가 되는 두 정수 a, b는

$a=1$, $b=-4$일 때, $k=4$

(단, $a=-4$, $b=1$일 때, $k=4$가 되는 것은 결국 같은 식이므로 하나로 생각한다.)

$a=2$, $b=-5$일 때, $k=10$

$a=3$, $b=-6$일 때, $k=18$

$\vdots\quad\vdots\quad\vdots$

$a=8$, $b=-11$일 때, $k=88$

즉, 조건을 만족시키는 다항식은

x^2-3x-4, $x^2-3x-10$, $x^2-3x-18$, $\cdots$, $x^2-3x-88$

의 8개이다.

25 $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$이므로

$\overline{AD}=\frac{a+b}{2}$, $\overline{BD}=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}$

(ⅰ) 큰 원의 반지름의 길이가 $\frac{a+b}{4}$이므로 $S_1=\pi\left(\frac{a+b}{4}\right)^2$

(ⅱ) 작은 원의 반지름의 길이가 $\frac{a-b}{4}$이므로 $S_2=\pi\left(\frac{a-b}{4}\right)^2$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $S_1-S_2=\pi\left\{\left(\frac{a+b}{4}\right)^2-\left(\frac{a-b}{4}\right)^2\right\}$

$$=\pi\left(\frac{a+b}{4}+\frac{a-b}{4}\right)\left(\frac{a+b}{4}-\frac{a-b}{4}\right)$$

$$=\pi\times\frac{a}{2}\times\frac{b}{2}=\frac{\pi}{4}ab$$

26 $\langle x\rangle^2-5\langle x\rangle+6=0$에서 $(\langle x\rangle-2)(\langle x\rangle-3)=0$

$\therefore \langle x\rangle=2$ 또는 $\langle x\rangle=3$

(ⅰ) $\langle x\rangle=2$를 만족시키는 x는 소수이므로

$x=2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19$

(ⅱ) $\langle x\rangle=3$을 만족시키는 x는 소수의 제곱인 수이므로

$x=4,\ 9$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 x는 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19의 10개이다.

27 $\langle a,\ b,\ c\rangle-\langle b,\ a,\ c\rangle+\langle c,\ a,\ b\rangle$에서

$\langle a,\ b,\ c\rangle=a^2(b-c)$, $\langle b,\ a,\ c\rangle=b^2(a-c)$,

$\langle c,\ a,\ b\rangle=c^2(a-b)$이므로

$\langle a,\ b,\ c\rangle-\langle b,\ a,\ c\rangle+\langle c,\ a,\ b\rangle$

$=a^2(b-c)-b^2(a-c)+c^2(a-b)$

$=a^2b-a^2c-b^2a+b^2c+c^2a-c^2b$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a-b)(a-c)$

$\therefore (a-b)(b-c)(a-c)$

28 (가)에서 $ax^2+bxy=cdx^2+cexy$, 즉 $a=cd$, $b=ce$

(나)에서 $5ax^2+5bx+4c$가 완전제곱식이므로

$5b=2\sqrt{5a}\times\sqrt{4c}=4\sqrt{5ac}$, $b=\frac{4\sqrt{5ac}}{5}=\sqrt{\frac{80ac}{25}}=\sqrt{\frac{16ac}{5}}$

이때 $b=\sqrt{\frac{16ac}{5}}$가 자연수가 되도록 하는 ac의 값은 $5\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로

$ac=5\times1^2,\ 5\times2^2,\ 5\times3^2$ ($\because$ 한 자리 자연수)

또, $a=cd$이므로

$ac=c^2d=5\times1^2,\ 5\times2^2,\ 5\times3^2$

즉, $a=5$, $c=1$, $d=5$ ($\because$ 한 자리 자연수)이므로 $b=\sqrt{16}=4$

또, $b=ce$에서 $e=4$

즉, $a=5$, $b=4$, $c=1$, $d=5$, $e=4$이므로

$a+b+c+d+e=19$

29 이차방정식 $2x^2+3ax-3a-2=0$에서

$3a(x-1)+2(x^2-1)=0$

$3a(x-1)+2(x+1)(x-1)=0$

$(2x+3a+2)(x-1)=0$

이차방정식 $x^2-(a+4)x+4a=0$에서 $(x-4)(x-a)=0$

(ⅰ) 공통인 근이 $x=a=1$인 경우 $a=1$

(ⅱ) 공통인 근이 $x=-\frac{3a+2}{2}=4$인 경우

$-\frac{3a+2}{2}=4$, $3a+2=-8$, $a=-\frac{10}{3}$

(ⅲ) 공통인 근이 $x=-\frac{3a+2}{2}=a$인 경우

$-\frac{3a+2}{2}=a$, $3a+2=-2a$, $5a=-2$, $a=-\frac{2}{5}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 모든 상수 a의 값의 합은

$1+\left(-\frac{10}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{15-50-6}{15}=-\frac{41}{15}$

30 세 식의 좌변을 각각 인수분해하면

$(x-p)(x-1)=0$ …… ㉠

$(x-q)(x+2)=0$ …… ㉡

$(x-3p)(x-5q)=0$ …… ㉢

세 방정식이 0보다 작은 공통인 근을 가지고, ㉠에서 1은 양수이므로 공통인 근은 $x=p$이다.

이때 ㉢에서 공통인 근을 $x=3p$라 하면 $p=3p$이므로 조건을 만족시키지 않는다. 즉, 공통인 근은 $x=5q$이다.

또, ㉡에서 공통인 근을 $x=q$라 하면 $q=5q$이므로 조건을 만족시키지 않는다. 즉, 공통인 근은 $x=-2$이다.

따라서 $p=5q=-2$이므로 $p=-2$, $q=-\frac{2}{5}$

$\therefore p+q=-\frac{12}{5}$

31 이차방정식 $[a,\ b]x^2-(a,\ b)x+10=0$의 해가 $x=1$ 또는 $x=5$이므로

(ⅰ) $x=1$을 대입하면

$[a,\ b]-(a,\ b)=-10$ …… ㉠

(ⅱ) $x=5$를 대입하면

$25[a,\ b]-5(a,\ b)=-10$

$5[a,\ b]-(a,\ b)=-2$ …… ㉡

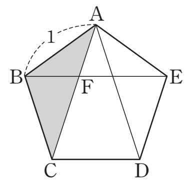
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$[a,\ b]=2$, $(a,\ b)=12$

이때 최대공약수가 2이고, 최소공배수가 12인 두 자연수 a, b에 대하여 가능한 a, b의 값은 $a=4$, $b=6$ 또는 $a=2$, $b=12$

즉, $a+b=10,\ 14$

32 $\overline{AC}$와 $\overline{BE}$의 교점을 F, $\overline{AF}=x$로 놓으면



정오각형의 한 내각의 크기가 108°이므로

$$\angle BAC=\angle BCA=\angle ABF$$
$$=\frac{180^\circ-108^\circ}{2}=36^\circ$$

즉, $\angle CBF=108^\circ-36^\circ=72^\circ$, $\angle CFB=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

이므로 $\triangle CFB$는 $\overline{BC}=\overline{CF}=1$인 이등변삼각형이다.

이때 $\triangle ABC \backsim \triangle AFB$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AB}$$
$$1:x=(1+x):1,\ x(1+x)=1$$
$$x^2+x-1=0,\ x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (\because x>0)$$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$$1+1+\left(1+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$$

파이널 모의고사 • 1회

169~172p

01 ① 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.

② 7의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

④ $\sqrt{25}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.

따라서 제곱근에 대한 설명으로 옳은 것은 ⑤이다.

02 ① $-\sqrt{5^2}=-5$　　② $\sqrt{(-7)^2}=7$

④ $-\sqrt{(-2)^2}=-2$　　⑤ $(-\sqrt{5})^2=5$

따라서 계산 결과가 옳은 것은 ③이다.

03 $350=2\times5^2\times7$이므로 $\sqrt{\frac{350}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 350의 약수이면서 $x=2\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은

$$2\times7\times1^2=14$$

04 $\overline{PT}=\overline{PQ}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 T에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{5}$이다.

05 $a-c=(\sqrt{5}+5)-6=\sqrt{5}-1=\sqrt{5}-\sqrt{1}>0$이므로

$a>c$ …… ㉠

$b-c=(7-\sqrt{2})-6=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$이므로

$b<c$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $b<c<a$

06 $\sqrt{8}\times\sqrt{40}\times\sqrt{15}=\sqrt{8\times40\times15}=\sqrt{2^3\times(2^3\times5)\times(3\times5)}$

$=\sqrt{(2^3\times5)^2\times3}=40\sqrt{3}$

이므로 $a=40$

07 $\sqrt{160}=\sqrt{2^5\times5}=4\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}=4ab$

08 $6\sqrt{2}+\sqrt{24}-\frac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{54}=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}-\frac{6\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{6}$

$=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}-3\sqrt{2}-3\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

이므로 $a=3$, $b=-1$

$\therefore a-b=3-(-1)=4$

09 $(\text{사다리꼴의 넓이})=\frac{1}{2}\times\{\sqrt{3}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})\}\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{12}+2\sqrt{18})$

$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3}+6\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

10 xy항은 $x\times y+(-3y)\times 2x=xy-6xy=-5xy$이므로 xy의 계수는 -5이다.

즉, $a=-5$

또, y항은 $-3y\times(-1)=3y$이므로 y의 계수는 3이다.

즉, $b=3$

$\therefore a+b=-5+3=-2$

11 $(ax-1)(4x+b)=4ax^2+(ab-4)x-b$이므로

$4a=12,\ ab-4=-c,\ -b=3$

즉, $a=3,\ b=-3,\ c=-ab+4=-3\times(-3)+4=13$이므로

$a-b+c=3-(-3)+13=19$

12 ① $(x+3y)^2=x^2+6xy+9y^2$

② $(3x+4)(x-2)=3x^2-2x-8$

③ $(2x-3)(-3-2x)=-(2x-3)(2x+3)$
$=-(4x^2-9)$
$=-4x^2+9$

⑤ $(2x-5y)^2=4x^2-20xy+25y^2$

따라서 식을 전개한 것으로 옳은 것은 ④이다.

13 $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{9-8}$
$=3-2\sqrt{2}$

이때 $x=3-2\sqrt{2}$에서 $x-3=-2\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$(x-3)^2=(-2\sqrt{2})^2,\ x^2-6x+9=8,\ x^2-6x=-1$

$\therefore x^2-6x+7=-1+7=6$

14 $18x^2-50y^2=2(9x^2-25y^2)=2\{(3x)^2-(5y)^2\}$
$=2(3x+5y)(3x-5y)$

이므로 $a=2,\ b=3,\ c=5$

$\therefore a+b+c=2+3+5=10$

15 $x^2+2x-48=(x+8)(x-6)$이므로 두 일차식의 합은

$(x+8)+(x-6)=2x+2$

16 $3x^2-7x+k=(x-2)(3x+a)$ (a는 상수)로 놓으면

$-7=a-6,\ k=-2a$

즉, $a=-1$이므로

$k=-2\times(-1)=2$

17 $x^2-4y^2+4y-1=x^2-(4y^2-4y+1)$
$=x^2-(2y-1)^2$
$=(x+2y-1)(x-2y+1)$

18 $48^2-96\times 42+42^2=48^2-2\times 48\times 42+42^2=(48-42)^2$
$=6^2=36$

19 ① 정리하면 $2x^2-3x-2=0$이므로 이차방정식이다.

② 정리하면 $-x^3-x^2+5=0$이고, 좌변이 x에 대한 이차식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

③ 정리하면 $-4x-5=0$이므로 일차방정식이다.

④ 정리하면 $x^2-10x+9=0$이므로 이차방정식이다.

⑤ 정리하면 $-2x-5=0$이므로 일차방정식이다.

따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ①, ④이다.

20 $\dfrac{1}{5}x^2-0.3x-\dfrac{1}{10}=0$의 양변에 10을 곱하면

$2x^2-3x-1=0$

근의 공식에 의하여

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times(-1)}}{2\times 2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

즉, $a=3,\ b=17$이므로

$a+b=3+17=20$

21 $a-2<0,\ a+2>0$이므로 …… ❶

$\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a+2)^2}=|a-2|+|a+2|$
$=-(a-2)+(a+2)$
$=-a+2+a+2=4$ …… ❷

$\therefore 4$

채점기준	배점
❶ $a-2,\ a+2$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	3

22 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로

$1<4-\sqrt{5}<2$ …… ❶

즉, $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1이므로 $a=1$ …… ❷

이때 $4-\sqrt{5}$의 소수 부분은 $(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$이므로

$b=3-\sqrt{5}$ …… ❸

$\therefore a-2b=1-2(3-\sqrt{5})=1-6+2\sqrt{5}$
$=-5+2\sqrt{5}$ …… ❹

채점기준	배점
❶ $4-\sqrt{5}$의 값의 범위를 바르게 구하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	1
❸ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ $a-2b$의 값을 바르게 구하였다.	2

23 $(\sqrt{7}-2\sqrt{2})^5(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^7$
$=\{(\sqrt{7}-2\sqrt{2})^5(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^5\}(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2$
$=\{(\sqrt{7}-2\sqrt{2})(\sqrt{7}+2\sqrt{2})\}^5(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2$
$=(7-8)^5(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2=-(\sqrt{7}+2\sqrt{2})^2$
$=-(7+4\sqrt{14}+8)=-(15+4\sqrt{14})$
$=-15-4\sqrt{14}$ …… ❶

이므로 $a=-15,\ b=-4$ …… ❷

$\therefore a=-15,\ b=-4$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산하였다.	4
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2

24 $9x^2+(2k-4)xy+16y^2=(3x)^2+(2k-4)xy+(4y)^2$이므로

$9x^2+(2k-4)xy+16y^2$이 완전제곱식이 되려면

$(2k-4)xy=\pm2\times3x\times4y$이어야 한다. …… ❶

이때 $2k-4=\pm2\times3\times4$에서 $2k-4=\pm24$

(i) $2k-4=24$일 때, $2k=28$, $k=14$

(ii) $2k-4=-24$일 때, $2k=-20$, $k=-10$

(i), (ii)에 의하여 k의 값은 -10, 14이다. …… ❷

$\therefore$ -10, 14

채점기준	배점
❶ k의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시하였다.	3
❷ k의 값을 모두 바르게 구하였다.	3

25 (1) $x=-4$를 $ax^2+7x-2a=0$에 대입하면

$a\times(-4)^2+7\times(-4)-2a=0$, $16a-28-2a=0$

$14a=28$, $a=2$ …… ❶

$\therefore$ 2

(2) $a=2$를 $ax^2+7x-2a=0$에 대입하면 $2x^2+7x-4=0$이므로 근을 구하면

$(x+4)(2x-1)=0$, $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ …… ❷

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{1}{2}$이다. …… ❸

$\therefore$ $x=\frac{1}{2}$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ 이차방정식 $ax^2+7x-2a=0$을 바르게 풀었다.	3
❸ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

파이널 모의고사 • 2회

173~176p

01 49의 양의 제곱근은 7이므로 $a=7$

$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $b=-3$

$\therefore$ $a+b=7+(-3)=4$

02 ⑤ $\sqrt{(-a)^2}=a$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 ㄴ. 유리수

ㄷ. $0.3\dot{2}=\frac{32-3}{90}=\frac{29}{90}$이므로 유리수이다.

ㅂ. $-\sqrt{25}=-5$이므로 유리수이다.

따라서 무리수인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

04 ① $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있으므로 1과 2 사이에 있는 무리수의 개수는 셀 수 없다.

③ 0과 1 사이에는 또 다른 정수가 없다.

⑤ 모든 무리수는 수직선 위의 한 점에 대응한다.

따라서 실수와 수직선에 대한 설명으로 옳은 것은 ④이다.

05 ② $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}=\frac{2.646}{10}=0.2646$

③ $\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{\sqrt{70}}{10}=\frac{8.367}{10}=0.8367$

④ $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}=10\times2.646=26.46$

⑤ $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}=10\times8.367=83.67$

따라서 옳은 것은 ①이다.

06 $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{27}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\times\frac{3}{\sqrt{2}}$

$=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

07 $2\sqrt{2}(\sqrt{8}-\sqrt{54})-\frac{6-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{2}(2\sqrt{2}-3\sqrt{6})-\frac{(6-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{3}=8-6\sqrt{12}-\frac{6\sqrt{3}-6}{3}$

$=8-12\sqrt{3}-(2\sqrt{3}-2)=8-12\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2$

$=10-14\sqrt{3}$

이므로 $a=10$, $b=-14$

$\therefore$ $a+b=10+(-14)=-4$

08 $\sqrt{5}(2\sqrt{5}-a)-\sqrt{20}(3+\sqrt{5})=10-a\sqrt{5}-2\sqrt{5}(3+\sqrt{5})$

$=10-a\sqrt{5}-6\sqrt{5}-10$

$=(-a-6)\sqrt{5}$

이때 계산한 결과가 유리수가 되려면 $-a-6=0$이어야 하므로

$a=-6$

09 ② $(-2a+3b)^2=\{-(2a-3b)\}^2=(2a-3b)^2$

③ $(-2a-3b)^2=\{-(2a+3b)\}^2=(2a+3b)^2$

따라서 $(2a-3b)^2$과 전개식이 같은 것은 ②이다.

10 $(x+4)^2-3(x+2)(x-2)=x^2+8x+16-3(x^2-4)$

$=x^2+8x+16-3x^2+12$

$=-2x^2+8x+28$

즉, x^2의 계수는 -2, 상수항은 28이므로

x^2의 계수와 상수항의 합은

$-2+28=26$

11 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $x+y$, 세로의 길이는 $2x-y$이므로

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 직사각형의 넓이})&=(x+y)(2x-y)\\&=2x^2+xy-y^2\end{aligned}$$

12 $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$=\frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}-\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$

$=\frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5}-\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5}$

$=\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{7}+\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}$

13 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}$

이때 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=4^2+2\times(-2)=16-4=12$이므로

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{12}{-2}=-6$$

14 $y(x-1)+3(x-1)=(x-1)(y+3)$

따라서 다항식 $y(x-1)+3(x-1)$의 인수인 것은 ④이다.

15 $(x-2)(x+4)+a=x^2+2x-8+a$

이때 $(x-2)(x+4)+a$가 완전제곱식이 되려면

$-8+a=\left(\frac{2}{2}\right)^2$이어야 하므로

$-8+a=1$, $a=9$

16 ① $-3y^2+6y=-3y(y-2)$

② $-x^2+1=-(x^2-1)=-(x+1)(x-1)$

③ $2x^2-4x-30=2(x^2-2x-15)=2(x+3)(x-5)$

④ $4x^2-16xy+16y^2=4(x^2-4xy+4y^2)=4(x-2y)^2$

따라서 인수분해한 것으로 옳은 것은 ⑤이다.

17 $(\text{새로운 직사각형의 넓이})=2x^2+5x+3$

$=(x+1)(2x+3)$

따라서 새로운 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(x+1)+(2x+3)\}=2(3x+4)=6x+8$

18 $x=\frac{1}{\sqrt{10}-3}=\frac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\frac{\sqrt{10}+3}{10-9}=\sqrt{10}+3$

$y=\frac{1}{\sqrt{10}+3}=\frac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\frac{\sqrt{10}-3}{10-9}=\sqrt{10}-3$

이때 $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$이고,

$xy=(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)=10-9=1$,

$x+y=(\sqrt{10}+3)+(\sqrt{10}-3)=2\sqrt{10}$,

$x-y=(\sqrt{10}+3)-(\sqrt{10}-3)=\sqrt{10}+3-\sqrt{10}+3=6$

이므로 $x^3y-xy^3=xy(x+y)(x-y)=1\times2\sqrt{10}\times6=12\sqrt{10}$

19 ① $x=-3$을 대입하면 $(-3)^2-9=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

② $x=-1$을 대입하면 $(-1)^2-3\times(-1)-4=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

③ $x=0$을 대입하면 $0^2+6\times0=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

④ $x=-1$을 대입하면 $2\times(-1)^2+(-1)-3=-2\neq0$이므로 주어진 이차방정식의 해가 아니다.

⑤ $x=5$를 대입하면 $(5-1)\times(5-5)=0$이므로 주어진 이차방정식의 해이다.

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은 ④이다.

20 $x^2-4x-5=0$에서 $(x+1)(x-5)=0$

∴ $x=-1$ 또는 $x=5$

21 $\sqrt{34-a}$가 자연수가 되려면 $34-a$는 34보다 작은 제곱수이어야 한다. …… ❶

즉, $34-a=1$, 4, 9, 16, 25이어야 하므로

$a=9$, 18, 25, 30, 33 …… ❷

∴ 9, 18, 25, 30, 33

채점기준	배점
❶ $\sqrt{34-a}$가 자연수가 되기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ 자연수 a의 값을 모두 바르게 구하였다.	3

22 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CA}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2}$

즉, 점 P에 대응하는 수는 $-4-\sqrt{2}$이다. …… ❶

또, 직각삼각형 BCD에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$

즉, 점 Q에 대응하는 수는 $-5+\sqrt{2}$이다. …… ❷

∴ $\overline{PQ}=(-5+\sqrt{2})-(-4-\sqrt{2})=-5+\sqrt{2}+4+\sqrt{2}$

$=-1+2\sqrt{2}$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 점 P에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 Q에 대응하는 수를 바르게 구하였다.	2
❸ $\overline{PQ}$의 길이를 바르게 구하였다.	2

23 (1) $995^2=(1000-5)^2$이므로 이용할 수 있는 가장 알맞은 곱셈 공식은 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$이다. …… ❶

∴ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(2) (1)의 곱셈 공식을 이용하면

$995^2=(1000-5)^2=1000^2-2\times1000\times5+5^2$

$=1000000-10000+25=990025$ …… ❷

∴ 990025

채점기준	배점
❶ 이용할 수 있는 가장 알맞은 곱셈 공식을 바르게 제시하였다.	2
❷ (1)의 곱셈 공식을 이용하여 995^2을 바르게 계산하였다.	3

24 (i) 정국이는 상수항은 바르게 보았으므로

$(x+6)(x-3)=x^2+3x-18$에서 처음 이차식의 상수항은 -18이다. …… ❶

(ii) 민지는 x의 계수는 바르게 보았으므로

$(x+4)(x-7)=x^2-3x-28$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -3이다. …… ❷

(i), (ii)에 의하여 처음 이차식은 $x^2-3x-18$이다. …… ❸

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$ …… ❹

$\therefore (x+3)(x-6)$

채점기준	배점
❶ 처음 이차식의 상수항을 바르게 구하였다.	2
❷ 처음 이차식의 x의 계수를 바르게 구하였다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 구하였다.	1
❹ 처음 이차식을 바르게 인수분해하였다.	2

25 $3x^2+6x-18=0$에서

양변을 3으로 나누면 $x^2+2x-6=0$ …… ❶

좌변의 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+2x=6$ …… ❷

양변에 $\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$을 더하면 $x^2+2x+1=6+1$ …… ❸

좌변을 완전제곱식으로 고치고, 우변을 정리하면 $(x+1)^2=7$ …… ❹

제곱근을 이용하여 풀면 $x+1=\pm\sqrt{7}$, $x=-1\pm\sqrt{7}$ …… ❺

$\therefore x=-1\pm\sqrt{7}$

채점기준	배점
❶ 양변을 x^2의 계수로 나누어 x^2의 계수를 1로 바르게 만들었다.	1
❷ 좌변의 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
❸ 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
❹ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
❺ 제곱근을 이용하여 이차방정식 $3x^2+6x-18=0$을 바르게 풀었다.	2

파이널 모의고사 • 3회

177~180p

01 주어진 수들의 제곱근을 구하면 다음과 같다.

$50 \Rightarrow \pm\sqrt{50}$, $16 \Rightarrow \pm4$, $\sqrt{\frac{64}{49}}=\frac{8}{7} \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{8}{7}}$

$0.\dot{1}=\frac{1}{9} \Rightarrow \pm\frac{1}{3}$, $\sqrt{100}=10 \Rightarrow \pm\sqrt{10}$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수의 개수는 16, $0.\dot{1}$의 2이다.

02 $\sqrt{6^4}\div(-\sqrt{3})^2-\sqrt{(-2)^2}\times\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2=36\div3-2\times\frac{5}{2}$

$=12-5=7$

03 $\sqrt{12.3}=3.507$

04 ① $3-(\sqrt{6}+1)=2-\sqrt{6}=\sqrt{4}-\sqrt{6}<0$이므로 $3<\sqrt{6}+1$

② $(\sqrt{22}-3)-2=\sqrt{22}-5=\sqrt{22}-\sqrt{25}<0$이므로 $\sqrt{22}-3<2$

③ $\sqrt{7}>\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{7}+2>\sqrt{6}+2$

④ $4=\sqrt{16}<\sqrt{18}$이므로 $4-\sqrt{3}<\sqrt{18}-\sqrt{3}$

⑤ $8=\sqrt{64}>\sqrt{56}$이므로 $8-\sqrt{13}>\sqrt{56}-\sqrt{13}$

따라서 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은 ④이다.

05 ⑤ $\sqrt{0.15}\times\sqrt{0.6}=\sqrt{0.15\times0.6}=\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

06 $\frac{1}{\sqrt{54}}=\frac{1}{3\sqrt{6}}=\frac{1\times\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{18}$이므로 $a=\frac{1}{18}$

또, $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$이므로 $b=3$

$\therefore ab=\frac{1}{18}\times3=\frac{1}{6}$

07 $3\sqrt{2}+\sqrt{7}+4\sqrt{2}-5\sqrt{7}=(3+4)\sqrt{2}+(1-5)\sqrt{7}$

$=7\sqrt{2}-4\sqrt{7}$

08 $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=6-\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}}{2}$

$=6-\frac{6\sqrt{6}}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$

$=6-2\sqrt{6}+2-\sqrt{6}$

$=8-3\sqrt{6}$

이므로 $a=8$, $b=-3$

$\therefore a+b=8+(-3)=5$

09 $(x+A)^2=x^2+2Ax+A^2$이므로 $2A=B$, $A^2=36$

이때 $A>0$이므로 $A=6$

즉, $B=2\times6=12$

$\therefore B-A=12-6=6$

10 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)=(x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^8-1)(x^8+1)=x^{16}-1$

이므로 $a=16$, $b=-1$

$\therefore a+b=16+(-1)=15$

11 $(-2x-y+1)(2x-y+1)=-(2x+y-1)\{2x-(y-1)\}$

이때 $y-1=A$로 놓으면

$$-(2x+y-1)\{2x-(y-1)\}$$
$$=-(2x+A)(2x-A)=-(4x^2-A^2)=-4x^2+A^2$$
$$=-4x^2+(y-1)^2=-4x^2+y^2-2y+1$$

12 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=(-3)^2+4=13$

13 ① $a^2-6a+9=(a-3)^2$

② $4x^2+4x+1=(2x+1)^2$

③ $1+2y+y^2=(1+y)^2$

④ $9a^2+12ab+16b^2$은 인수분해가 되지 않는다.

⑤ $3x^2-12xy+12y^2=3(x^2-4xy+4y^2)=3(x-2y)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해가 되지 않는 것은 ④이다.

14 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

$2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2)$

따라서 두 다항식 x^2-x-2, $2x^2-3x-2$의 공통인수는 $x-2$이다.

15 $-by^2+ax^2+bx^2-ay^2=x^2(a+b)-y^2(a+b)$

$$=(a+b)(x^2-y^2)$$
$$=(a+b)(x+y)(x-y)$$

따라서 다항식 $-by^2+ax^2+bx^2-ay^2$의 인수가 아닌 것은 ④이다.

16 $2x+1=X$, $x-2=Y$로 놓으면

$$(2x+1)^2-(x-2)^2$$
$$=X^2-Y^2$$
$$=(X+Y)(X-Y)$$
$$=\{(2x+1)+(x-2)\}\{(2x+1)-(x-2)\}$$
$$=(2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$
$$=(3x-1)(x+3)$$

즉, $A=-1$, $B=3$이므로

$$A+B=-1+3=2$$

17 $2x^2+11xy+12y^2=(2x+3y)(x+4y)$이므로 주어진 직사각형의 세로의 길이는 $x+4y$이다.

따라서 주어진 직사각형의 둘레의 길이는

$$2\{(2x+3y)+(x+4y)\}=2(3x+7y)=6x+14y$$

18 $x=-3$을 $x^2+ax-2a+1=0$에 대입하면

$$(-3)^2-3a-2a+1=0,\ -5a=-10,\ a=2$$

19 $2(x+1)^2-p=0$에서

$$2(x+1)^2=p,\ (x+1)^2=\frac{p}{2}$$
$$x+1=\pm\sqrt{\frac{p}{2}},\ x=-1\pm\sqrt{\frac{p}{2}}$$

즉, $\frac{p}{2}=5$에서 $p=10$이고, $q=-1$이므로

$$pq=10\times(-1)=-10$$

20 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times a}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{4-3a}}{3}$$

즉, $4-3a=19$이므로 $-3a=15$, $a=-5$

또, $b=2$

$\therefore b-a=2-(-5)=7$

21 부등식 $5\le\sqrt{3a+1}<7$의 각 변을 제곱하면 $25\le 3a+1<49$

부등식의 각 변에서 1을 빼면 $24\le 3a<48$

부등식의 각 변을 3으로 나누면 $8\le a<16$ …… ❶

즉, 부등식 $5\le\sqrt{3a+1}<7$을 만족시키는 자연수 a의 값은

8, 9, 10, …, 14, 15이므로

$M=15$, $m=8$ …… ❷

$\therefore M-m=15-8=7$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값의 범위를 바르게 구하였다.	3
❷ M, m의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $M-m$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times x\times\sqrt{12}=\frac{1}{2}\times x\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}x(\mathrm{cm}^2)$ …… ❶

또, 직사각형의 넓이는

$\sqrt{18}\times\sqrt{8}=3\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=12(\mathrm{cm}^2)$ …… ❷

이때 $\sqrt{3}x=12$이므로

$x=\frac{12}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$ …… ❸

$\therefore 4\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 삼각형의 넓이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ 직사각형의 넓이를 바르게 구하였다.	2
❸ x의 값을 바르게 구하였다.	1

23 $a=\frac{1}{2+\sqrt{5}}=\frac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{2-\sqrt{5}}{4-5}=-2+\sqrt{5}$

$b=\frac{1}{2-\sqrt{5}}=\frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}=\frac{2+\sqrt{5}}{4-5}=-2-\sqrt{5}$

…… ❶

이때 $a+b=(-2+\sqrt{5})+(-2-\sqrt{5})=-4$,

$ab=(-2+\sqrt{5})(-2-\sqrt{5})=4-5=-1$

이므로 …… ❷

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(-4)^2-2\times(-1)=18$ …… ❸

$\therefore 18$

채점기준	배점
❶ a, b의 분모를 각각 바르게 유리화하였다.	4
❷ $a+b$, ab의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ a^2+b^2의 값을 바르게 구하였다.	2

24 (1) $a^2-b^2-4b-4=a^2-(b^2+4b+4)=a^2-(b+2)^2$

이때 $b+2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}a^2-(b+2)^2&=a^2-A^2\\&=(a+A)(a-A)\\&=\{a+(b+2)\}\{a-(b+2)\}\\&=(a+b+2)(a-b-2)\end{aligned}$$ ...... ❶

$\therefore\ (a+b+2)(a-b-2)$

(2) $a+b=8$을 $(a+b+2)(a-b-2)=20$에 대입하면

$(8+2)(a-b-2)=20,\ a-b-2=2$

$a-b=4$ ...... ❷

$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ a^2-b^2-4b-4를 바르게 인수분해하였다.	3
❷ $a-b$의 값을 바르게 구하였다.	2

25 $x(x-8)=k$에서 $x^2-8x-k=0$

이때 이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-k=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$ ...... ❶

즉, $-k=16$이므로 $k=-16$ ...... ❷

$k=-16$을 $x^2-8x-k=0$에 대입하면

$x^2-8x-(-16)=0,\ x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0,\ x=4$

즉, $a=4$ ...... ❸

$\therefore\ a=4,\ k=-16$

채점기준	배점
❶ k의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	1
❸ a의 값을 바르게 구하였다.	3

파이널 모의고사 • 4회

181~184p

01 $\sqrt{(-4)^2}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $a=-2$

$(-\sqrt{25})^2=25$의 양의 제곱근은 5이므로 $b=5$

$\therefore\ a+b=-2+5=3$

02 $-2a>0,\ 3a<0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(3a)^2}&=|-2a|-|3a|=-2a-(-3a)\\&=-2a+3a=a\end{aligned}$$

03 ① $2=\sqrt{4}$이므로 $2<\sqrt{5}$

② $1.5=\sqrt{2.25}$이므로 $1.5>\sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$

⑤ $0.9=\sqrt{0.81}$이므로 $0.9<\sqrt{0.9},\ -0.9>-\sqrt{0.9}$

따라서 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은 ④이다.

04 2와 3 사이의 무리수를 $\sqrt{n}$이라 하면 $\sqrt{4}<\sqrt{n}<\sqrt{9}$

③ $\sqrt{9}<\sqrt{9.5}$

④ $\sqrt{\frac{63}{10}}=\sqrt{6.3}$이므로 $\sqrt{4}<\sqrt{\frac{63}{10}}<\sqrt{9}$

⑤ $\sqrt{\frac{21}{5}}=\sqrt{4.2}$이므로 $\sqrt{4}<\sqrt{\frac{21}{5}}<\sqrt{9}$

따라서 두 자연수 2와 3 사이의 무리수가 아닌 것은 ③이다.

05 $$\begin{aligned}\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{24}}\div\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}\div\sqrt{\frac{3}{5}}&=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{24}}\div\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{24}}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\\&=3\sqrt{\frac{16}{24}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{3}}=3\sqrt{\frac{4}{9}}=3\times\frac{2}{3}=2\end{aligned}$$

06 직육면체의 높이를 h cm로 놓으면 직육면체의 부피는

$(\sqrt{20}\times\sqrt{18})\times h=(2\sqrt{5}\times3\sqrt{2})\times h=6\sqrt{10}h(\text{cm}^3)$

즉, $6\sqrt{10}h=90\sqrt{2}$이므로

$h=\frac{90\sqrt{2}}{6\sqrt{10}}=\frac{15}{\sqrt{5}}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$

따라서 직육면체의 높이는 $3\sqrt{5}$ cm이다.

07 $a>0,\ b>0$이므로

$$\begin{aligned}a\sqrt{\frac{28b}{a}}-b\sqrt{\frac{7a}{b}}&=\sqrt{\frac{28b}{a}\times a^2}-\sqrt{\frac{7a}{b}\times b^2}\\&=\sqrt{28ab}-\sqrt{7ab}\\&=\sqrt{28\times4}-\sqrt{7\times4}\\&=4\sqrt{7}-2\sqrt{7}=2\sqrt{7}\end{aligned}$$

08 $$\begin{aligned}a-b&=(\sqrt{2}+\sqrt{5})-(2+\sqrt{2})=\sqrt{2}+\sqrt{5}-2-\sqrt{2}\\&=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0\end{aligned}$$

이므로 $a>b$ ...... ㉠

$$\begin{aligned}b-c&=(2+\sqrt{2})-(2\sqrt{2}-1)=2+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1\\&=3-\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{2}>0\end{aligned}$$

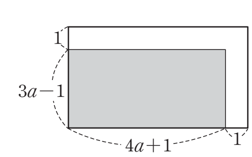
이므로 $b>c$ ...... ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $c<b<a$

09 $$\begin{aligned}(a-2)(2a+4b-3)&=2a^2+4ab-3a-4a-8b+6\\&=2a^2+4ab-7a-8b+6\end{aligned}$$

10 그림에서 길을 제외한 땅의 넓이는

$(4a+1)(3a-1)=12a^2-a-1$



11 $(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)=(x-1)(x+7)(x+2)(x+4)$

$=(x^2+6x-7)(x^2+6x+8)$

이때 $x^2+6x-9=0$에서 $x^2+6x=9$이므로

$(x^2+6x-7)(x^2+6x+8)=(9-7)(9+8)=34$

12 $7.7\times8.3=(8-0.3)(8+0.3)=64-0.09=63.91$이므로 이용할 수 있는 가장 편리한 곱셈 공식은 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$이다.

13 $5x^2+13x-6=(5x-2)(x+3)$이므로 $a=-2$, $b=3$

$\therefore a+b=-2+3=1$

14 $2x^2+ax-9=(x-3)(2x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$a=m-6$, $-9=-3m$이므로 $m=3$, $a=3-6=-3$

또, $x^2-4x+b=(x-3)(x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$-4=-3+n$, $b=-3n$이므로 $n=-1$, $b=-3\times(-1)=3$

$\therefore a-b=-3-3=-6$

15 $x^2(x-3y)+y^2(3y-x)=x^2(x-3y)-y^2(x-3y)$

$=(x-3y)(x^2-y^2)$

$=(x-3y)(x+y)(x-y)$

이므로 세 일차식의 합은

$(x-3y)+(x+y)+(x-y)=3x-3y$

16 $x^2-5x-6=(x-6)(x+1)=(6+\sqrt{3}-6)(6+\sqrt{3}+1)$

$=\sqrt{3}(\sqrt{3}+7)=3+7\sqrt{3}$

17 $(x+5)(2x-1)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $2x-1=0$이므로

$x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

18 ㄱ. $x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$, $x=4$

ㄴ. $x^2-36=0$, $(x+6)(x-6)=0$, $x=-6$ 또는 $x=6$

ㄷ. $4x^2-9x=0$, $x(4x-9)=0$, $x=0$ 또는 $x=\frac{9}{4}$

ㄹ. $9x^2+15x+5=3x+1$, $9x^2+12x+4=0$

$(3x+2)^2=0$, $x=-\frac{2}{3}$

따라서 중근을 갖는 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

19 $x^2-10x+10=0$에서

$x^2-10x=-10$, $x^2-10x+25=-10+25$, $(x-5)^2=15$

즉, $a=5$, $b=15$이므로

$a+b=5+15=20$

20 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times(a+1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-4a-4}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{21-4a}}{2}$$

이때 해가 모두 유리수가 되려면 $21-4a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이 되어야 한다.

(ⅰ) $21-4a=0$에서 $a=\frac{21}{4}$

(ⅱ) $21-4a=1$에서 $a=5$

(ⅲ) $21-4a=4$에서 $a=\frac{17}{4}$

(ⅳ) $21-4a=9$에서 $a=3$

(ⅴ) $21-4a=16$에서 $a=\frac{5}{4}$

(ⅰ)~(ⅴ)에 의하여 자연수 a의 값은 3, 5이므로 모든 자연수 a의 값의 합은

$3+5=8$

21 $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$이므로

$N(10)=N(11)=N(12)=N(13)$

$=N(14)=N(15)=3$

$N(16)=N(17)=N(18)=\cdots=N(23)=N(24)=4$

$N(25)=N(26)=N(27)=N(28)=5$ …… ❶

$\therefore N(10)+N(11)+N(12)+\cdots+N(27)+N(28)$

$=3\times6+4\times9+5\times4=74$ …… ❷

채점기준	배점
❶ $N(10)$, $N(11)$, $N(12)$, $\cdots$, $N(27)$, $N(28)$의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❷ $N(10)+N(11)+N(12)+\cdots+N(27)+N(28)$의 값을 바르게 구하였다.	2

22 (1) $A=\sqrt{45}-\sqrt{20}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}$ …… ❶

$\therefore \sqrt{5}$

(2) $B=(\sqrt{8}+\sqrt{12})A+\sqrt{10}-3\sqrt{15}$

$=(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times\sqrt{5}+\sqrt{10}-3\sqrt{15}$

$=2\sqrt{10}+2\sqrt{15}+\sqrt{10}-3\sqrt{15}$

$=3\sqrt{10}-\sqrt{15}$ …… ❷

$\therefore 3\sqrt{10}-\sqrt{15}$

(3) $C=2\sqrt{5}-\frac{B}{\sqrt{3}}=2\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{5}-\frac{(3\sqrt{10}-\sqrt{15})\times\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{30}-3\sqrt{5}}{3}$

$=2\sqrt{5}-(\sqrt{30}-\sqrt{5})=2\sqrt{5}-\sqrt{30}+\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}-\sqrt{30}$ …… ❸

$\therefore 3\sqrt{5}-\sqrt{30}$

채점기준	배점
❶ A를 바르게 계산하였다.	1
❷ B를 바르게 계산하였다.	2
❸ C를 바르게 계산하였다.	3

23 $(x+2)(x+3)-(2x+1)(x+3)$

$=x^2+5x+6-(2x^2+7x+3)$

$=x^2+5x+6-2x^2-7x-3$

$=-x^2-2x+3$ ······ ❶

이므로 $A=-1$, $B=-2$, $C=3$ ······ ❷

$\therefore A+B+C=-1+(-2)+3=0$ ······ ❸

채점기준	배점
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개하여 바르게 간단히 하였다.	3
❷ A, B, C의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $A+B+C$의 값을 바르게 구하였다.	1

24 $\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+2)^2}$ ······ ❶

$=|x-3|+|x+2|$

이때 $-2<x<3$에서 $x-3<0$, $x+2>0$이므로 ······ ❷

$|x-3|+|x+2|=-(x-3)+(x+2)$

$=-x+3+x+2$

$=5$ ······ ❸

$\therefore$ 5

채점기준	배점
❶ 근호 안을 각각 완전제곱식으로 바르게 인수분해하였다.	2
❷ $x-3$, $x+2$의 부호를 각각 바르게 제시하였다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 하였다.	2

25 $x=a$를 $x^2-2x+1=0$에 대입하면

$a^2-2a+1=0$, $a^2-2a=-1$ ······ ❶

또, $x=b$를 $x^2-5x+3=0$에 대입하면

$b^2-5b+3=0$, $b^2-5b=-3$ ······ ❷

$\therefore (a^2-2a)(b^2-5b+4)=-1\times(-3+4)=-1$ ······ ❸

채점기준	배점
❶ a^2-2a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b^2-5b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $(a^2-2a)(b^2-5b+4)$의 값을 바르게 구하였다.	2

파이널 모의고사 • 5회

185~188p

01 ① 0의 제곱근은 0이다.

② 16의 제곱근은 ±4이다.

③ 제곱근 64는 $\sqrt{64}=8$이다.

④ $\sqrt{9}=3$의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

⑤ 음수의 제곱근은 없으므로 -4의 음의 제곱근은 없다.

따라서 제곱근에 대한 설명으로 옳은 것은 ④이다.

02 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times10\times7=35(\text{cm}^2)$

정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 $x^2=35$이므로

$x=\sqrt{35}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ cm이다.

03 ② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

따라서 실수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $0<\sqrt{7}-2<1$

따라서 $\sqrt{7}-2$에 대응하는 점은 점 D이다.

05 $\sqrt{2700}=\sqrt{3\times900}=\sqrt{3\times30^2}=30\sqrt{3}$이므로 $a=30$

또, $\sqrt{0.008}=\sqrt{\frac{80}{10000}}=\sqrt{\frac{4^2\times5}{100^2}}=\frac{4\sqrt{5}}{100}=\frac{\sqrt{5}}{25}$이므로 $b=\frac{1}{25}$

$\therefore ab=30\times\frac{1}{25}=\frac{6}{5}$

06 $\frac{4}{\sqrt{6}}\div\left(-\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}\right)\times\left(-\frac{3}{\sqrt{20}}\right)=\frac{4}{\sqrt{6}}\div\left(-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\times\left(-\frac{3}{2\sqrt{5}}\right)$

$=\frac{4}{\sqrt{6}}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)\times\left(-\frac{3}{2\sqrt{5}}\right)$

$=\frac{3}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$

이므로 $k=\frac{3}{10}$

07 ① $3-\sqrt{7}-(2\sqrt{2}-\sqrt{7})=3-2\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로

$3-\sqrt{7}>2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

② $\sqrt{3}-1-(3-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$이므로

$\sqrt{3}-1<3-\sqrt{3}$

③ $-\sqrt{5}-3-(-\sqrt{6}-3)=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$이므로

$-\sqrt{5}-3>-\sqrt{6}-3$

④ $3\sqrt{6}+\sqrt{7}-(\sqrt{7}+7)=3\sqrt{6}-7=\sqrt{54}-\sqrt{49}>0$이므로

$3\sqrt{6}+\sqrt{7}>\sqrt{7}+7$

⑤ $2\sqrt{5}+\sqrt{3}-(5+\sqrt{3})=2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$이므로

$2\sqrt{5}+\sqrt{3}<5+\sqrt{3}$

따라서 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은 ③이다.

08 $\left(\frac{3}{2}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{3}{2}a-\frac{1}{3}b\right)=\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$

이때 $\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$에 $a^2=8$, $b^2=18$을 대입하면

$\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2=\frac{9}{4}\times8-\frac{1}{9}\times18=18-2=16$

09 $(x+a)(x-5)=x^2+(a-5)x-5a$이므로

$a-5=b$, $-5a=-30$

즉, $a=6$, $b=6-5=1$이므로

$a+b=6+1=7$

10 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{x-(x+1)}=-(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})$

$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(47)+f(48)$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots$

$+(\sqrt{48}-\sqrt{47})+(\sqrt{49}-\sqrt{48})$

$=-\sqrt{1}+\sqrt{49}$

$=-1+7=6$

11 $x\neq0$이므로 $x^2-3x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-3+\dfrac{1}{x}=0,\ x+\dfrac{1}{x}=3$

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$

12 ㄱ. x는 다항식 $5(x+2)(x-3)$의 인수가 아니다.

ㄷ. $2x-3$은 다항식 $5(x+2)(x-3)$의 인수가 아니다.

ㅁ. $x(2x-3)$은 다항식 $5(x+2)(x-3)$의 인수가 아니다.

따라서 다항식 $5(x+2)(x-3)$의 인수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

13 $x^2+kx-24=(x+a)(x+b)$이므로

$a+b=k$, $ab=-24$이다.

이때 $ab=-24$를 만족시키는 두 정수 a, b $(a<b)$는 표와 같다.

a	-24	-12	-8	-6	-4	-3	-2	-1
b	1	2	3	4	6	8	12	24

즉, k의 값이 될 수 있는 수는 -23, -10, -5, -2, 2, 5, 10, 23이므로 k의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

14 $x+1=A$로 놓으면

$2(x+1)^2-3(x+1)-2=2A^2-3A-2$

$=(2A+1)(A-2)$

$=(2x+2+1)(x+1-2)$

$=(2x+3)(x-1)$

15 $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2$

$=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2)$

$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+(9+11)(9-11)$

$+(13+15)(13-15)$

$=-2(1+3+5+7+9+11+13+15)$

$=-2\times64$

$=-128$

16 $ax^2+4x-7=3x^2+ax$를 정리하면

$(a-3)x^2+(4-a)x-7=0$

따라서 주어진 등식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a-3\neq0$, 즉 $a\neq3$이어야 한다.

17 $x=-1$을 각각 대입하면

① $(-1)^2-(-1)-2=0$

② $(-1-1)(-1+2)=-2=2\times(-1)$

③ $2\times(-1)^2+5\times(-1)+3=0$

④ $3\times(-1-2)=-9\neq\{2\times(-1)-1\}^2=9$

⑤ $\{4\times(-1)-1\}(-1+1)=0$

따라서 $x=-1$을 근으로 갖는 이차방정식이 아닌 것은 ④이다.

18 $2x^2-11x+12=0$에서 $(2x-3)(x-4)=0$이므로

$x=\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 이차방정식 $2x^2-11x+12=0$의 두 근의 곱은

$\dfrac{3}{2}\times4=6$

19 (i) $x^2-x-20=0$에서 $(x+4)(x-5)=0$이므로

$x=-4$ 또는 $x=5$

(ii) $3x^2+11x-4=0$에서 $(x+4)(3x-1)=0$이므로

$x=-4$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

(i), (ii)에 의하여 두 이차방정식 $x^2-x-20=0$, $3x^2+11x-4=0$의 공통인 근은 $x=-4$이다.

20 $\dfrac{x(x+1)}{3}-\dfrac{(x-1)(x+2)}{4}=1$의 양변에 12를 곱하면

$4x(x+1)-3(x-1)(x+2)=12$

괄호를 풀어 정리하면

$4x^2+4x-3(x^2+x-2)=12$

$4x^2+4x-3x^2-3x+6=12$

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$x=-3$ 또는 $x=2$

즉, $\alpha=2$, $\beta=-3$ $(\because \alpha>\beta)$이므로

$\alpha-\beta=2-(-3)=5$

21 (1) $\sqrt{44-x}-\sqrt{13+y}$가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{44-x}$는 가장 큰 정수, $\sqrt{13+y}$는 가장 작은 정수가 되어야 한다. …… ❶

이때 $\sqrt{44-x}$가 가장 큰 정수가 되려면 $44-x$는 44 미만의 가장 큰 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$44-x=36$, $x=8$ …… ❷

$\therefore$ 8

(2) $\sqrt{13+y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $13+y$는 13 초과의 가장 작은 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$13+y=16$, $y=3$ …… ❸

$\therefore$ 3

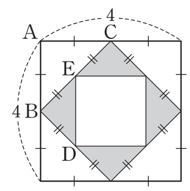
(3) $x=8$, $y=3$이므로

$x-y=8-3=5$ …… ❹

$\therefore$ 5

채점기준	배점
❶ $\sqrt{44-x}-\sqrt{13+y}$가 가장 큰 정수가 되기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ x의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ y의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ $x-y$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 그림과 같이 점 A부터 점 E까지 정하면



$\overline{AB}=\overline{AC}=2$이므로 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

즉, 처음에 그린 정사각형의 한 변의 길이는 $2\sqrt{2}$이다. ······ ❶

또, $\overline{BD}=\overline{BE}=\sqrt{2}$이므로 직각삼각형 BDE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DE}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{4}=2$

즉, 두 번째에 그린 정사각형의 한 변의 길이는 2이다. ······ ❷

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$4\times2+4\times2\sqrt{2}=8+8\sqrt{2}$ ······ ❸

$\therefore$ $8+8\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ 처음에 그린 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구하였다.	2
❷ 두 번째에 그린 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구하였다.	2
❸ 색칠한 부분의 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

[다른 풀이]

한 변의 길이가 4인 정사각형의 넓이는 $4^2=16$이므로 각 변의 중점을 연결하여 처음에 그린 정사각형의 넓이는 $\frac{16}{2}=8$이다.

즉, 처음에 그린 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ······ ❶

또, 두 번째에 그린 정사각형의 넓이는 $\frac{8}{2}=4$이므로 두 번째에 그린 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{4}=2$ ······ ❷

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$4\times2+4\times2\sqrt{2}=8+8\sqrt{2}$ ······ ❸

$\therefore$ $8+8\sqrt{2}$

23 색칠한 부분의 넓이는 큰 직사각형의 넓이에서 작은 직사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=(4x+2)(2x+5)-(x+3)(x+2)$ ······ ❶

$=8x^2+24x+10-(x^2+5x+6)$

$=8x^2+24x+10-x^2-5x-6$

$=7x^2+19x+4$ ······ ❷

$\therefore$ $7x^2+19x+4$

채점기준	배점
❶ 색칠한 부분의 넓이를 구하는 식을 바르게 세웠다.	2
❷ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구하였다.	3

24 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 40이므로 $4x+4y=40$에서

$x+y=10$ ······ ㉠ ······ ❶

또, 두 정사각형의 넓이의 차가 40이므로 $x^2-y^2=40$에서

$(x+y)(x-y)=40$ ······ ㉡ ······ ❷

이때 ㉠을 ㉡에 대입하면 $10(x-y)=40$이므로

$x-y=4$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 4이다. ······ ❸

$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ 둘레의 길이의 합을 이용하여 $x+y$의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ 넓이의 차를 이용하여 $(x+y)(x-y)=40$임을 바르게 제시하였다.	2
❸ 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 바르게 구하였다.	2

25 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times1\times10}}{2\times1}=\frac{-9\pm\sqrt{41}}{2}$ ······ ❶

즉, $\frac{a\pm\sqrt{b}}{2}=\frac{-9\pm\sqrt{41}}{2}$이므로

$a=-9,\ b=41$ ······ ❷

$\therefore$ $a+b=-9+41=32$ ······ ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2+9x+10=0$의 근을 바르게 구하였다.	3
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1