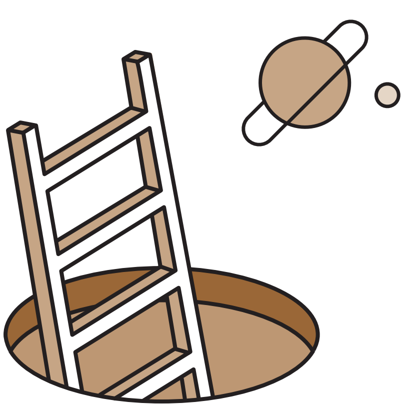
100발 100중 수학

서술형

모/범/답/안



중등

3-1

모범답안

I. 실수와 그 계산

01 제곱근과 실수

01 제곱근의 이해 ▶p. 10

교과서 기본예제 1

(1) ± 9　　(2) $\pm \frac{2}{5}$

(3) 0　　(4) ± 0.1

교과서 기본예제 2

(1) $\pm\sqrt{5}$　　(2) $\pm\sqrt{17}$

(3) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$　　(4) $\pm\sqrt{0.3}$

대표문제

$4^2=16$, $\boxed{(-4)^2}=16$이므로

16의 제곱근은 4, $\boxed{-4}$이다.

즉, $a=\boxed{-4}$

또, $\boxed{3^2}=9$, $(-3)^2=9$이므로

9의 제곱근은 $\boxed{3}$, -3이다.

즉, $b=\boxed{3}$

$\therefore a+b=\boxed{-4+3=-1}$

유사문제

$8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 8, -8이다.

즉, $a=8$ … (+2점)

또, $6^2=36$, $(-6)^2=36$이므로 36의 제곱근은 6, -6이다.

즉, $b=-6$ … (+2점)

$\therefore a-b=8-(-6)=14$ … (+1점)

특별하게 연습하기 ▶p. 12

01

(1) $\boxed{3^2}=9$이므로 9의 양의 제곱근은 $\boxed{3}$이다.

즉, $\sqrt{9}=\boxed{3}$

$\therefore \boxed{3}$

(2) $\boxed{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{16}{25}$이므로 $\frac{16}{25}$의 음의 제곱근은 $\boxed{-\frac{4}{5}}$이다.

즉, $-\sqrt{\frac{16}{25}}=\boxed{-\frac{4}{5}}$

$\therefore \boxed{-\frac{4}{5}}$

01-1

(1) $(-7)^2=49$이므로 49의 음의 제곱근은 -7이다.

즉, $-\sqrt{49}=-7$ … ❶

$\therefore -7$

(2) $0.9^2=0.81$이므로 0.81의 양의 제곱근은 0.9이다.

즉, $\sqrt{0.81}=0.9$ … ❷

$\therefore 0.9$

채점기준	배점
❶ $-\sqrt{49}$를 근호를 사용하지 않고 바르게 나타낸다.	2
❷ $\sqrt{0.81}$을 근호를 사용하지 않고 바르게 나타낸다.	2

02

$\boxed{4^2}=16$이므로 16의 양의 제곱근은 $\boxed{4}$이다.

따라서 $\sqrt{16}=\boxed{4}$이고, $\boxed{2^2=4,\ (-2)^2=4}$이므로

$\sqrt{16}$의 제곱근은 $\boxed{2}$, $\boxed{-2}$이다.

즉, $a=\boxed{-2}$

또, $(-5)^2=\boxed{25}$이고, $\boxed{5^2=25,\ (-5)^2=25}$이므로

$(-5)^2$의 제곱근은 $\boxed{5}$, $\boxed{-5}$이다.

즉, $b=\boxed{5}$

$\therefore a+b=\boxed{-2+5=3}$

02-1

$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$, $\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$이므로

$\frac{9}{16}$의 제곱근은 $\frac{3}{4}$, $-\frac{3}{4}$이다. 즉, $a=\frac{3}{4}$ … ❶

또, $9^2=81$이므로 81의 양의 제곱근은 9이다.
따라서 $\sqrt{81}=9$이고, $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로
$\sqrt{81}$의 제곱근은 3, -3이다. 즉, $b=-3$ … ❷

$\therefore 4a+b=4\times\frac{3}{4}+(-3)=0$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $4a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

03

가로의 길이가 5 cm, 세로의 길이가 3 cm인

직사각형의 넓이는 $\boxed{5\times3=15}$ (cm^2)

넓이가 $\boxed{15}$ cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를

x cm로 놓으면 $x^2=\boxed{15}$이므로

$x=\boxed{\sqrt{15}}$ $(\because x>0)$

따라서 주어진 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의

한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{15}}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{\sqrt{15}}$ cm

03-1

가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 5 cm인
직사각형의 넓이는 $6\times5=30$ (cm^2) … ❶
넓이가 30 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면
$x^2=30$이므로 $x=\sqrt{30}$ $(\because x>0)$
따라서 주어진 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의
한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다. … ❷
$\therefore \sqrt{30}$ cm

채점기준	배점
❶ 직사각형의 넓이를 바르게 구한다.	2
❷ 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	3

04

두 정사각형의 닮음비가 2 : 3이므로 넓이의 비는

$\boxed{2^2:3^2=4:9}$

이때 두 정사각형의 넓이의 합이 39 cm^2이므로

큰 정사각형의 넓이는 $\boxed{39\times\frac{9}{4+9}}=\boxed{27}$ (cm^2)

넓이가 $\boxed{27}$ cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를

x cm로 놓으면 $x^2=\boxed{27}$이므로

$x=\boxed{\sqrt{27}}$ $(\because x>0)$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{27}}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{\sqrt{27}}$ cm

04-1

두 정사각형의 닮음비가 1 : 4이므로 넓이의 비는
$1^2:4^2=1:16$ … ❶
이때 두 정사각형의 넓이의 합이 51 cm^2이므로
큰 정사각형의 넓이는 $51\times\frac{16}{1+16}=48$ (cm^2) … ❷
넓이가 48 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면
$x^2=48$이므로 $x=\sqrt{48}$ $(\because x>0)$
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48}$ cm이다. … ❸
$\therefore \sqrt{48}$ cm

채점기준	배점
❶ 두 정사각형의 넓이의 비를 바르게 구한다.	2
❷ 큰 정사각형의 넓이를 바르게 구한다.	2
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	2

02 제곱근의 성질

▶p. 14

교과서 기본예제 1

(1) 2
(2) $\frac{1}{3}$
(3) 8
(4) -11
(5) $\frac{3}{2}$
(6) -3.4

교과서 기본예제 2

(1) 5
(2) 8
(3) -1
(4) 3

대표문제

$a-b<0$에서 $a\boxed{<}b$이고

$ab<0$이므로 $a\boxed{<}0$, $b\boxed{>}0$

$\sqrt{9a^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{(3a-b)^2}=\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{(3a-b)^2}$

이때 $3a\boxed{<}0$, $b\boxed{>}0$, $3a-b\boxed{<}0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{(3a-b)^2}$
$=-3a-b-(3a-b)$
$=-3a-b-3a+b$
$=-6a$

$\therefore$ $\boxed{-6a}$

유사문제

$a-b>0$에서 $a>b$이고 $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ … $(+2$점$)$

$\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(2b-a)^2}-\sqrt{4b^2}$
$=\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(2b-a)^2}-\sqrt{(2b)^2}$

이때 $-b>0$, $2b-a<0$, $2b<0$이므로 … $(+2$점$)$

$\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(2b-a)^2}-\sqrt{(2b)^2}$
$=-b-(2b-a)-(-2b)$
$=-b-2b+a+2b$
$=a-b$ … $(+2$점$)$

$\therefore$ $a-b$

특별하게 연습하기

▶p. 16

01

$(-\sqrt{49})^2=\boxed{49}$이고, $\boxed{7^2=49,\ (-7)^2=49}$이므로

$(-\sqrt{49})^2$의 제곱근은 $\boxed{7}$, $\boxed{-7}$이다.

즉, $a=\boxed{7}$

또, $\sqrt{(-16)^2}=\boxed{16}$이고, $\boxed{4^2=16,\ (-4)^2=16}$이므로

$\sqrt{(-16)^2}$의 제곱근은 $\boxed{4}$, $\boxed{-4}$이다.

즉, $b=\boxed{-4}$

$\therefore a+b=\boxed{7+(-4)=3}$

01-1

$\sqrt{(-4)^2}=4$이고, $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로
$\sqrt{(-4)^2}$의 제곱근은 2, -2이다.
즉, $a=2$ … ❶
또, $(-\sqrt{25})^2=25$이고, $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로
$(-\sqrt{25})^2$의 제곱근은 5, -5이다.
즉, $b=-5$ … ❷
$\therefore a-b=2-(-5)=7$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	1

02

$\sqrt{(-7)^2}+(-\sqrt{3})^2+\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\times\sqrt{9}$
$=\sqrt{(-7)^2}+(-\sqrt{3})^2+\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\times\sqrt{3^2}$
$=7+3+\frac{1}{3}\times3$
$=11$

$\therefore$ $\boxed{11}$

02-1

$\sqrt{\frac{9}{25}}\div\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{0.16}\times(-\sqrt{10})^2$
$=\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2}\div\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{0.4^2}\times(-\sqrt{10})^2$
$=\frac{3}{5}\div3+0.4\times10$
$=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}+4=\frac{21}{5}$
$\therefore$ $\frac{21}{5}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

03

$a+b<0$, $ab>0$이므로 $a\boxed{<}0$, $b\boxed{<}0$

이때 $a\boxed{<}0$, $b\boxed{<}0$, $-2a\boxed{>}0$이므로

$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-2a)^2}$
$=\boxed{-a-b-(-2a)=-a-b+2a=a-b}$

$\therefore$ $\boxed{a-b}$

03-1

$a-b>0$에서 $a>b$이고 $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ … ❶
이때 $a>0$, $2b<0$, $-b>0$이므로 … ❷
$\sqrt{a^2}+\sqrt{(2b)^2}-\sqrt{(-b)^2}=a-2b-(-b)$
$=a-2b+b=a-b$ … ❸

$\therefore a-b$

채점기준	배점
❶ a, b의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❷ a, $2b$, $-b$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	2

04

$-3<a<-2$일 때,

$-2a\boxed{>}0$, $a+2\boxed{<}0$, $a+4\boxed{>}0$이므로

$$\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{(a+4)^2}$$
$$=-2a-(a+2)-(a+4)$$
$$=-2a-a-2-a-4$$
$$=-4a-6$$

$\therefore \boxed{-4a-6}$

04-1

$3<x<5$일 때,

$2x>0$, $x-2>0$, $x-6<0$이므로 … ❶

$\sqrt{(2x)^2}-\sqrt{(x-2)^2}-\sqrt{(x-6)^2}$

$=2x-(x-2)+(x-6)$

$=2x-x+2+x-6$

$=2x-4$ … ❷

$\therefore 2x-4$

채점기준	배점
❶ $2x$, $x-2$, $x-6$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	3
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	3

03 자연수가 되기 위한 미지수의 값 구하기 ▶p. 18

교과서 기본예제 1

(1) 6　(2) 2

(3) 3　(4) 6

교과서 기본예제 2

5, 14, 21, 26, 29

대표문제

(ⅰ) $\sqrt{18-x}$가 자연수가 되기 위한 $18-x$의 값은

$\boxed{1}$, $\boxed{4}$, $\boxed{9}$, $\boxed{16}$이다.

즉, $x=\boxed{2}$, $\boxed{9}$, $\boxed{14}$, $\boxed{17}$이므로

$a=\boxed{17}$

(ⅱ) $\sqrt{\dfrac{18}{y}}=\boxed{\sqrt{\dfrac{2\times3^2}{y}}}$이(가) 자연수가 되기 위한 y의 값은

$\boxed{2}$, $\boxed{2\times3^2}$이므로 $b=\boxed{2}$

$\therefore a+b=\boxed{17+2=19}$

유사문제

(ⅰ) $\sqrt{150x}=\sqrt{2\times3\times5^2\times x}$가 자연수가 되기 위한 x는

$x=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

즉, $x=6$, 24, 54, ⋯이므로 $a=6$ … $(+3$점$)$

(ⅱ) $\sqrt{\dfrac{63}{y}}=\sqrt{\dfrac{3^2\times7}{y}}$이 자연수가 되기 위한 y의 값은

7, $3^2\times7$이므로 $b=7$ … $(+3$점$)$

$\therefore b-a=7-6=1$ … $(+1$점$)$

특별하게 연습하기 ▶p. 20

01

$\sqrt{28x}=\boxed{\sqrt{2^2\times7\times x}}$이(가) 자연수가 되기 위한

x는 $x=\boxed{7\times(\text{자연수})^2}$ 꼴이어야 한다.

즉, $x=\boxed{7}$, $\boxed{28}$, $\boxed{63}$, ⋯

따라서 자연수 x의 값 중에서 가장 작은 두 자리 자연수는

$\boxed{28}$이다.

$\therefore \boxed{28}$

01-1

$\sqrt{108x}=\sqrt{2^2\times3^3\times x}$가 자연수가 되기 위한 x는
$x=3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.
즉, $x=3,\ 12,\ 27,\ 48,\ 75,\ 108,\ 147,\ \cdots$ … ❶
따라서 자연수 x의 값 중에서 100에 가장 가까운 자연수는 108이다. … ❷
$\therefore$ 108

채점기준	배점
❶ 가능한 x의 값을 모두 바르게 구한다.	3
❷ 자연수 x의 값 중에서 100에 가장 가까운 자연수를 바르게 구한다.	2

02

$\sqrt{\frac{112}{n}}=\boxed{\sqrt{\frac{2^4\times7}{n}}}$이(가) 자연수가 되기 위한 n의 값은
$n=\boxed{7},\ \boxed{2^2\times7},\ \boxed{2^4\times7}$
따라서 가장 작은 자연수 n의 값은 $\boxed{7}$이다.
$\therefore$ $\boxed{7}$

02-1

$\sqrt{\frac{180}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되기 위한 x의 값은
$x=5,\ 2^2\times5,\ 3^2\times5,\ 2^2\times3^2\times5$ … ❶
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 5이다. … ❷
$\therefore$ 5

채점기준	배점
❶ 가능한 x의 값을 모두 바르게 구한다.	3
❷ 가장 작은 자연수 x의 값을 바르게 구한다.	2

03

$\sqrt{29+x}$가 자연수가 되기 위한 $29+x$의 값은
$\boxed{36,\ 49,\ 64,\ 81,\ 100,\ 121,\ 144,\ \cdots}$
즉, $x=\boxed{7,\ 20,\ 35,\ 52,\ 71,\ 92,\ 115,\ \cdots}$
따라서 자연수 x의 값 중에서 100보다 작은 자연수의 개수는 $\boxed{6}$개이다.
$\therefore$ $\boxed{6}$개

03-1

$\sqrt{48+x}$가 자연수가 되기 위한 $48+x$의 값은
$49,\ 64,\ 81,\ 100,\ 121,\ 144,\ 169,\ \cdots$ … ❶
즉, $x=1,\ 16,\ 33,\ 52,\ 73,\ 96,\ 121,\ \cdots$ … ❷
따라서 자연수 x의 값 중에서 두 자리 자연수의 개수는 5개이다. … ❸
$\therefore$ 5개

채점기준	배점
❶ 가능한 $48+x$의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❷ 가능한 x의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❸ 자연수 x의 값 중에서 두 자리 자연수의 개수를 바르게 구한다.	2

04

(1) $\sqrt{37-x}$가 자연수가 되기 위한 $37-x$의 값은
$\boxed{1},\ \boxed{4},\ \boxed{9},\ \boxed{16},\ \boxed{25},\ \boxed{36}$
즉, $x=\boxed{1},\ \boxed{12},\ \boxed{21},\ \boxed{28},\ \boxed{33},\ \boxed{36}$
$\therefore$ $\boxed{1},\ \boxed{12},\ \boxed{21},\ \boxed{28},\ \boxed{33},\ \boxed{36}$
(2) 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 수는 $\boxed{36}$,
가장 작은 수는 $\boxed{1}$이므로 합은 $\boxed{36+1=37}$
$\therefore$ $\boxed{37}$

04-1

(1) $\sqrt{42-x}$가 정수가 되기 위한 $42-x$의 값은
$0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$ … ❶
즉, $x=6,\ 17,\ 26,\ 33,\ 38,\ 41,\ 42$ … ❷
$\therefore$ 6, 17, 26, 33, 38, 41, 42
(2) 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 수는 42,
가장 작은 수는 6이므로 차는 $42-6=36$ … ❸
$\therefore$ 36

채점기준	배점
❶ 가능한 $42-x$의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❷ 가능한 x의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❸ 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 바르게 구한다.	2

04 무리수와 실수의 이해

▶p. 22

교과서 기본예제 1

(1) $\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{34}$

교과서 기본예제 2

점 P : $2-\sqrt{10}$, 점 Q : $3+\sqrt{13}$

대표문제

$\overline{AB}^2=\boxed{2^2+1^2=5}$이고

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\boxed{\sqrt{5}}$

즉, $\overline{AD}=\overline{AB}=\boxed{\sqrt{5}}$

이때 $\overline{AP}=\overline{AD}$이므로 점 P가 나타내는 수는

$\boxed{3-\sqrt{5}}$이다.

또, $\overline{AQ}=\overline{AB}$이므로 점 Q가 나타내는 수는

$\boxed{3+\sqrt{5}}$이다.

∴ 점 P : $\boxed{3-\sqrt{5}}$, 점 Q : $\boxed{3+\sqrt{5}}$

유사문제

$\overline{AB}^2=3^2+1^2=10$이고 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{10}$

즉, $\overline{AD}=\overline{AB}=\sqrt{10}$ … (+1점)

이때 $\overline{AP}=\overline{AD}$이므로 점 P가 나타내는 수는

$2-\sqrt{10}$이다. … (+2점)

또, $\overline{AQ}=\overline{AB}$이므로 점 Q가 나타내는 수는

$2+\sqrt{10}$이다. … (+2점)

∴ 점 P : $2-\sqrt{10}$, 점 Q : $2+\sqrt{10}$

특별하게 연습하기

▶p. 24

01

$\sqrt{\frac{1}{4}}=\boxed{\frac{1}{2}}$, $-\sqrt{9}+5=\boxed{-3+5=2}$

이므로 무리수는 $\boxed{\sqrt{2.3}}$, $\boxed{\sqrt{15}-2}$이다.

∴ $\boxed{\sqrt{2.3},\ \sqrt{15}-2}$

01-1

$\sqrt{144}=12$, $5-\sqrt{4}=5-2=3$이므로 … ❶

무리수는 $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{3}-1$, $\pi+1$이다. … ❷

∴ $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{3}-1$, $\pi+1$

채점기준	배점
❶ 근호 없이 나타낼 수 있는 수를 모두 바르게 제시한다.	1
❷ 주어진 수 중에서 무리수를 모두 바르게 고른다.	3

02

두 정사각형의 한 변의 길이가 모두 1이므로

대각선의 길이는 모두 $\boxed{\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}}$

이때 $\overline{CP}=\overline{CA}$이므로 점 P가 나타내는 수는

$\boxed{-\sqrt{2}}$이다.

또, $\overline{FQ}=\overline{FH}$이므로 점 Q가 나타내는 수는

$\boxed{1+\sqrt{2}}$이다.

∴ 점 P : $\boxed{-\sqrt{2}}$, 점 Q : $\boxed{1+\sqrt{2}}$

02-1

두 정사각형의 한 변의 길이가 모두 1이므로

대각선의 길이는 모두 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ … ❶

이때 $\overline{BP}=\overline{BD}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $-2+\sqrt{2}$이다. … ❷

또, $\overline{GQ}=\overline{GE}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $1-\sqrt{2}$이다. … ❸

∴ 점 P : $-2+\sqrt{2}$, 점 Q : $1-\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ 두 정사각형의 대각선의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ 점 P가 나타내는 수를 바르게 구한다.	2
❸ 점 Q가 나타내는 수를 바르게 구한다.	2

03

$\overline{BA}^2=\boxed{1^2+1^2=2}$이고 $\overline{BA}>0$이므로 $\overline{BA}=\boxed{\sqrt{2}}$

즉, $\overline{BC}=\overline{BA}=\boxed{\sqrt{2}}$

이때 $\overline{BP}=\overline{BA}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $\boxed{1-\sqrt{2}}$이다.

또, $\overline{BQ}=\overline{BC}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $\boxed{1+\sqrt{2}}$이다.

∴ 점 P : $\boxed{1-\sqrt{2}}$, 점 Q : $\boxed{1+\sqrt{2}}$

03-1

$\overline{BA}^2=1^2+1^2=2$이고 $\overline{BA}>0$이므로 $\overline{BA}=\sqrt{2}$

즉, $\overline{BC}=\overline{BA}=\sqrt{2}$ … ❶

이때 $\overline{BP}=\overline{BA}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다. … ❷

또, $\overline{BQ}=\overline{BC}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $-1+\sqrt{2}$이다. … ❸

∴ 점 P : $-1-\sqrt{2}$, 점 Q : $-1+\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ $\overline{BA}$, $\overline{BC}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	1
❷ 점 P가 나타내는 수를 바르게 구한다.	2
❸ 점 Q가 나타내는 수를 바르게 구한다.	2

04

$\overline{AB}^2=\boxed{1^2+2^2=5}$이고 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\boxed{\sqrt{5}}$

이때 $\overline{AP}=\overline{AB}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $\boxed{-2+\sqrt{5}}$이다.

$\overline{EH}^2=\boxed{1^2+3^2=10}$이고 $\overline{EH}>0$이므로 $\overline{EH}=\boxed{\sqrt{10}}$

이때 $\overline{EQ}=\overline{EH}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $\boxed{2-\sqrt{10}}$이다.

∴ 점 P : $\boxed{-2+\sqrt{5}}$, 점 Q : $\boxed{2-\sqrt{10}}$

04-1

$\overline{AD}^2=1^2+2^2=5$이고 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=\sqrt{5}$

이때 $\overline{AP}=\overline{AD}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $-4-\sqrt{5}$이다. ··· ❶

$\overline{EF}^2=3^2+1^2=10$이고 $\overline{EF}>0$이므로 $\overline{EF}=\sqrt{10}$

이때 $\overline{EQ}=\overline{EF}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $1+\sqrt{10}$이다. ··· ❷

∴ 점 P : $-4-\sqrt{5}$, 점 Q : $1+\sqrt{10}$

채점기준	배점
❶ 점 P가 나타내는 수를 바르게 구한다.	3
❷ 점 Q가 나타내는 수를 바르게 구한다.	3

05 실수의 대소 관계

▶p. 26

교과서 기본예제 1

(1) $4>\sqrt{14}$ (2) $\sqrt{\frac{3}{4}}<\frac{3}{2}$

(3) $\sqrt{5}+\sqrt{2}<3+\sqrt{5}$ (4) $4>1+\sqrt{7}$

교과서 기본예제 2

5, 6, 7, 8

대표문제

$$a-b=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(2+\sqrt{3})=\sqrt{3}+\sqrt{5}-2-\sqrt{3}$$
$$=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$$

따라서 $a-b\boxed{>}0$이므로 $a\boxed{>}b$

$$a-c=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}-2$$
$$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$$

따라서 $a-c\boxed{<}0$이므로 $a\boxed{<}c$

즉, $a\boxed{>}b$이고 $a\boxed{<}c$이므로 $\boxed{b<a<c}$

∴ $\boxed{b<a<c}$

유사문제

$a-b=\sqrt{5}-2-2=\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-\sqrt{16}<0$

따라서 $a-b<0$이므로 $a<b$ ··· (+2점)

$b-c=2-(1+\sqrt{3})=2-1-\sqrt{3}=\sqrt{1}-\sqrt{3}<0$

따라서 $b-c<0$이므로 $b<c$ ··· (+2점)

즉, $a<b$이고 $b<c$이므로 $a<b<c$ ··· (+2점)

∴ $a<b<c$

특별하게 연습하기

▶p. 28

01

$\sqrt{5}-3\boxed{<}0$이고,

$\sqrt{5}-3-(-2)=\boxed{\sqrt{5}-3+2=\sqrt{5}-1>0}$이므로

$\sqrt{5}-3\boxed{>}-2$

또, $\sqrt{3}+1-\frac{5}{3}=\boxed{\sqrt{3}-\frac{2}{3}>0}$이므로 $\sqrt{3}+1\boxed{>}\frac{5}{3}$

즉, 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\boxed{-2,\ \sqrt{5}-3,\ 0,\ \frac{5}{3},\ \sqrt{3}+1}$

∴ $\boxed{-2,\ \sqrt{5}-3,\ 0,\ \frac{5}{3},\ \sqrt{3}+1}$

01-1

$\sqrt{7}-\sqrt{3}-(-1+\sqrt{7})=\sqrt{7}-\sqrt{3}+1-\sqrt{7}=1-\sqrt{3}<0$

이므로 $\sqrt{7}-\sqrt{3}<-1+\sqrt{7}$ ··· ❶

또, $-1+\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-3<0$이므로 $-1+\sqrt{7}<2$ ··· ❷

즉, 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-1,\ -\frac{1}{3},\ \sqrt{7}-\sqrt{3},\ -1+\sqrt{7},\ 2$ ··· ❸

∴ $-1,\ -\frac{1}{3},\ \sqrt{7}-\sqrt{3},\ -1+\sqrt{7},\ 2$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{7}-\sqrt{3}$과 $-1+\sqrt{7}$의 대소를 바르게 비교한다.	2
❷ $-1+\sqrt{7}$과 2의 대소를 바르게 비교한다.	2
❸ 주어진 수들을 크기가 작은 것부터 차례대로 바르게 나열한다.	1

02

부등식 $2<\sqrt{a-1}<3$의 각 변을 제곱하면

$\boxed{4<a-1<9,\ 5<a<10}$

이때 $\boxed{5<a<10}$을(를) 만족시키는 자연수 a는

$\boxed{6,\ 7,\ 8,\ 9}$이다.

즉, $M=\boxed{9}$, $m=\boxed{6}$이므로

$M+m=\boxed{9+6=15}$

$\therefore\ \boxed{15}$

02-1

부등식 $3<\sqrt{2a+7}<5$의 각 변을 제곱하면

$9<2a+7<25,\ 2<2a<18,\ 1<a<9$ … ❶

이때 $1<a<9$를 만족시키는 자연수 a는

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이다. … ❷

즉, $M=8$, $m=2$이므로 $M-m=8-2=6$ … ❸

$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ a의 값의 범위를 바르게 구한다.	2
❷ 부등식을 만족시키는 자연수 a의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❸ $M-m$의 값을 바르게 구한다.	2

03

$\boxed{\sqrt{9}}<\sqrt{15}<\boxed{\sqrt{16}}$이므로

$\boxed{3}<\sqrt{15}<\boxed{4}$, 즉 $N(15)=\boxed{3}$

또, $\boxed{\sqrt{49}}<\sqrt{51}<\boxed{\sqrt{64}}$이므로

$\boxed{7}<\sqrt{51}<\boxed{8}$, 즉 $N(51)=\boxed{7}$

따라서 $N(15)-N(51)=\boxed{3-7=-4}$

$\therefore\ \boxed{-4}$

03-1

$\sqrt{196}<\sqrt{200}<\sqrt{225}$이므로 $14<\sqrt{200}<15$

즉, $N(200)=14$ … ❶

또, $\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{20}<5$

즉, $N(20)=4$ … ❷

따라서 $N(200)-N(20)=14-4=10$ … ❸

$\therefore$ 10

채점기준	배점
❶ $N(200)$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $N(20)$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $N(200)-N(20)$의 값을 바르게 구한다.	1

04

$\boxed{\sqrt{1}}<\sqrt{3}<\boxed{\sqrt{4}}$이므로

$\boxed{1}<\sqrt{3}<\boxed{2}$, $\boxed{-4}<\sqrt{3}-5<\boxed{-3}$

또, $\boxed{1}<\sqrt{3}<\boxed{2}$이므로

$\boxed{-2}<-\sqrt{3}<\boxed{-1}$, $\boxed{3}<5-\sqrt{3}<\boxed{4}$

따라서 $\sqrt{3}-5$와 $5-\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는

$\boxed{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3}$

$\therefore\ \boxed{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3}$

04-1

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로

$2<\sqrt{8}<3,\ -5<\sqrt{8}-7<-4$ … ❶

또, $2<\sqrt{8}<3$이므로

$-3<-\sqrt{8}<-2,\ 4<7-\sqrt{8}<5$ … ❷

따라서 $\sqrt{8}-7$과 $7-\sqrt{8}$ 사이에 있는 정수는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

의 9개이다. … ❸

$\therefore$ 9개

채점기준	배점
❶ $\sqrt{8}-7$이 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	2
❷ $7-\sqrt{8}$이 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	2
❸ $\sqrt{8}-7$과 $7-\sqrt{8}$ 사이에 있는 정수의 개수를 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 30

01

16의 제곱근은 제곱해서 16이 되는 수이고,

제곱근 16은 16의 양의 제곱근이다.

채점기준	배점
16의 제곱근과 제곱근 16의 차이점을 바르게 설명한다.	5

02

제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$

즉, $a=3$ … ❶

또, $(-12)^2=144$이고, $12^2=144$, $(-12)^2=144$이므로

$(-12)^2$의 제곱근은 12, -12이다.

즉, $b=-12$ … ❷

$\therefore \frac{1}{3}ab=\frac{1}{3}\times3\times(-12)=-12$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $\frac{1}{3}ab$의 값을 바르게 구한다.	1

03

두 화단의 넓이의 합은 $(\sqrt{7})^2+(\sqrt{5})^2=7+5=12\ (\mathrm{m}^2)$ … ❶

즉, 새로 만들려고 하는 정사각형 모양의 화단의 넓이는

$3\times12=36\ (\mathrm{m}^2)$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{36}=6\ (\mathrm{m})$ … ❷

$\therefore$ 6 m

채점기준	배점
❶ 두 화단의 넓이의 합을 바르게 구한다.	2
❷ 새로 만들려고 하는 화단의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	3

04

$a=(-3)\times\sqrt{(-6)^2}+(-\sqrt{12})^2-(-\sqrt{10})^2$

$=(-3)\times6+12-10=-18+12-10=-16$ … ❶

$b=\sqrt{121}-\sqrt{64}\div(-\sqrt{2})^2=\sqrt{11^2}-\sqrt{8^2}\div(-\sqrt{2})^2$

$=11-8\div2=11-4=7$ … ❷

즉, $a+b=-16+7=-9$ … ❸

$\therefore -9$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ b의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

05

$a-b<0$에서 $a<b$이고 $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$ … ❶

$\sqrt{(b+2)^2}-\sqrt{4a^2}-\sqrt{(a-b)^2}$

$=\sqrt{(b+2)^2}-\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}$

이때 $b+2>0$, $2a<0$, $a-b<0$이므로 … ❷

$\sqrt{(b+2)^2}-\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}$

$=b+2-(-2a)+(a-b)$

$=b+2+2a+a-b$

$=3a+2$ … ❸

$\therefore 3a+2$

채점기준	배점
❶ a, b의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❷ $b+2$, $2a$, $a-b$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	3
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	2

06

$a<1$의 양변을 a로 나누면 $1<\frac{1}{a}$, 즉 $a<\frac{1}{a}$ … ❶

$\sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{9a^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{(3a)^2}$

이때 $\frac{1}{a}-a>0$, $a-\frac{1}{a}<0$, $3a>0$이므로 … ❷

$\sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{(3a)^2}$

$=\frac{1}{a}-a+a-\frac{1}{a}-3a=-3a$ … ❸

$\therefore -3a$

채점기준	배점
❶ a와 $\frac{1}{a}$의 대소 관계를 바르게 제시한다.	2
❷ $\frac{1}{a}-a$, $a-\frac{1}{a}$, $3a$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	3
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	2

07

$\sqrt{\frac{12n}{5}}=\sqrt{\frac{2^2\times3\times n}{5}}$이 자연수가 되기 위한 n은

$n=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

즉, $n=15$, 60, 135, … … ❶

따라서 가장 작은 자연수 n의 값은 15이다. … ❷

$\therefore$ 15

채점기준	배점
❶ 가능한 n의 값을 모두 구한다.	4
❷ 가장 작은 자연수 n의 값을 바르게 구한다.	2

08

$\sqrt{x^2+9}$가 자연수가 되기 위한 x^2+9의 값은

16, 25, 36, … … ❶

즉, $x^2=7$, 16, 27, … … ❷

이때 x가 자연수가 되는 가장 작은 x^2의 값이 16이므로

가장 작은 자연수 x의 값은 4이다. … ❸

$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ 가능한 x^2+9의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❷ 가능한 x^2의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❸ 가장 작은 자연수 x의 값을 바르게 구한다.	2

09

$\sqrt{8ab}=\sqrt{2^3\times ab}$가 자연수가 되기 위한 ab는

$ab=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 a, b는 6 이하의 자연수이므로 $ab=2, 8, 18, 32$ … ❶

(i) $ab=2$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(1, 2)$, $(2, 1)$

(ii) $ab=8$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(2, 4)$, $(4, 2)$

(iii) $ab=18$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(3, 6)$, $(6, 3)$

(iv) $ab=32$일 때, 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 없다.

(i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 2)$, $(6, 3)$ … ❷

$\therefore$ $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 2)$, $(6, 3)$

채점기준	배점
❶ 가능한 ab의 값을 모두 바르게 구한다.	3
❷ 순서쌍 (a, b)를 모두 바르게 구한다.	4

10

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 1이므로

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ … ❶

이때 $\overline{AP}=\overline{AC}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다.

즉, $a=-1-\sqrt{2}$ … ❷

또, $\overline{AQ}=\overline{AC}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $-1+\sqrt{2}$이다.

즉, $b=-1+\sqrt{2}$ … ❸

$\therefore$ $a=-1-\sqrt{2}$, $b=-1+\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ b의 값을 바르게 구한다.	2

11

$\overline{BA}^2=1^2+1^2=2$이고 $\overline{BA}>0$이므로 $\overline{BA}=\sqrt{2}$

이때 $\overline{BP}=\overline{BA}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $2+\sqrt{2}$이다. … ❶

$\overline{FD}^2=1^2+2^2=5$이고 $\overline{FD}>0$이므로 $\overline{FD}=\sqrt{5}$

이때 $\overline{FQ}=\overline{FD}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $-1-\sqrt{5}$이다. … ❷

$\therefore$ 점 P : $2+\sqrt{2}$, 점 Q : $-1-\sqrt{5}$

채점기준	배점
❶ 점 P가 나타내는 수를 바르게 구한다.	3
❷ 점 Q가 나타내는 수를 바르게 구한다.	3

12

원의 반지름의 길이를 r로 놓으면

$\pi\times r^2=2\pi$, $r^2=2$, $r=\sqrt{2}$ ($\because$ $r>0$) … ❶

이 원을 수직선 위에서 오른쪽으로 한 바퀴 굴릴 때,

점 A와 점 B 사이의 거리는 원주와 같으므로

$2\times\pi\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}\pi$ … ❷

즉, 점 B가 나타내는 수는 $1+2\sqrt{2}\pi$이다. … ❸

$\therefore$ $1+2\sqrt{2}\pi$

채점기준	배점
❶ 원의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 점 A와 점 B 사이의 거리를 바르게 구한다.	2
❸ 점 B가 나타내는 수를 바르게 구한다.	2

13

$a-c=\sqrt{3}+1-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

따라서 $a-c<0$이므로 $a<c$ … ❶

$b-c=6-\sqrt{2}-3=3-\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{2}>0$

따라서 $b-c>0$이므로 $b>c$ … ❷

즉, $a<c$이고 $b>c$이므로 $a<c<b$ … ❸

$\therefore$ $a<c<b$

채점기준	배점
❶ a와 c의 대소를 바르게 비교한다.	2
❷ b와 c의 대소를 바르게 비교한다.	2
❸ a, b, c의 대소를 바르게 비교한다.	2

14

(1) $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{17}<5$

즉, $N(17)=4$ … ❶

$\therefore$ 4

(2) $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수가 8개인 경우는

$8\le\sqrt{x}<9$이므로 $64\le x<81$ … ❷

따라서 자연수 x는 64, 65, 66, …, 79, 80의 17개이다. … ❸

$\therefore$ 17개

채점기준	배점
❶ $N(17)$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $N(x)=8$을 만족시키는 자연수 x의 값의 범위를 바르게 구한다.	2
❸ $N(x)=8$을 만족시키는 자연수 x의 개수를 바르게 구한다.	2

15

$7=\sqrt{49}$, $8=\sqrt{64}$이므로 두 정수 7과 8 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은 $\sqrt{50}$, $\sqrt{51}$, $\sqrt{52}$, …, $\sqrt{62}$, $\sqrt{63}$으로 모두 14개이다.

즉, 두 정수 7과 8 사이에는 14개의 점이 있다.

$\therefore$ 14개

채점기준	배점
두 정수 7과 8 사이에 있는 점의 개수를 바르게 구한다.	5

16

(1) 1.1의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수는

1.058이므로 $\sqrt{1.12}=1.058$ … ❶

$\therefore$ 1.058

(2) 1.3의 가로줄과 4의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수는 1.158이므로 $\sqrt{1.34}=1.158$ … ❷

$\therefore$ 1.158

(3) 1.4의 가로줄과 0의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수는 1.183이므로 $\sqrt{1.4}=1.183$ … ❸

$\therefore$ 1.183

채점기준	배점
❶ $\sqrt{1.12}$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $\sqrt{1.34}$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $\sqrt{1.4}$의 값을 바르게 구한다.	2

02 근호를 포함한 식의 계산

06 근호가 있는 식의 변형

▶p. 36

교과서 기본예제 1

(1) $2\sqrt{2}$　(2) $3\sqrt{5}$

(3) $4\sqrt{3}$　(4) $3\sqrt{6}$

교과서 기본예제 2

(1) $\sqrt{12}$　(2) $\sqrt{80}$

(3) $\sqrt{6}$　(4) $\sqrt{6}$

대표문제

(1) $\sqrt{7000}$

$=\boxed{\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}=10\times8.367=83.67}$

$\therefore$ $\boxed{83.67}$

(2) $\sqrt{0.07}$

$=\boxed{\sqrt{\dfrac{7}{100}}=\dfrac{\sqrt{7}}{10}=\dfrac{2.646}{10}=0.2646}$

$\therefore$ $\boxed{0.2646}$

유사문제

(1) $\sqrt{590}=\sqrt{5.9\times100}=10\sqrt{5.9}=10\times2.429=24.29$ … (+3점)

$\therefore$ 24.29

(2) $\sqrt{0.59}=\sqrt{\dfrac{59}{100}}=\dfrac{\sqrt{59}}{10}=\dfrac{7.681}{10}=0.7681$ … (+3점)

$\therefore$ 0.7681

특별하게 연습하기

▶p. 38

01

$3\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{27}}$

이므로 $a=\boxed{27}$

$\sqrt{72}=\boxed{\sqrt{2^3\times3^2}=6\sqrt{2}}$

이므로 $b=\boxed{6}$

$\therefore a-b=\boxed{27-6=21}$

01-1

$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$이므로 $a=18$ ⋯ ❶

$\sqrt{192}=\sqrt{2^6\times3}=8\sqrt{3}$이므로 $b=8$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=18+8=26$ ⋯ ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

02

$\sqrt{0.015}=\boxed{\sqrt{\frac{15}{1000}}=\sqrt{\frac{150}{10000}}=\frac{5\sqrt{6}}{100}=\frac{\sqrt{6}}{20}}$

즉, $\sqrt{0.015}=\boxed{\frac{1}{20}}\sqrt{6}$이므로

$k=\boxed{\frac{1}{20}}$

$\therefore \boxed{\frac{1}{20}}$

02-1

$\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{5}{1000}}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{5\sqrt{2}}{100}=\frac{\sqrt{2}}{20}$ ⋯ ❶

즉, $\sqrt{0.005}=\frac{1}{20}\sqrt{2}$이므로 $k=\frac{1}{20}$ ⋯ ❷

$\therefore \frac{1}{20}$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{0.005}$를 $k\sqrt{2}$ 꼴로 바르게 변형한다.	3
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

03

$\sqrt{0.024}=\boxed{\sqrt{\frac{24}{1000}}=\sqrt{\frac{2.4}{100}}=\frac{\sqrt{2.4}}{10}=\frac{1.549}{10}=0.1549}$

$\sqrt{213}=\boxed{\sqrt{2.13\times100}=10\sqrt{2.13}=10\times1.459=14.59}$

즉, $\sqrt{0.024}+\sqrt{213}=\boxed{0.1549+14.59=14.7449}$

$\therefore \boxed{14.7449}$

03-1

$\sqrt{172}=\sqrt{1.72\times100}=10\sqrt{1.72}=10\times1.311=13.11$ ⋯ ❶

$\sqrt{0.0195}=\sqrt{\frac{195}{10000}}=\sqrt{\frac{1.95}{100}}=\frac{\sqrt{1.95}}{10}=\frac{1.396}{10}=0.1396$ ⋯ ❷

즉, $\sqrt{172}+\sqrt{0.0195}=13.11+0.1396=13.2496$ ⋯ ❸

$\therefore 13.2496$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{172}$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $\sqrt{0.0195}$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $\sqrt{172}+\sqrt{0.0195}$의 값을 바르게 구한다.	1

04

$\sqrt{175}=\boxed{\sqrt{5^2\times7}=\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}}$이므로

$\sqrt{175}$를 a와 b를 사용하여 나타내면 $\boxed{a^2b}$이다.

$\therefore \boxed{a^2b}$

04-1

$\sqrt{126}=\sqrt{2\times3^2\times7}=3\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}$이므로

$\sqrt{126}$을 a와 b를 사용하여 나타내면 $3ab$이다.

$\therefore 3ab$

채점기준	배점
$\sqrt{126}$을 a와 b를 사용하여 바르게 나타낸다.	5

07 제곱근의 곱셈과 나눗셈

▶p. 40

교과서 기본예제 1

(1) $\sqrt{77}$ (2) $\sqrt{2}$

(3) 2 (4) 3

교과서 기본예제 2

(1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (2) $3\sqrt{2}$

대표문제

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\div\sqrt{\frac{9}{10}}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$
$$=-\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{10}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)$$
$$=-\frac{\sqrt{20}}{3\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}=-\frac{2}{3}$$

$\therefore$ $\boxed{-\frac{2}{3}}$

유사문제

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}\times\frac{4}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\times\frac{4}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{1\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$ … (+5점)

$\therefore$ $\frac{\sqrt{6}}{6}$

특별하게 연습하기

▶p. 42

01

$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}}$

이므로 $a=\boxed{\frac{1}{6}}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}=\boxed{\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{4}}$

이므로 $b=\boxed{\frac{1}{4}}$

$\therefore a+b=\boxed{\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}}$

01-1

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$이므로 $a=\frac{2}{5}$ … ❶

$\frac{9}{\sqrt{27}}=\frac{9}{3\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$이므로 $b=1$ … ❷

$\therefore ab=\frac{2}{5}\times1=\frac{2}{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ ab의 값을 바르게 구한다.	1

02

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$2\sqrt{6}\div\sqrt{15}\times\sqrt{\frac{20}{3}}$$
$$=2\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{15}}\times\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$$

즉, $a=\boxed{\frac{4}{3}}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{4}{3}}$

02-1

주어진 식의 좌변을 계산하면

$\frac{\sqrt{21}}{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{14}=\frac{\sqrt{21}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times\sqrt{14}=\frac{14\sqrt{2}}{3}$ … ❶

즉, $a=\frac{14}{3}$ … ❷

$\therefore$ $\frac{14}{3}$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	1

03

삼각형의 넓이는

$\boxed{\frac{1}{2}\times\sqrt{27}\times\sqrt{12}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=9}$

직사각형의 넓이는 $\boxed{x\times\sqrt{8}=2\sqrt{2}x}$

두 도형의 넓이가 서로 같으므로

$\boxed{2\sqrt{2}x=9,\ x=\frac{9}{2\sqrt{2}}=\frac{9\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{4}}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{9\sqrt{2}}{4}}$

03-1

삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\sqrt{24}\times x=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times x=\sqrt{6}x$ … ❶

직사각형의 넓이는

$\sqrt{18}\times\sqrt{12}=3\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=6\sqrt{6}$ … ❷

두 도형의 넓이가 서로 같으므로

$\sqrt{6}x=6\sqrt{6},\ x=6$ … ❸

$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ 삼각형의 넓이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❷ 직사각형의 넓이를 바르게 구한다.	2
❸ x의 값을 바르게 구한다.	2

04

밑면의 세로의 길이를 x cm로 놓고 식을 세우면

$\boxed{4\sqrt{3}\times x\times 10\sqrt{7}=240\sqrt{7}}$ 이므로

$$40\sqrt{21}x=240\sqrt{7}$$
$$x=\frac{240\sqrt{7}}{40\sqrt{21}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

즉, 밑면의 세로의 길이는 $\boxed{2\sqrt{3}}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{2\sqrt{3}}$ cm

04-1

원기둥의 높이를 h cm로 놓고 식을 세우면

$\pi\times(2\sqrt{5})^2\times h=60\sqrt{3}\pi$이므로 … ❶

$20\pi h=60\sqrt{3}\pi,\ 20h=60\sqrt{3},\ h=\frac{60\sqrt{3}}{20}=3\sqrt{3}$

즉, 원기둥의 높이는 $3\sqrt{3}$ cm이다. … ❷

$\therefore$ $3\sqrt{3}$ cm

채점기준	배점
❶ 원기둥의 높이를 h cm로 놓고 식을 바르게 세운다.	2
❷ 원기둥의 높이를 바르게 구한다.	3

08 제곱근의 덧셈과 뺄셈

▶p. 44

교과서 기본예제 1

(1) $-\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{3}$ (4) $18\sqrt{5}$

교과서 기본예제 2

(1) $3\sqrt{5}-3$ (2) $12-12\sqrt{3}$

대표문제

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}+2)-\frac{6-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$=\sqrt{6}+2\sqrt{2}-\frac{(6-4\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=\sqrt{6}+2\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2}$$
$$=\sqrt{6}+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$$
$$=-\sqrt{2}+3\sqrt{6}$$

$\therefore$ $\boxed{-\sqrt{2}+3\sqrt{6}}$

유사문제

$$\sqrt{48}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+3\right)-\frac{\sqrt{12}-3}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+3\right)-\frac{(2\sqrt{3}-3)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=4+12\sqrt{3}-\frac{6-3\sqrt{3}}{3}$$
$$=4+12\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$$
$$=2+13\sqrt{3}$$ … (+6점)

$\therefore$ $2+13\sqrt{3}$

특별하게 연습하기

▶p. 46

01

$2-\sqrt{5}=\boxed{\sqrt{4}-\sqrt{5}}$ 이므로 $2-\sqrt{5}\ \boxed{<}\ 0$

$\sqrt{5}-2=\boxed{\sqrt{5}-\sqrt{4}}$ 이므로 $\sqrt{5}-2\ \boxed{>}\ 0$

즉,

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$$
$$=-(2-\sqrt{5})+\sqrt{5}-2=-2+\sqrt{5}+\sqrt{5}-2$$
$$=-4+2\sqrt{5}$$

$\therefore$ $\boxed{-4+2\sqrt{5}}$

01-1

$5-\sqrt{2}=\sqrt{25}-\sqrt{2}$이므로 $5-\sqrt{2}>0$

$\sqrt{2}-3=\sqrt{2}-\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{2}-3<0$ … ❶

즉, $\sqrt{(5-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=5-\sqrt{2}+\sqrt{2}-3=2$ ⋯ ❷

$\therefore$ 2

채점기준	배점
❶ $5-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-3$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3

02

$\sqrt{5}a-\sqrt{2}b$에 $a=3\sqrt{2}-\sqrt{5}$, $b=-\sqrt{2}-4\sqrt{5}$를 대입하면

$\boxed{\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{5})-\sqrt{2}(-\sqrt{2}-4\sqrt{5})}$

이 식을 계산하면

$$\begin{aligned}&\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{5})-\sqrt{2}(-\sqrt{2}-4\sqrt{5})\\&=3\sqrt{10}-5+2+4\sqrt{10}\\&=-3+7\sqrt{10}\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{-3+7\sqrt{10}}$

02-1

$\sqrt{2}a-\sqrt{3}b$에 $a=-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$, $b=\sqrt{2}-2\sqrt{3}$을 대입하면

$\sqrt{2}(-3\sqrt{2}+2\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{2}-2\sqrt{3})$ ⋯ ❶

이 식을 계산하면

$\sqrt{2}(-3\sqrt{2}+2\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{2}-2\sqrt{3})$

$=-6+2\sqrt{6}-\sqrt{6}+6=\sqrt{6}$ ⋯ ❷

$\therefore$ $\sqrt{6}$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{2}a-\sqrt{3}b$를 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\sqrt{2}a-\sqrt{3}b$를 바르게 계산한다.	3

03

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$\begin{aligned}&\frac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{6}\times\sqrt{30}-\frac{\sqrt{10}+\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\\&=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+6\sqrt{5}-\frac{(\sqrt{10}+2\sqrt{6})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\\&=\sqrt{3}+6\sqrt{5}-\frac{2\sqrt{5}+4\sqrt{3}}{2}\\&=\sqrt{3}+6\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}+5\sqrt{5}\end{aligned}$$

즉, $a=\boxed{-1}$, $b=\boxed{5}$이므로

$a+b=\boxed{-1+5=4}$

$\therefore$ $\boxed{4}$

03-1

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$\begin{aligned}&\frac{12}{\sqrt{6}}-(6-2\sqrt{3})\div\frac{\sqrt{2}}{3}+\sqrt{32}\\&=\frac{12\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}-\frac{3(6-2\sqrt{3})}{\sqrt{2}}+4\sqrt{2}\\&=2\sqrt{6}-\frac{(18-6\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+4\sqrt{2}\\&=2\sqrt{6}-\frac{18\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{2}+4\sqrt{2}\\&=2\sqrt{6}-9\sqrt{2}+3\sqrt{6}+4\sqrt{2}=-5\sqrt{2}+5\sqrt{6}\end{aligned}$$ ⋯ ❶

즉, $a=-5$, $b=5$이므로 $a+b=-5+5=0$ ⋯ ❷

$\therefore$ 0

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	4
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

04

$$\begin{aligned}&\sqrt{3}(2\sqrt{3}-a)-\sqrt{12}(3+\sqrt{3})\\&=6-\sqrt{3}a-2\sqrt{3}(3+\sqrt{3})\\&=6-\sqrt{3}a-6\sqrt{3}-6\\&=-\sqrt{3}a-6\sqrt{3}\\&=-(a+6)\sqrt{3}\end{aligned}$$

즉, $\boxed{a+6=0}$이어야 하므로 $a=\boxed{-6}$

$\therefore$ $\boxed{-6}$

04-1

$\sqrt{5}(2\sqrt{5}+3a)-\sqrt{20}(\sqrt{5}-3)$

$=10+3\sqrt{5}a-2\sqrt{5}(\sqrt{5}-3)$

$=10+3\sqrt{5}a-10+6\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}a+6\sqrt{5}$

$=3(a+2)\sqrt{5}$ ⋯ ❶

즉, $a+2=0$이어야 하므로 $a=-2$ ⋯ ❷

$\therefore$ -2

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산한다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2

09 무리수의 정수 부분과 소수 부분

▶p. 48

교과서 기본예제 1

(1) $3<\sqrt{15}<4$
(2) $5<\sqrt{30}<6$
(3) $4<2\sqrt{5}<5$
(4) $6<4\sqrt{3}<7$
(5) $2<1+\sqrt{2}<3$
(6) $1<4-\sqrt{5}<2$

교과서 기본예제 2

(1) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $\sqrt{10}-3$
(2) 정수 부분 : 4, 소수 부분 : $\sqrt{24}-4$
(3) 정수 부분 : 6, 소수 부분 : $3\sqrt{5}-6$
(4) 정수 부분 : 5, 소수 부분 : $2\sqrt{7}-5$

대표문제

$3\sqrt{2}=\boxed{\sqrt{18}}$이므로 $\boxed{4}<3\sqrt{2}<\boxed{5}$

$\boxed{-5}<-3\sqrt{2}<\boxed{-4}$, $\boxed{2}<7-3\sqrt{2}<\boxed{3}$

즉, $7-3\sqrt{2}$의 정수 부분은 $\boxed{2}$이므로 $a=\boxed{2}$

이때 소수 부분은 $\boxed{7-3\sqrt{2}-2=5-3\sqrt{2}}$이므로

$b=\boxed{5-3\sqrt{2}}$

$\therefore\ a-b=\boxed{2-(5-3\sqrt{2})=2-5+3\sqrt{2}=3\sqrt{2}-3}$

유사문제

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이므로 $4<2\sqrt{5}<5$, $6<2+2\sqrt{5}<7$ … (+2점)
즉, $2+2\sqrt{5}$의 정수 부분은 6이므로 $a=6$
이때 소수 부분은 $2+2\sqrt{5}-6=2\sqrt{5}-4$이므로
$b=2\sqrt{5}-4$ … (+2점)
$\therefore\ ab=6(2\sqrt{5}-4)=12\sqrt{5}-24$ … (+2점)

특별하게 연습하기

▶p. 50

01

$\boxed{1}<\sqrt{3}<\boxed{2}$이므로 $\boxed{2}<\sqrt{3}+1<\boxed{3}$

즉, $\sqrt{3}+1$의 정수 부분은 $\boxed{2}$이므로 $a=\boxed{2}$

이때 소수 부분은 $\boxed{\sqrt{3}+1-2=\sqrt{3}-1}$이므로

$b=\boxed{\sqrt{3}-1}$

$\therefore\ \sqrt{3}a+b=\boxed{\sqrt{3}\times2+\sqrt{3}-1=3\sqrt{3}-1}$

01-1

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$, $3<6-\sqrt{5}<4$ … ❶
즉, $6-\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이므로 $a=3$
이때 소수 부분은 $6-\sqrt{5}-3=3-\sqrt{5}$이므로 $b=3-\sqrt{5}$ … ❷
$\therefore\ \sqrt{5}a-3b=\sqrt{5}\times3-3(3-\sqrt{5})$
$=3\sqrt{5}-9+3\sqrt{5}=6\sqrt{5}-9$ … ❸

채점기준	배점
❶ $6-\sqrt{5}$가 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\sqrt{5}a-3b$의 값을 바르게 구한다.	2

02

$\boxed{1}<\sqrt{3}<\boxed{2}$이므로

$\boxed{-2}<-\sqrt{3}<\boxed{-1}$, $\boxed{3}<5-\sqrt{3}<\boxed{4}$

즉, $5-\sqrt{3}$의 정수 부분은 $\boxed{3}$이므로 $a=\boxed{3}$

또, $2\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{12}}$이므로 $\boxed{3}<2\sqrt{3}<\boxed{4}$

이때 $2\sqrt{3}$의 정수 부분은 $\boxed{3}$이므로 소수 부분은

$\boxed{2\sqrt{3}-3}$, 즉 $b=\boxed{2\sqrt{3}-3}$

$\therefore\ a+b=\boxed{3+2\sqrt{3}-3=2\sqrt{3}}$

02-1

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$, $1<4-\sqrt{5}<2$
즉, $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1이므로 $a=1$ … ❶
또, $3\sqrt{5}=\sqrt{45}$이므로 $6<3\sqrt{5}<7$
이때 $3\sqrt{5}$의 정수 부분은 6이므로
소수 부분은 $3\sqrt{5}-6$, 즉 $b=3\sqrt{5}-6$ … ❷
$\therefore\ 6a+b=6\times1+3\sqrt{5}-6=3\sqrt{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $6a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

03

$\boxed{2}<\sqrt{7}<\boxed{3}$이므로

$\sqrt{7}$의 정수 부분은 $\boxed{2}$, 소수 부분은 $\boxed{\sqrt{7}-2}$이다.

즉, $a=\boxed{\sqrt{7}-2}$이므로 $\sqrt{7}=\boxed{a+2}$

또, $\boxed{13}<\sqrt{175}<\boxed{14}$이므로 $\sqrt{175}$의 정수 부분은

$\boxed{13}$, 소수 부분은 $\boxed{\sqrt{175}-13}$이다.

이때 $\sqrt{175}=\boxed{5\sqrt{7}}$이므로 $\sqrt{175}$의 소수 부분을

a에 대한 식으로 나타내면

$\boxed{5\sqrt{7}-13=5(a+2)-13=5a-3}$

$\therefore \boxed{5a-3}$

03-1

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2,

소수 부분은 $\sqrt{5}-2$이다.

즉, $a=\sqrt{5}-2$이므로 $\sqrt{5}=a+2$ … ❶

또, $13<\sqrt{180}<14$이므로 $\sqrt{180}$의 정수 부분은 13,

소수 부분은 $\sqrt{180}-13$이다. … ❷

이때 $\sqrt{180}=6\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{180}$의 소수 부분을

a에 대한 식으로 나타내면

$6\sqrt{5}-13=6(a+2)-13=6a-1$ … ❸

$\therefore 6a-1$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{5}$를 a에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\sqrt{180}$의 소수 부분을 바르게 구한다.	2
❸ $\sqrt{180}$의 소수 부분을 a에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2

04

$\boxed{7}<\sqrt{50}<\boxed{8}$이므로 $\sqrt{50}$의 정수 부분은 $\boxed{7}$,

소수 부분은 $\boxed{\sqrt{50}-7=5\sqrt{2}-7}$, 즉 $f(50)=\boxed{5\sqrt{2}-7}$

또, $\boxed{4}<\sqrt{18}<\boxed{5}$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 $\boxed{4}$,

소수 부분은 $\boxed{\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4}$, 즉 $f(18)=\boxed{3\sqrt{2}-4}$

따라서

$$\boxed{\begin{aligned}&f(50)-f(18)\\&=5\sqrt{2}-7-(3\sqrt{2}-4)\\&=5\sqrt{2}-7-3\sqrt{2}+4\\&=2\sqrt{2}-3\end{aligned}}$$

$\therefore \boxed{2\sqrt{2}-3}$

04-1

$8<\sqrt{75}<9$이므로 $\sqrt{75}$의 정수 부분은 8,

소수 부분은 $\sqrt{75}-8=5\sqrt{3}-8$, 즉 $f(75)=5\sqrt{3}-8$ … ❶

또, $3<\sqrt{12}<4$이므로 $\sqrt{12}$의 정수 부분은 3,

소수 부분은 $\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$, 즉 $f(12)=2\sqrt{3}-3$ … ❷

따라서 $f(75)-f(12)=5\sqrt{3}-8-(2\sqrt{3}-3)$

$=5\sqrt{3}-8-2\sqrt{3}+3$

$=3\sqrt{3}-5$ … ❸

$\therefore 3\sqrt{3}-5$

채점기준	배점
❶ $f(75)$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $f(12)$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $f(75)-f(12)$의 값을 바르게 구한다.	2

10 제곱근의 덧셈과 뺄셈의 활용

▶p. 52

교과서 기본예제 1

$(5\sqrt{2}+4\sqrt{10})\ \text{cm}^2$

교과서 기본예제 2

$\left(2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\pi\right)\ \text{cm}$

대표문제

넓이가 $3\ \text{cm}^2$인 정사각형 모양의 색종이의

한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{3}}$ cm

넓이가 $27\ \text{cm}^2$인 정사각형 모양의 색종이의

한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{27}=3\sqrt{3}}$ cm

넓이가 $75\ \text{cm}^2$인 정사각형 모양의 색종이의

한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{75}=5\sqrt{3}}$ cm

즉, 세 장의 색종이들로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$$\boxed{\begin{aligned}&2\times\{(\sqrt{3}+3\sqrt{3}+5\sqrt{3})+5\sqrt{3}\}\\&=2\times14\sqrt{3}=28\sqrt{3}\ (\text{cm})\end{aligned}}$$

$\therefore \boxed{28\sqrt{3}}$ cm

유사문제

넓이가 5 cm^2인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는

$\sqrt{5}$ cm

넓이가 20 cm^2인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는

$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

넓이가 45 cm^2인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는

$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm … (+3점)

즉, 세 장의 색종이들로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$2\times\{(\sqrt{5}+2\sqrt{5}+3\sqrt{5})+3\sqrt{5}\}=2\times9\sqrt{5}$

$=18\sqrt{5}$ (cm) … (+3점)

$\therefore$ $18\sqrt{5}$ cm

특별하게 연습하기

▶p. 54

01

A의 한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{2}}$ cm, B의 넓이는 $\boxed{8}$ cm^2

이므로 B의 한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{8}=2\sqrt{2}}$ cm, C의 넓이는

$\boxed{18}$ cm^2이므로 C의 한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{18}=3\sqrt{2}}$ cm

즉, 세 정사각형으로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$\boxed{2\times\{(\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2})+3\sqrt{2}\}=2\times9\sqrt{2}=18\sqrt{2}}$ (cm)

$\therefore$ $\boxed{18\sqrt{2}}$ cm

01-1

A의 한 변의 길이는 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

B의 넓이는 10 cm^2이므로 B의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ cm

C의 넓이는 5 cm^2이므로 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ cm … ❶

즉, 세 정사각형으로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$2\times\{(2\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{5})+2\sqrt{5}\}$

$=2\times(5\sqrt{5}+\sqrt{10})=10\sqrt{5}+2\sqrt{10}$ (cm) … ❷

$\therefore$ $(10\sqrt{5}+2\sqrt{10})$ cm

채점기준	배점
❶ 세 정사각형 A, B, C의 한 변의 길이를 각각 바르게 구한다.	3
❷ 세 정사각형으로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	3

02

넓이가 2, 3, 8, 12인 네 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\boxed{\sqrt{2}}$, $\boxed{\sqrt{3}}$, $\boxed{\sqrt{8}=2\sqrt{2}}$, $\boxed{\sqrt{12}=2\sqrt{3}}$

이다.

즉, 이 도형의 둘레의 길이는

$$\boxed{\begin{aligned}&2\times(\sqrt{2}+\sqrt{3}+2\sqrt{2})+4\times2\sqrt{3}\\&=2(3\sqrt{2}+\sqrt{3})+8\sqrt{3}\\&=6\sqrt{2}+2\sqrt{3}+8\sqrt{3}\\&=6\sqrt{2}+10\sqrt{3}\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{6\sqrt{2}+10\sqrt{3}}$

02-1

넓이가 3, 8, 12, 18인 네 정사각형의 한 변의 길이는

각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이다. … ❶

즉, 이 도형의 둘레의 길이는

$2\times(\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3})+4\times3\sqrt{2}$

$=2(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})+12\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}+6\sqrt{3}+12\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}+6\sqrt{3}$ … ❷

$\therefore$ $16\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 네 정사각형의 한 변의 길이를 각각 바르게 구한다.	2
❷ 네 정사각형으로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	4

03

$\triangle OAB=\boxed{3}$이므로 $\boxed{\frac{1}{2}\overline{OA}^2=3,\ \overline{OA}^2=6}$

즉, $\overline{OA}=\boxed{\sqrt{6}}$ ($\because$ $\overline{OA}>0$)

Q의 넓이는 $\boxed{6}$이므로 $\boxed{\frac{1}{2}\overline{AC}^2=6,\ \overline{AC}^2=12}$

즉, $\overline{AC}=\boxed{\sqrt{12}=2\sqrt{3}}$ ($\because$ $\overline{AC}>0$)

R의 넓이는 $\boxed{12}$이므로 $\boxed{\frac{1}{2}\overline{CE}^2=12,\ \overline{CE}^2=24}$

즉, $\overline{FE}=\overline{CE}=\boxed{\sqrt{24}=2\sqrt{6}}$ ($\because$ $\overline{CE}>0$)

따라서 점 F의 좌표는 $\boxed{(2\sqrt{3}+3\sqrt{6},\ 2\sqrt{6})}$이다.

$\therefore$ $\boxed{(2\sqrt{3}+3\sqrt{6},\ 2\sqrt{6})}$

03-1

$\overline{OA}=4$이므로 $S_1=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ … ❶

S_2의 넓이는 4이므로 $\frac{1}{2}\overline{AC}^2=4$, $\overline{AC}^2=8$

즉, $\overline{AC}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ($\because$ $\overline{AC}>0$) … ❷

S_3의 넓이는 2이므로 $\frac{1}{2}\overline{FC}^2=2$, $\overline{FC}^2=4$

즉, $\overline{FC}=\sqrt{4}=2$ ($\because$ $\overline{FC}>0$) … ❸

따라서 점 F의 좌표는 $(4+2\sqrt{2},\ 2)$이다. … ❹

$\therefore\ (4+2\sqrt{2},\ 2)$

채점기준	배점
❶ $\overline{OA}$의 길이와 S_1의 넓이를 각각 바르게 구한다.	1
❷ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{FC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❹ 점 F의 좌표를 바르게 구한다.	2

04

$\overline{CB}^2=\boxed{2^2+1^2=5}$이고 $\overline{CB}>0$이므로 $\overline{CB}=\boxed{\sqrt{5}}$

이때 $\overline{CP}=\overline{CB}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $\boxed{-1-\sqrt{5}}$이고,

$\overline{CQ}=\overline{CD}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $\boxed{-1+\sqrt{5}}$이다.

따라서 선분 PQ의 길이는

$\boxed{-1+\sqrt{5}-(-1-\sqrt{5})=-1+\sqrt{5}+1+\sqrt{5}=2\sqrt{5}}$

$\therefore\ \boxed{2\sqrt{5}}$

TIP

$\overline{CP}=\overline{CB}=\overline{CD}=\overline{CQ}$이므로 $\overline{PQ}=\overline{PC}+\overline{CQ}=2\overline{PC}=2\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

04-1

$\overline{AB}^2=1^2+3^2=10$이고 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{10}$ … ❶

이때 $\overline{AP}=\overline{AB}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $1+\sqrt{10}$이고,

$\overline{AQ}=\overline{AD}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $1-\sqrt{10}$이다. … ❷

따라서 선분 PQ의 길이는

$1+\sqrt{10}-(1-\sqrt{10})=1+\sqrt{10}-1+\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ … ❸

$\therefore\ 2\sqrt{10}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 두 점 P, Q가 나타내는 수를 각각 바르게 구한다.	2
❸ 선분 PQ의 길이를 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 56

01

$\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}$

즉, $A=10$ … ❶

또, $\dfrac{\sqrt{0.7}}{\sqrt{70}}=\sqrt{\dfrac{0.7}{70}}=\sqrt{\dfrac{1}{100}}=\dfrac{1}{10}$

즉, $B=\dfrac{1}{10}$ … ❷

$\therefore\ AB=10\times\dfrac{1}{10}=1$ … ❸

채점기준	배점
❶ A의 값을 바르게 구한다.	2
❷ B의 값을 바르게 구한다.	2
❸ AB의 값을 바르게 구한다.	1

02

(1) $\sqrt{2150}=\sqrt{21.5\times100}=10\sqrt{21.5}=10\times4.637=46.37$ … ❶

$\therefore\ 46.37$

(2) $\sqrt{86000}=\sqrt{4\times21500}=2\sqrt{21500}$

$=2\sqrt{2.15\times10000}=200\sqrt{2.15}$

$=200\times1.466=293.2$ … ❷

$\therefore\ 293.2$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{2150}$의 값을 바르게 구한다.	3
❷ $\sqrt{86000}$의 값을 바르게 구한다.	4

03

$\sqrt{7630}=\sqrt{76.3\times100}=10\sqrt{76.3}=10b$ … ❶

$\sqrt{76300}=\sqrt{7.63\times10000}=100\sqrt{7.63}=100a$ … ❷

즉, $\sqrt{7630}+\sqrt{76300}=10b+100a$ … ❸

$\therefore\ 100a+10b$

채점기준	배점
❶ $\sqrt{7630}$을 b에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\sqrt{76300}$을 a에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 주어진 식을 a, b에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	1

04

$\sqrt{\dfrac{11}{15}}\times3\sqrt{\dfrac{3}{10}}\div4\sqrt{\dfrac{33}{125}}\times(-\sqrt{5^2})$

$=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\times\dfrac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{33}}\times(-5)$

$=-\dfrac{75}{4\sqrt{30}}=-\dfrac{75\times\sqrt{30}}{4\sqrt{30}\times\sqrt{30}}$

$=-\dfrac{75\sqrt{30}}{120}=-\dfrac{5\sqrt{30}}{8}$

$\therefore\ -\dfrac{5\sqrt{30}}{8}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	6

05

원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{18})^2\times\sqrt{28}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times18\times2\sqrt{7}=12\sqrt{7}\pi\ (\text{cm}^3)$ … ❶

원기둥의 부피는

$\pi\times(\sqrt{10})^2\times h=10\pi h\ (\text{cm}^3)$ … ❷

두 입체도형의 부피가 서로 같으므로

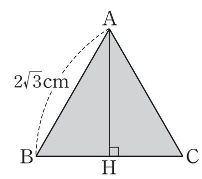
$10\pi h=12\sqrt{7}\pi$, $h=\dfrac{12\sqrt{7}\pi}{10\pi}=\dfrac{6\sqrt{7}}{5}$ ··· ❸

$\therefore\ \dfrac{6\sqrt{7}}{5}$

채점기준	배점
❶ 원뿔의 부피를 바르게 구한다.	2
❷ 원기둥의 부피를 h를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❸ h의 값을 바르게 구한다.	2

06

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{\mathrm{BH}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$ ··· ❶

$\triangle$ABH에서

$(\sqrt{3})^2+\overline{\mathrm{AH}}^2=(2\sqrt{3})^2$, $\overline{\mathrm{AH}}^2=12-3=9$

이때 $\overline{\mathrm{AH}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AH}}=3\,\mathrm{cm}$ ··· ❷

즉, $\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❸

$\therefore\ 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

채점기준	배점
❶ $\overline{\mathrm{BH}}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 정삼각형 ABC의 넓이를 바르게 구한다.	2

07

$\sqrt{\dfrac{b}{a}}+\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{(\sqrt{b})^2+(\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}\sqrt{b}}=\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}$ ··· ❶

$a+b=6$, $ab=3$이므로

$\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$ ··· ❷

$\therefore\ 2\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 정리한다.	3
❷ $\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{a}{b}}$의 값을 바르게 구한다.	2

08

주어진 식의 좌변을 계산하면

$\sqrt{5}(\sqrt{(-3)^2}-\sqrt{60})+\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2}+\dfrac{9}{\sqrt{3}}\right)\div3$

$=\sqrt{5}(3-2\sqrt{15})+\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2}+\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\right)\times\dfrac{1}{3}$

$=3\sqrt{5}-10\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{3}$

$=-9\sqrt{3}+\dfrac{7\sqrt{5}}{2}$ ··· ❶

즉, $a=-9$, $b=\dfrac{7}{2}$이므로 $a+2b=-9+2\times\dfrac{7}{2}=-2$ ··· ❷

$\therefore\ -2$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	4
❷ $a+2b$의 값을 바르게 구한다.	2

09

$\sqrt{20}\left(\sqrt{10}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)-a(4-\sqrt{2})$

$=2\sqrt{5}\left(\sqrt{10}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)-4a+\sqrt{2}a$

$=10\sqrt{2}-2-4a+\sqrt{2}a$

$=-2-4a+(10+a)\sqrt{2}$ ··· ❶

즉, $10+a=0$이어야 하므로 $a=-10$ ··· ❷

$\therefore\ -10$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산한다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2

10

$\sqrt{4x}$의 정수 부분이 5이므로 $5\le\sqrt{4x}<6$ ··· ❶

$5\le\sqrt{4x}<6$의 각 변을 제곱하면

$25\le4x<36$이므로 $x=7$, 8 ··· ❷

즉, 자연수 x의 개수는 2개이다. ··· ❸

∴ 2개

채점기준	배점
❶ $\sqrt{4x}$가 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	2
❷ 자연수 x의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❸ 자연수 x의 개수를 바르게 구한다.	1

11

$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이므로 $3<2\sqrt{3}<4$, $7<2\sqrt{3}+4<8$ ··· ❶

즉, $2\sqrt{3}+4$의 정수 부분은 7이므로 $a=7$

이때 소수 부분은 $2\sqrt{3}+4-7=2\sqrt{3}-3$이므로

$b=2\sqrt{3}-3$ ··· ❷

$\therefore\ a-b=7-(2\sqrt{3}-3)=7-2\sqrt{3}+3=10-2\sqrt{3}$ ··· ❸

채점기준	배점
❶ $2\sqrt{3}+4$가 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	2

12

$\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{5}+1$이므로 $2<\sqrt{5}<3$, $3<\sqrt{5}+1<4$

즉, $1+\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이므로 $a=3$ … ❶

또, $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{5}-1$이므로 $2<\sqrt{5}<3$, $1<\sqrt{5}-1<2$

이때 $\sqrt{5}-1$의 정수 부분은 1이므로

소수 부분은 $\sqrt{5}-1-1=\sqrt{5}-2$, 즉 $b=\sqrt{5}-2$ … ❷

$\therefore a^2+ab=3^2+3(\sqrt{5}-2)=9+3\sqrt{5}-6=3+3\sqrt{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ a^2+ab의 값을 바르게 구한다.	2

13

A의 한 변의 길이는 $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ m

B의 한 변의 길이는 $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ m

C의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ m … ❶

즉, 전체 밭의 둘레의 길이는

$2\times\{(5\sqrt{5}+3\sqrt{5}+\sqrt{5})+5\sqrt{5}\}=2\times14\sqrt{5}=28\sqrt{5}$ (m) … ❷

$\therefore 28\sqrt{5}$ m

채점기준	배점
❶ 세 밭 A, B, C의 한 변의 길이를 각각 바르게 구한다.	3
❷ 전체 밭의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	3

14

사분원 A의 반지름의 길이는 1

사분원 B의 반지름의 길이는 $3-\sqrt{2}-1=2-\sqrt{2}$

사분원 C의 반지름의 길이는

$1-(2-\sqrt{2})=1-2+\sqrt{2}=\sqrt{2}-1$

사분원 D의 반지름의 길이는

$2-\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)=2-\sqrt{2}-\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$ … ❶

즉, 사분원 A, B, C, D의 반지름의 길이의 합은

$1+(2-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-1)+(3-2\sqrt{2})=5-2\sqrt{2}$ … ❷

$\therefore 5-2\sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ 사분원 A, B, C, D의 반지름의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ 사분원 A, B, C, D의 반지름의 길이의 합을 바르게 구한다.	3

15

가장 큰 정사각형의 넓이가 $4\times4=16$ (cm^2)이므로

두 번째로 큰 정사각형의 넓이는 8 cm^2,

세 번째로 큰 정사각형의 넓이는 4 cm^2,

가장 작은 정사각형의 넓이는 2 cm^{2}이다. … ❶

즉, 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ cm이므로

둘레의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다. … ❷

$\therefore$ 둘레의 길이 : $4\sqrt{2}$ cm, 넓이 : 2 cm^2

채점기준	배점
❶ 가장 작은 정사각형의 넓이를 바르게 구한다.	3
❷ 가장 작은 정사각형의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	3

16

$a-b=2\sqrt{7}-1-(2\sqrt{6}+\sqrt{7}-1)$

$=2\sqrt{7}-1-2\sqrt{6}-\sqrt{7}+1$

$=\sqrt{7}-2\sqrt{6}=\sqrt{7}-\sqrt{24}<0$

따라서 $a-b<0$이므로 $a<b$ … ❶

$a-c=2\sqrt{7}-1-(\sqrt{7}+1)$

$=2\sqrt{7}-1-\sqrt{7}-1$

$=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$

따라서 $a-c>0$이므로 $a>c$ … ❷

즉, $a<b$이고 $a>c$이므로 $c<a<b$ … ❸

$\therefore c<a<b$

채점기준	배점
❶ a와 b의 대소를 바르게 비교한다.	2
❷ a와 c의 대소를 바르게 비교한다.	2
❸ a, b, c의 대소를 바르게 비교한다.	2

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

01 다항식의 곱셈과 곱셈 공식

1.1 곱셈 공식의 이해 ▶p. 64

교과서 기본예제 1

(1) $ab+2a+b+2$ (2) $xy-x+2y-2$
(3) $2ab+4a+3b+6$ (4) $8xy-4x-6y+3$

교과서 기본예제 2

(1) a^2+3a+2 (2) x^2+x-2
(3) $2a^2+7a+6$ (4) $8x^2-10x+3$

대표문제

$(3x-2)(-2x+5)-(x-3)(x+3)$
$=-6x^2+19x-10-(x^2-9)$
$=-6x^2+19x-10-x^2+9$
$=-7x^2+19x-1$

즉, $A=\boxed{-7}$, $B=\boxed{19}$, $C=\boxed{-1}$이므로

$A+B+C=\boxed{-7+19+(-1)=11}$

$\therefore \boxed{11}$

유사문제

$(x+2)(x+3)-(2x+1)(x+3)$
$=x^2+5x+6-(2x^2+7x+3)$
$=x^2+5x+6-2x^2-7x-3$
$=-x^2-2x+3$ … (+3점)
즉, $A=-1$, $B=-2$, $C=3$이므로
$A+B+C=-1+(-2)+3=0$ … (+3점)
$\therefore 0$

특별하게 연습하기 ▶p. 66

01

$(2x+B)^2=\boxed{4x^2+4Bx+B^2}$이므로

$A=\boxed{4}$이고, $4B=\boxed{4}$에서 $B=\boxed{1}$

즉, $A+B=\boxed{4+1=5}$

$\therefore \boxed{5}$

01-1

$(x-A)^2=x^2-2Ax+A^2$이므로 … ❶
$A^2=\frac{1}{9}$, $A=\frac{1}{3}$ ($\because A>0$)이고
$B=2A=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ … ❷
즉, $A+B=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$ … ❸
$\therefore 1$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개한다.	2
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $A+B$의 값을 바르게 구한다.	1

02

$(x-y)^2-(x-y)(x+y)$
$=x^2-2xy+y^2-(x^2-y^2)$
$=x^2-2xy+y^2-x^2+y^2$
$=-2xy+2y^2$

즉, $A=\boxed{0}$, $B=\boxed{-2}$, $C=\boxed{2}$이므로

$A+B+C=\boxed{0+(-2)+2=0}$

$\therefore \boxed{0}$

02-1

$(3x-5y)^2+(-2x+y)(-2x-y)$
$=9x^2-30xy+25y^2+4x^2-y^2$
$=13x^2-30xy+24y^2$ … ❶
즉, $A=13$, $B=-30$, $C=24$이므로
$A+B+C=13+(-30)+24=7$ … ❷
$\therefore 7$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3
❷ $A+B+C$의 값을 바르게 구한다.	3

03

$(x+4)(x+a)=\boxed{x^2+(a+4)x+4a}$

이때 x의 계수와 상수항은 서로 같으므로

$\boxed{a+4=4a,\ -3a=-4,\ a=\frac{4}{3}}$

$\therefore \boxed{\frac{4}{3}}$

03-1

$(x-3)(x+a)=x^2+(a-3)x-3a$ … ❶

이때 x의 계수와 상수항은 서로 같으므로

$a-3=-3a,\ 4a=3,\ a=\frac{3}{4}$ … ❷

$\therefore \frac{3}{4}$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 전개한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

04

$(ax-3)(2x+b)=\boxed{2ax^2+(ab-6)x-3b}$

이때 $-15=\boxed{-3b}$이므로 $b=\boxed{5}$

또, $4=\boxed{ab-6}$이므로

$\boxed{4=5a-6,\ -5a=-10,\ a=2}$

$a=\boxed{2}$이므로 $c=\boxed{2a=2\times2=4}$

즉, $a+b+c=\boxed{2+5+4=11}$

$\therefore \boxed{11}$

04-1

$(ax-4)(5x+b)=5ax^2+(ab-20)x-4b$ … ❶

이때 $15=5a$이므로 $a=3$

또, $-2=ab-20$이므로

$-2=3b-20,\ -3b=-18,\ b=6$

$b=6$이므로 $c=-4b=-4\times6=-24$ … ❷

즉, $a+b+c=3+6+(-24)=-15$ … ❸

$\therefore -15$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개한다.	2
❷ $a,\ b,\ c$의 값을 각각 바르게 구한다.	3
❸ $a+b+c$의 값을 바르게 구한다.	1

12 도형에서의 곱셈 공식의 활용

▶p. 68

교과서 기본예제 1

$9a^2+12a+4$

교과서 기본예제 2

$54x^2-12x-2$

대표문제

색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $\boxed{a+8}$,

세로의 길이는 $\boxed{a-5}$이다.

즉, 색칠한 직사각형의 넓이는

$\boxed{(a+8)(a-5)=a^2+3a-40}$

$\therefore \boxed{a^2+3a-40}$

유사문제

새로운 직사각형 모양의 꽃밭의

가로의 길이는 $3x-5$,

세로의 길이는 $3x+2$이다. … (+2점)

즉, 새로운 직사각형 모양의 꽃밭의 넓이는

$(3x-5)(3x+2)=9x^2-9x-10$ … (+3점)

$\therefore 9x^2-9x-10$

특별하게 연습하기

▶p. 70

01

새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $\boxed{x-3a}$,

세로의 길이는 $\boxed{x+a}$이므로 넓이는

$\boxed{(x-3a)(x+a)=x^2-2ax-3a^2}$

이때 $-2=\boxed{-2a}$에서 $a=\boxed{1}$이고,

$b=\boxed{3a^2=3\times1^2=3}$이므로 $a+b=\boxed{1+3=4}$

$\therefore \boxed{4}$

01-1

새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $x+13a$,
세로의 길이는 $x-10a$이므로 넓이는

$(x+13a)(x-10a)=x^2+3ax-130a^2$ … ❶

이때 $6=3a$에서 $a=2$이고,
$-13b=-130a^2$에서 $b=10a^2=10\times2^2=40$이므로

$a+b=2+40=42$ … ❷

$\therefore$ 42

채점기준	배점
❶ 새로 만든 직사각형의 넓이를 바르게 구한다.	3
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	3

02

직육면체의 밑넓이는

$\boxed{(3x+1)(2x+3)=6x^2+11x+3}$

직육면체의 옆넓이는

$$\boxed{\begin{aligned}&2\{(3x+1)(x-1)+(2x+3)(x-1)\}\\&=2(3x^2-2x-1+2x^2+x-3)\\&=2(5x^2-x-4)=10x^2-2x-8\end{aligned}}$$

즉, 직육면체의 겉넓이는

$$\boxed{\begin{aligned}&2(6x^2+11x+3)+10x^2-2x-8\\&=12x^2+22x+6+10x^2-2x-8\\&=22x^2+20x-2\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{22x^2+20x-2}$

02-1

직육면체의 밑넓이는

$(2x+y)(3x+4y)=6x^2+11xy+4y^2$ … ❶

직육면체의 옆넓이는

$2\{(2x+y)(x+3y)+(3x+4y)(x+3y)\}$
$=2(2x^2+7xy+3y^2+3x^2+13xy+12y^2)$
$=2(5x^2+20xy+15y^2)$
$=10x^2+40xy+30y^2$ … ❷

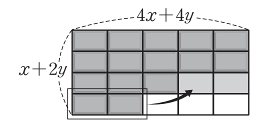
즉, 직육면체의 겉넓이는

$2(6x^2+11xy+4y^2)+10x^2+40xy+30y^2$
$=12x^2+22xy+8y^2+10x^2+40xy+30y^2$
$=22x^2+62xy+38y^2$ … ❸

$\therefore$ $22x^2+62xy+38y^2$

채점기준	배점
❶ 직육면체의 밑넓이를 바르게 구한다.	2
❷ 직육면체의 옆넓이를 바르게 구한다.	3
❸ 직육면체의 겉넓이를 바르게 구한다.	1

03



현재 타일을 붙인 부분의 넓이는 가로가 타일 $\boxed{5}$개, 세로가 타일 $\boxed{3}$개로 이루어진 직사각형의 넓이와 같다.

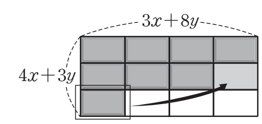
즉, 현재 타일을 붙인 부분의 넓이는

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{3}{4}(4x+4y)(x+2y)&=\frac{3}{4}(4x^2+12xy+8y^2)\\&=3x^2+9xy+6y^2\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{3x^2+9xy+6y^2}$

TIP 타일 1개의 넓이를 구한 후 이를 이용하여 타일 15개의 넓이를 구해도 무방하다.

03-1



현재 타일을 붙인 부분의 넓이는 가로가 타일 4개, 세로가 타일 2개로 이루어진 직사각형의 넓이와 같다. … ❶

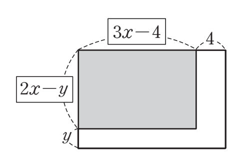
즉, 현재 타일을 붙인 부분의 넓이는

$\frac{2}{3}(3x+8y)(4x+3y)=\frac{2}{3}(12x^2+41xy+24y^2)$
$=8x^2+\frac{82}{3}xy+16y^2$ … ❷

$\therefore$ $8x^2+\frac{82}{3}xy+16y^2$

채점기준	배점
❶ 현재 타일을 붙인 부분의 넓이의 특징을 바르게 제시한다.	3
❷ 현재 타일을 붙인 부분의 넓이를 바르게 구한다.	3

04



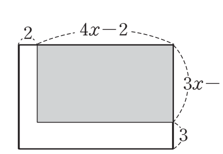
길을 제외한 땅을 그림과 같이 이어 붙이면 가로의 길이는 $\boxed{3x-4}$, 세로의 길이는 $\boxed{2x-y}$인 직사각형이 된다.

즉, 길을 제외한 땅의 넓이는

$\boxed{(3x-4)(2x-y)=6x^2-3xy-8x+4y}$

$\therefore$ $\boxed{6x^2-3xy-8x+4y}$

04-1



길을 제외한 땅을 그림과 같이 이어 붙이면 가로의 길이는 $4x-2$, 세로의 길이는 $3x-1$인 직사각형이 된다. … ❶

즉, 길을 제외한 땅의 넓이는

$(4x-2)(3x-1)=12x^2-10x+2$ … ❷

$\therefore$ $12x^2-10x+2$

채점기준	배점
❶ 길을 제외한 땅의 특징을 바르게 제시한다.	3
❷ 길을 제외한 땅의 넓이를 바르게 구한다.	3

13 곱셈 공식을 이용한 수의 계산 ▶p. 72

교과서 기본예제 1

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
(4) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

교과서 기본예제 2

$3^{16}-1$

대표문제

곱셈 공식 $\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$

을 이용한다.

즉, $\frac{96\times104+16}{50}$에서

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{(100-4)(100+4)+16}{50}&=\frac{100^2-4^2+16}{50}\\&=\frac{10000-16+16}{50}\\&=\frac{10000}{50}\\&=200\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{200}$

유사문제

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. … (+2점)

즉, $\frac{97\times103+9}{100}$에서

$$\frac{(100-3)(100+3)+9}{100}=\frac{100^2-3^2+9}{100}=\frac{10000-9+9}{100}$$
$$=\frac{10000}{100}=100 \quad \cdots\ (+3점)$$

$\therefore$ 100

특별하게 연습하기 ▶p. 74

01

곱셈 공식 $\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$,

$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$을(를) 이용한다.

즉, $97^2+102\times98$에서

$$\boxed{\begin{aligned}&(100-3)^2+(100+2)(100-2)\\&=100^2-2\times100\times3+3^2+100^2-2^2\\&=10000-600+9+10000-4=19405\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{19405}$

01-1

곱셈 공식 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$,
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. … ❶
즉, $103\times97-29^2$에서
$(100+3)(100-3)-(30-1)^2$
$=100^2-3^2-(30^2-2\times30\times1+1^2)$
$=10000-9-900+60-1=9150$ … ❷
$\therefore$ 9150

채점기준	배점
❶ 이용하는 가장 적당한 곱셈 공식을 모두 바르게 제시한다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3

02

곱셈 공식

$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$을(를) 이용한다.

즉, $10.3\times9.7-10.1\times9.9$에서

$$\boxed{\begin{aligned}&(10+0.3)(10-0.3)-(10+0.1)(10-0.1)\\&=10^2-0.3^2-(10^2-0.1^2)\\&=100-0.09-100+0.01\\&=-0.08\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{-0.08}$

02-1

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다. … ❶
즉, $40.1\times39.9-30.4\times29.6$에서
$(40+0.1)(40-0.1)-(30+0.4)(30-0.4)$
$=40^2-0.1^2-(30^2-0.4^2)$
$=1600-0.01-900+0.16=700.15$ … ❷

∴ 700.15

채점기준	배점
❶ 이용하는 가장 적당한 곱셈 공식을 바르게 제시한다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3

03

$118=x$로 놓으면

$$\frac{117\times119+1}{118}=\boxed{\frac{(x-1)(x+1)+1}{x}}$$

이 식을 계산하면

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{(x-1)(x+1)+1}{x}&=\frac{x^2-1^2+1}{x}=\frac{x^2-1+1}{x}\\&=\frac{x^2}{x}=x=118\end{aligned}}$$

∴ $\boxed{118}$

03-1

$4000=x$로 놓으면

$$\frac{3998\times4002+4}{4000}=\frac{(x-2)(x+2)+4}{x}\qquad\cdots❶$$

이 식을 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{(x-2)(x+2)+4}{x}&=\frac{x^2-2^2+4}{x}=\frac{x^2-4+4}{x}\\&=\frac{x^2}{x}=x=4000\qquad\cdots❷\end{aligned}$$

∴ 4000

채점기준	배점
❶ $4000=x$로 놓고 주어진 식을 x에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3

04

등식의 양변에 $\boxed{(3-1)}$을 곱하여 정리하면

$$\boxed{\begin{aligned}&(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)=(3-1)\times\frac{1}{2}(3^n-1)\\&(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)=2\times\frac{1}{2}(3^n-1)\\&(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)=3^n-1\\&(3^8-1)(3^8+1)=3^n-1\\&3^{16}-1=3^n-1\end{aligned}}$$

즉, 등식을 만족시키는 자연수 n의 값은 $\boxed{16}$이다.

∴ $\boxed{16}$

04-1

등식의 양변에 $(5-1)$을 곱하여 정리하면

$$\begin{aligned}&(5-1)(5+1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)\\&\qquad=(5-1)\frac{1}{A}(5^B-1)\\&(5^2-1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)=\frac{4}{A}(5^B-1)\\&(5^4-1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)=\frac{4}{A}(5^B-1)\\&(5^8-1)(5^8+1)(5^{16}+1)=\frac{4}{A}(5^B-1)\\&(5^{16}-1)(5^{16}+1)=\frac{4}{A}(5^B-1),\ 5^{32}-1=\frac{4}{A}(5^B-1)\qquad\cdots❶\end{aligned}$$

즉, 등식을 만족시키는 자연수 A의 값은 4이고,
B의 값은 32이므로 $B-A=32-4=28$ ⋯ ❷

∴ 28

채점기준	배점
❶ 주어진 등식을 바르게 정리한다.	4
❷ $B-A$의 값을 바르게 구한다.	2

14 곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 수의 계산

▶p. 76

교과서 기본예제 1

(1) $5+2\sqrt{6}$　(2) $3-2\sqrt{2}$
(3) 2　(4) $-\sqrt{2}$

교과서 기본예제 2

(1) $\sqrt{2}+1$　(2) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
(3) $3-2\sqrt{2}$　(4) $5+2\sqrt{6}$

대표문제

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{1}{2\sqrt{3}-3}-\frac{1}{2\sqrt{3}+3}\\&=\frac{2\sqrt{3}+3}{(2\sqrt{3}-3)(2\sqrt{3}+3)}-\frac{2\sqrt{3}-3}{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)}\\&=\frac{2\sqrt{3}+3}{12-9}-\frac{2\sqrt{3}-3}{12-9}=\frac{2\sqrt{3}+3-2\sqrt{3}+3}{3}\\&=\frac{6}{3}=2\end{aligned}}$$

즉, $a=\boxed{2}$, $b=\boxed{0}$이므로

$a+b=\boxed{2+0=2}$

$\therefore \boxed{2}$

TIP

$\dfrac{1}{2\sqrt{3}-3}-\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3}$을 계산할 때, 두 분수를 통분하여 계산해도 무방하다.

유사문제

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3\sqrt{2}-4}-\frac{1}{3\sqrt{2}+4}\\&=\frac{3\sqrt{2}+4}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)}-\frac{3\sqrt{2}-4}{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)}\\&=\frac{3\sqrt{2}+4}{18-16}-\frac{3\sqrt{2}-4}{18-16}\\&=\frac{3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4}{2}=\frac{8}{2}=4\end{aligned}$$ … (+4점)

즉, $a=4$, $b=0$이므로 $a+b=4+0=4$ … (+2점)

$\therefore 4$

특별하게 연습하기

▶p. 78

01

$$\begin{aligned}&(\sqrt{7}-2)^2-(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})\\&=7-4\sqrt{7}+4-(5-3)\\&=11-4\sqrt{7}-2\\&=9-4\sqrt{7}\end{aligned}$$

$\therefore \boxed{9-4\sqrt{7}}$

01-1

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+2)^2-(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)&=3+4\sqrt{3}+4-(7-9)\\&=7+4\sqrt{3}+2\\&=9+4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$\therefore 9+4\sqrt{3}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

02

$x=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=\boxed{\dfrac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\dfrac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4}=9-4\sqrt{5}}$

$y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\boxed{\dfrac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\dfrac{5+4\sqrt{5}+4}{5-4}=9+4\sqrt{5}}$

즉, $x-y=\boxed{9-4\sqrt{5}-(9+4\sqrt{5})=9-4\sqrt{5}-9-4\sqrt{5}=-8\sqrt{5}}$

$\therefore \boxed{-8\sqrt{5}}$

TIP

x, y의 값을 $x-y$에 직접 대입한 후 통분을 이용하여 서술해도 무방하다.

02-1

$$x=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}-2}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}$$

$$=-\frac{2\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{6}-2\sqrt{3}$$ … ❶

$$y=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+2}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)}$$

$$=-\frac{2\sqrt{6}-4\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{6}+2\sqrt{3}$$ … ❷

즉, $x-y=-\sqrt{6}-2\sqrt{3}-(-\sqrt{6}+2\sqrt{3})$

$=-\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}-2\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$ … ❸

$\therefore -4\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 간단히 한다.	2
❷ y의 값을 바르게 간단히 한다.	2
❸ $x-y$의 값을 바르게 구한다.	1

03

$$\begin{aligned}(4\sqrt{3}-6)(a+2\sqrt{3})&=4\sqrt{3}a+24-6a-12\sqrt{3}\\&=24-6a+4\sqrt{3}a-12\sqrt{3}\\&=24-6a+4(a-3)\sqrt{3}\end{aligned}$$

즉, $\boxed{a-3=0}$이어야 하므로 $a=\boxed{3}$

$\therefore \boxed{3}$

03-1

$$\begin{aligned}(2-\sqrt{3})(a-4\sqrt{3})&=2a-8\sqrt{3}-\sqrt{3}a+12\\&=2a+12-\sqrt{3}a-8\sqrt{3}\\&=2a+12-(a+8)\sqrt{3}\end{aligned}$$ … ❶

즉, $a+8=0$이어야 하므로 $a=-8$ … ❷

$\therefore -8$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 전개한다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2

04

$\frac{4}{\sqrt{5}+1}=\boxed{\frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}=\frac{4(\sqrt{5}-1)}{5-1}=\sqrt{5}-1}$

이때 $\boxed{2}<\sqrt{5}<\boxed{3}$이므로 $\boxed{1<\sqrt{5}-1<2}$

즉, $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$의 정수 부분은 $\boxed{1}$이므로 $a=\boxed{1}$

이때 소수 부분은 $\boxed{\sqrt{5}-1-1=\sqrt{5}-2}$이므로

$b=\boxed{\sqrt{5}-2}$

$\therefore a+2b=\boxed{1+2(\sqrt{5}-2)=1+2\sqrt{5}-4=2\sqrt{5}-3}$

04-1

$\frac{4}{3-\sqrt{5}}=\frac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}=\frac{4(3+\sqrt{5})}{9-5}=3+\sqrt{5}$

이때 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $5<3+\sqrt{5}<6$ … ❶

즉, $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$의 정수 부분은 5이므로 $a=5$

이때 소수 부분은 $3+\sqrt{5}-5=\sqrt{5}-2$이므로 $b=\sqrt{5}-2$ … ❷

$\therefore a+2b=5+2(\sqrt{5}-2)=5+2\sqrt{5}-4=1+2\sqrt{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ 주어진 수가 어떤 두 정수 사이의 수인지 바르게 제시한다.	3
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $a+2b$의 값을 바르게 구한다.	1

15 곱셈 공식을 이용한 식의 값 ▶p. 80

교과서 기본예제 1

(1) $x^2+2+\frac{1}{x^2}$ (2) $x^2-2+\frac{1}{x^2}$

(3) $x^2+4+\frac{4}{x^2}$ (4) $x^4+2+\frac{1}{x^4}$

교과서 기본예제 2

(1) 14 (2) 4

대표문제

$x=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\boxed{\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1}=\sqrt{3}-1}$

$y=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\boxed{\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1}=\sqrt{3}+1}$

이때 $x+y=\boxed{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1=2\sqrt{3}}$

$xy=\boxed{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)=3-1=2}$

즉, $x^2+y^2=\boxed{(x+y)^2-2xy}$

$=\boxed{(2\sqrt{3})^2-2\times 2=12-4=8}$

$\therefore \boxed{8}$

유사문제

$x=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}=3-2\sqrt{2}$

$y=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}=3+2\sqrt{2}$

… (+2점)

이때 $x+y=3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}=6$

$xy=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})=9-8=1$ … (+2점)

즉, $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=6^2-2\times 1=36-2=34$ … (+2점)

$\therefore$ 34

특별하게 연습하기 ▶p. 82

01

주어진 식의 값을 통분하여 구하면

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{y}{x}+\frac{x}{y}&=\frac{y^2}{xy}+\frac{x^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}\\&=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\frac{6^2-2\times 9}{9}\\&=\frac{36-18}{9}=\frac{18}{9}=2\end{aligned}}$$

$\therefore \boxed{2}$

01-1

주어진 식의 값을 통분하여 구하면

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x-y)^2+2xy}{xy}$$
$$=\frac{3^2+2\times2}{2}=\frac{9+4}{2}=\frac{13}{2}$$

$\therefore \frac{13}{2}$

채점기준	배점
식의 값을 바르게 구한다.	5

02

(1) $x=0$일 때, $x^2-5x-1=-1\neq0$이므로 $x\neq0$이다.
$x\neq0$이므로 $x^2-5x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$$\boxed{x-5-\frac{1}{x}=0,\ x-\frac{1}{x}=5}$$

$\therefore \boxed{5}$

(2) $x-\frac{1}{x}=\boxed{5}$이므로

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\boxed{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=5^2+2=27}$$

$\therefore \boxed{27}$

02-1

(1) $x=0$일 때, $x^2-4x+1=1\neq0$이므로 $x\neq0$이다.
$x\neq0$이므로 $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x-4+\frac{1}{x}=0,\ x+\frac{1}{x}=4$$ … ❶

$\therefore 4$

(2) $x+\frac{1}{x}=4$이므로

$$3x^2+\frac{3}{x^2}=3\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=3\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right\}$$
$$=3(4^2-2)=3\times14=42$$ … ❷

$\therefore 42$

채점기준	배점
❶ (1)의 식의 값을 바르게 구한다.	3
❷ (2)의 식의 값을 바르게 구한다.	3

03

$$a=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\boxed{\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{5+2\sqrt{6}}{3-2}=5+2\sqrt{6}}$$

$$b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\boxed{\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{5-2\sqrt{6}}{3-2}=5-2\sqrt{6}}$$

이때 $a+b=\boxed{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}=10}$

$ab=\boxed{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})=25-24=1}$

즉, $a^2-ab+b^2=\boxed{(a+b)^2-3ab=10^2-3\times1=97}$

$\therefore \boxed{97}$

TIP

$a-b$의 값과 ab의 값을 이용하여 식의 값을 구해도 무방하다.

03-1

$$x=\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{7+4\sqrt{3}}{4-3}=7+4\sqrt{3}$$

$$y=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{7-4\sqrt{3}}{4-3}=7-4\sqrt{3}$$ … ❶

이때 $x+y=7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3}=14$

$xy=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=49-48=1$ … ❷

즉, $x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy=14^2-1=195$ … ❸

$\therefore 195$

채점기준	배점
❶ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화한다.	2
❷ $x+y$, xy의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	2

04

$$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\boxed{\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}}$$

이때 $x=\boxed{2-\sqrt{3}}$에서 $\boxed{x-2=-\sqrt{3}}$이므로

양변을 제곱하면

$\boxed{(x-2)^2=3,\ x^2-4x+4=3,\ x^2-4x=-1}$

즉, $x^2-4x=\boxed{-1}$이므로

$x^2-4x+1=\boxed{-1+1=0}$

$\therefore \boxed{0}$

TIP

$x^2-4x+4=3$의 양변에서 3을 빼서 식의 값을 구하는 방법도 있다.

04-1

$$x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{8-2\sqrt{15}}{5-3}=4-\sqrt{15}$$ … ❶

이때 $x=4-\sqrt{15}$에서 $x-4=-\sqrt{15}$이므로

양변을 제곱하면

$(x-4)^2=15,\ x^2-8x+16=15,\ x^2-8x=-1$ … ❷

즉, $x^2-8x=-1$이므로 $x^2-8x+4=-1+4=3$ … ❸

$\therefore 3$

채점기준	배점
❶ x의 분모를 바르게 유리화한다.	2
❷ x^2-8x의 값을 바르게 구한다.	3
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 84

01

$(ax-7)^2=a^2x^2-14ax+49$이므로 … ❶

$-14a=28,\ a=-2$

또, $b=49$ … ❷

즉, $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times(-2)\times49=-49$ … ❸

$\therefore\ -49$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개한다.	2
❷ $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\frac{1}{2}ab$의 값을 바르게 구한다.	1

02

주어진 식의 좌변을 바르게 전개하면

$(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^4-16)(x^4+16)$

$=x^8-256$ … ❶

즉, $a=8,\ b=256$이므로 $a+b=8+256=264$ … ❷

$\therefore\ 264$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 전개한다.	3
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

03

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로 … ❶

$ab=-20$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(-20,\ 1),\ (-10,\ 2),\ (-5,\ 4),\ (-4,\ 5),$

$(-2,\ 10),\ (-1,\ 20),\ (1,\ -20),\ (2,\ -10),$

$(4,\ -5),\ (5,\ -4),\ (10,\ -2),\ (20,\ -1)$ … ❷

이때 $A=a+b$이므로 가능한 A의 값은

$-19,\ -8,\ -1,\ 1,\ 8,\ 19$이다. … ❸

$\therefore\ -19,\ -8,\ -1,\ 1,\ 8,\ 19$

채점기준	배점
❶ $(x+a)(x+b)$를 바르게 전개한다.	2
❷ $ab=-20$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 바르게 구한다.	2
❸ 가능한 A의 값을 모두 바르게 구한다.	2

04

$(2x-5)(3x+1)-(x+3)(2x-4)$

$=6x^2-13x-5-(2x^2+2x-12)$

$=6x^2-13x-5-2x^2-2x+12$

$=4x^2-15x+7$ … ❶

즉, $A=4,\ B=-15,\ C=7$이므로

$A+B+C=4+(-15)+7=-4$ … ❷

$\therefore\ -4$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3
❷ $A+B+C$의 값을 바르게 구한다.	3

05

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(x-4)$ cm,

세로의 길이는 $(x+5)$ cm이므로 넓이는

$(x-4)(x+5)=x^2+x-20\ (\text{cm}^2)$ … ❶

처음 정사각형의 넓이는 $x^2\ \text{cm}^2$이므로

$x^2+x-20=x^2-2,\ x=18$ … ❷

$\therefore\ 18$

채점기준	배점
❶ 새로운 직사각형의 넓이를 바르게 구한다.	4
❷ x의 값을 바르게 구한다.	2

06

사각형 ABEH, HFGD, IJCG는 모두 정사각형이다. … ❶

$\overline{FG}=\overline{DG}=\overline{HD}=b-a$이므로

$\overline{IJ}=\overline{IG}=\overline{GC}=a-(b-a)=a-b+a=2a-b$

또, $\overline{FI}=\overline{FG}-\overline{IG}=b-a-(2a-b)=b-a-2a+b$

$=-3a+2b$ … ❷

즉, 사각형 FEJI의 넓이는

$(-3a+2b)(2a-b)=-6a^2+7ab-2b^2$ … ❸

$\therefore\ -6a^2+7ab-2b^2$

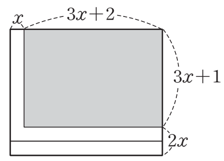
채점기준	배점
❶ 사각형 ABEH, HFGD, IJCG가 모두 정사각형임을 바르게 제시한다.	1
❷ $\overline{IJ},\ \overline{FI}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❸ 사각형 FEJI의 넓이를 바르게 구한다.	2

TIP

□ABCD−(□ABEH+□HFGD+□IJCG)를 이용하는 방법도 있다.

07

꽃밭을 그림과 같이 이어 붙이면 가로의 길이는 $3x+2$, 세로의 길이는 $3x+1$인 직사각형이 된다. … ❶



즉, 꽃밭의 넓이는

$$(3x+2)(3x+1)=9x^2+9x+2 \quad \cdots ❷$$

$\therefore\ 9x^2+9x+2$

채점기준	배점
❶ 꽃밭의 특징을 바르게 제시한다.	3
❷ 꽃밭의 넓이를 바르게 구한다.	3

08

주어진 식의 좌변을 바르게 계산하면

$$\begin{aligned}299^2+599&=(300-1)^2+599\\&=300^2-2\times300\times1+1^2+599\\&=90000-600+1+599\\&=90000\end{aligned} \quad \cdots ❶$$

이때 $90000=9\times10^4$이므로 $a=9$, $n=4$ … ❷

$\therefore\ a+n=9+4=13$ … ❸

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	3
❷ a, n의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $a+n$의 값을 바르게 구한다.	1

09

$10000=x$로 놓으면

$$\frac{10001^2-9999\times10001-2}{10000}=\frac{(x+1)^2-(x-1)(x+1)-2}{x} \quad \cdots ❶$$

이 식을 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{(x+1)^2-(x-1)(x+1)-2}{x}&=\frac{x^2+2x+1-(x^2-1)-2}{x}\\&=\frac{x^2+2x+1-x^2+1-2}{x}\\&=\frac{2x}{x}=2\end{aligned} \quad \cdots ❷$$

$\therefore\ 2$

채점기준	배점
❶ $10000=x$로 놓고 주어진 식을 x에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 계산한다.	3

10

$$\begin{aligned}&\frac{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1}{2^8}\\&=\frac{(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1}{2^8}\\&=\frac{(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1}{2^8}\\&=\frac{(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)+1}{2^8}\\&=\frac{(2^8-1)(2^8+1)+1}{2^8}=\frac{2^{16}-1+1}{2^8}=\frac{2^{16}}{2^8}=2^8=256\end{aligned}$$

$\therefore\ 256$

채점기준	배점
식의 값을 바르게 구한다.	7

11

주어진 식의 좌변을 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{1-\sqrt3}{2+\sqrt3}-\frac{2-\sqrt3}{1+\sqrt3}&=\frac{(1-\sqrt3)(2-\sqrt3)}{(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)}-\frac{(2-\sqrt3)(1-\sqrt3)}{(1+\sqrt3)(1-\sqrt3)}\\&=\frac{2-3\sqrt3+3}{4-3}-\frac{2-3\sqrt3+3}{1-3}\\&=\frac{10-6\sqrt3+5-3\sqrt3}{2}\\&=\frac{15}{2}-\frac{9\sqrt3}{2}\end{aligned} \quad \cdots ❶$$

즉, $a=\frac{15}{2}$, $b=-\frac{9}{2}$이므로 $a+b=\frac{15}{2}+\left(-\frac{9}{2}\right)=3$ … ❷

$\therefore\ 3$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	4
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

12

$$\begin{aligned}(2\sqrt2+3)^9(2\sqrt2-3)^{11}&=(2\sqrt2+3)^9(2\sqrt2-3)^9(2\sqrt2-3)^2\\&=\{(2\sqrt2+3)(2\sqrt2-3)\}^9(2\sqrt2-3)^2\\&=(8-9)^9(8-12\sqrt2+9)\\&=-(17-12\sqrt2)\\&=-17+12\sqrt2\end{aligned} \quad \cdots ❶$$

즉, $a=-17$, $b=12$이므로 $a+b=-17+12=-5$ … ❷

$\therefore\ -5$

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 계산한다.	4
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

13

(i) $a+3\sqrt2+4-b\sqrt2=a+4+(3-b)\sqrt2$가
유리수가 되려면 $3-b=0$이어야 한다. 즉, $b=3$ … ❶

(ii) $b=3$이므로

$$\begin{aligned}(a+3\sqrt2)(4-3\sqrt2)&=4a-3\sqrt2a+12\sqrt2-18\\&=4a-18-3(a-4)\sqrt2\end{aligned}$$

즉, $a-4=0$이어야 하므로 $a=4$ … ❷

$\therefore\ a+b=4+3=7$ … ❸

채점기준	배점
❶ b의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

14

(1) $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=(x+y)^2-4xy$

$=(2\sqrt{3})^2-4\times(-1)=12+4=16$ … ❶

$\therefore$ 16

(2) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{y^2}{xy}+\dfrac{x^2}{xy}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$

$=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\dfrac{(2\sqrt{3})^2-2\times(-1)}{-1}$

$=-(12+2)=-14$ … ❷

$\therefore$ -14

채점기준	배점
❶ (1)의 식의 값을 바르게 구한다.	3
❷ (2)의 식의 값을 바르게 구한다.	4

15

$x=0$이면 $x^2-x-1=-1\neq0$이므로 $x\neq0$이다.

$x\neq0$이므로 $x^2-x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-1-\dfrac{1}{x}=0$, $x-\dfrac{1}{x}=1$ … ❶

$x-\dfrac{1}{x}=1$이므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=1^2+2=3$ … ❷

즉, $x^2+\dfrac{1}{x^2}=3$이므로 $x^4+\dfrac{1}{x^4}=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)^2-2=3^2-2=7$ … ❸

$\therefore$ 7

채점기준	배점
❶ $x-\dfrac{1}{x}$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $x^4+\dfrac{1}{x^4}$의 값을 바르게 구한다.	3

16

$\overline{AB}^2=3^2+1^2=10$이고 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{10}$

즉, $\overline{AD}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이다. … ❶

이때 $\overline{AP}=\overline{AD}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $2-\sqrt{10}$

$\overline{AQ}=\overline{AB}$이므로 점 Q가 나타내는 수는 $2+\sqrt{10}$

따라서 $a=2-\sqrt{10}$, $b=2+\sqrt{10}$ … ❷

이때 $a+b=2-\sqrt{10}+2+\sqrt{10}=4$,

$ab=(2-\sqrt{10})(2+\sqrt{10})=4-10=-6$이므로

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{a+b}{ab}=\dfrac{4}{-6}=-\dfrac{2}{3}$ … ❸

$\therefore$ $-\dfrac{2}{3}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	1
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	3

02 인수분해

16 인수분해의 이해(1) ▶p. 90

교과서 기본예제 1

(1) $xy(x+3y-2)$
(2) $(b+2)(a-3)$
(3) $(x+1)^2$
(4) $(x-2y)^2$

교과서 기본예제 2

(1) 4
(2) 9

대표문제

$$\begin{aligned}&(2x-1)(2x-3)+k\\&=4x^2-8x+3+k\\&=4\left(x^2-2x+\frac{3+k}{4}\right)\\&=4\left(x^2-2\times x\times 1+\frac{3+k}{4}\right)\end{aligned}$$

이때 다항식이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\boxed{\frac{3+k}{4}=(-1)^2,\ k+3=4,\ k=1}$

$\therefore$ $\boxed{1}$

유사문제

$(x-2)(x+5)+k=x^2+3x-10+k$

$=x^2+2\times x\times\frac{3}{2}-10+k$ … (+3점)

이때 다항식이 완전제곱식이 되어야 하므로

$-10+k=\left(\frac{3}{2}\right)^2,\ -10+k=\frac{9}{4},\ k=\frac{49}{4}$ … (+3점)

$\therefore\ \frac{49}{4}$

특별하게 연습하기 ▶p. 92

01

$4x^2y$와 $8xy^2$의 공통인수는 $\boxed{4xy}$이다.

즉, $4x^2y+8xy^2$을 $\boxed{4xy}$(으)로 묶어서 인수분해하면

$\boxed{4xy(x+2y)}$

$\therefore$ $\boxed{4xy(x+2y)}$

01-1

$5a^2b$와 $10ab^2$의 공통인수는 $5ab$이다. … ❶

즉, $5a^2b-10ab^2$을 $5ab$로 묶어서 인수분해하면

$5ab(a-2b)$ … ❷

$\therefore\ 5ab(a-2b)$

채점기준	배점
❶ 주어진 두 항의 공통인수를 바르게 구한다.	2
❷ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	3

02

$$\begin{aligned}ax^2-4ax+4a&=a(x^2-4x+4)\\&=a(x-2)^2\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{a(x-2)^2}$

02-1

$$\begin{aligned}18x^2-12x+2&=2(9x^2-6x+1)\\&=2(3x-1)^2\end{aligned}$$

$\therefore\ 2(3x-1)^2$

채점기준	배점
주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	5

03

$9x^2+(k-1)x+16=\boxed{(3x)^2+(k-1)x+(\pm4)^2}$

즉, $k-1=\boxed{2\times3\times(\pm4)=\pm24}$

따라서 $k-1=\boxed{24}$에서 $k=\boxed{25}$

또는 $k-1=\boxed{-24}$에서 $k=\boxed{-23}$

$\therefore$ $\boxed{-23}$, $\boxed{25}$

03-1

$4x^2+(a-4)x+9=(2x)^2+(a-4)x+(\pm3)^2$

즉, $a-4=2\times2\times(\pm3)=\pm12$ … ❶

따라서 $a-4=12$에서 $a=16$

또는 $a-4=-12$에서 $a=-8$ … ❷

$\therefore\ -8,\ 16$

채점기준	배점
❶ a의 값을 구하기 위한 식을 바르게 제시한다.	3
❷ a의 값을 모두 바르게 구한다.	2

04

$\sqrt{a^2+6a+9}+\sqrt{a^2-4a+4}=\boxed{\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-2)^2}}$

이때 $-3<a<2$이므로

$a+3\ \boxed{>}\ 0,\ a-2\ \boxed{<}\ 0$

즉,

$$\boxed{\begin{aligned}\sqrt{a^2+6a+9}+\sqrt{a^2-4a+4}&=\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-2)^2}\\&=a+3-(a-2)\\&=a+3-a+2=5\end{aligned}}$$

$\therefore\ \boxed{5}$

04-1

$\sqrt{a^2-2a+1}-\sqrt{a^2-6a+9}=\sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(a-3)^2}$ … ❶

이때 $1<a<3$이므로 $a-1>0,\ a-3<0$ … ❷

즉, $\sqrt{a^2-2a+1}-\sqrt{a^2-6a+9}=\sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(a-3)^2}$

$=a-1+a-3$

$=2a-4$ … ❸

$\therefore\ 2a-4$

채점기준	배점
❶ 근호 안의 식을 바르게 인수분해한다.	2
❷ $a-1$, $a-3$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	2

17 인수분해의 이해(2)

▶p. 94

교과서 기본예제 1

(1) $(x+6)(x-6)$ (2) $(x+3y)(x-3y)$

(3) $(x+1)(x+2)$ (4) $(x-1)(x+3)$

교과서 기본예제 2

$a=-3,\ b=-2$

대표문제

두 일차식의 곱이 $x^2-7x+12$이므로

$x^2-7x+12=\boxed{(x-3)(x-4)}$

즉, 두 일차식은 $\boxed{x-3}$, $\boxed{x-4}$이므로 합은

$\boxed{x-3+x-4=2x-7}$

$\therefore\ \boxed{2x-7}$

유사문제

두 일차식의 곱이 x^2+2x-8이므로

$x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$ … (+3점)

즉, 두 일차식은 $x+4$, $x-2$이므로 합은

$x+4+x-2=2x+2$ … (+2점)

$\therefore\ 2x+2$

특별하게 연습하기

▶p. 96

01

$$\boxed{\begin{aligned}x^8-1&=(x^4+1)(x^4-1)\\&=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)\\&=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)\end{aligned}}$$

$\therefore\ \boxed{(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)}$

01-1

$x^{16}-1=(x^8+1)(x^8-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^4-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

$\therefore\ (x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

채점기준	배점
주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	5

02

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$$\begin{aligned}(x+2)(5x+3)-2x&=5x^2+13x+6-2x\\&=5x^2+11x+6\\&=(x+1)(5x+6)\end{aligned}$$

즉, $a=\boxed{1}$, $b=\boxed{1}$, $c=\boxed{5}$, $d=\boxed{6}$이므로

$a+b+c+d=\boxed{1+1+5+6=13}$

$\therefore$ $\boxed{13}$

02-1

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$$\begin{aligned}(2x+1)(x-3)-9&=2x^2-5x-3-9\\&=2x^2-5x-12\\&=(x-4)(2x+3)\end{aligned}$$ … ❶

즉, $a=1$, $b=-4$, $c=2$, $d=3$이므로

$a+b+c+d=1+(-4)+2+3=2$ … ❷

$\therefore$ 2

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 인수분해한다.	4
❷ $a+b+c+d$의 값을 바르게 구한다.	2

03

새로운 직사각형의 넓이는

$\boxed{x^2+4x+3=(x+3)(x+1)}$

이때 가로의 길이는 $\boxed{x+3}$,

세로의 길이는 $\boxed{x+1}$이다.

즉, 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$\boxed{x+3+x+1=2x+4}$

$\therefore$ $\boxed{2x+4}$

03-1

새로운 직사각형의 넓이는 $2x^2+5x+3=(2x+3)(x+1)$ … ❶

이때 가로의 길이를 $2x+3$으로 놓으면

세로의 길이는 $x+1$이다. … ❷

즉, 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $2x+3+x+1=3x+4$ … ❸

$\therefore$ $3x+4$

채점기준	배점
❶ 새로운 직사각형의 넓이를 두 일차식의 곱으로 바르게 나타낸다.	2
❷ 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 바르게 구한다.	2
❸ 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 바르게 구한다.	2

04

(i) $(3x-5)(x-1)=\boxed{3x^2-8x+5}$

종신이는 x^2의 계수와 x의 계수는 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 $\boxed{3}$, x의 계수는 $\boxed{-8}$이다.

(ii) $(3x-4)(x-1)=\boxed{3x^2-7x+4}$

민서는 x^2의 계수와 상수항은 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 $\boxed{3}$, 상수항은 $\boxed{4}$이다.

(i), (ii)에서 처음 이차식은 $\boxed{3x^2-8x+4}$이므로

$\boxed{3x^2-8x+4=(3x-2)(x-2)}$

$\therefore$ $\boxed{(3x-2)(x-2)}$

04-1

(i) $(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$

종원이는 x^2의 계수와 상수항은 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 1, 상수항은 -18이다. … ❶

(ii) $(x+2)(x-5)=x^2-3x-10$

인선이는 x^2의 계수와 x의 계수는 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 1, x의 계수는 -3이다. … ❷

(i), (ii)에서 처음 이차식은 $x^2-3x-18$이므로

$x^2-3x-18=(x-6)(x+3)$ … ❸

$\therefore$ $(x-6)(x+3)$

채점기준	배점
❶ 처음 이차식의 x^2의 계수와 상수항을 각각 바르게 구한다.	2
❷ 처음 이차식의 x^2의 계수와 x의 계수를 각각 바르게 구한다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 인수분해한다.	2

18 공통인수와 인수분해 ▶p. 98

교과서 기본예제 1

(1) $a+3$ (2) $x+1$

대표문제

(i) $x^2-2x+a=(x+3)(x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(x+3)(x+m)=\boxed{x^2+(m+3)x+3m}$

이때 $-2=\boxed{m+3}$이므로 $m=\boxed{-5}$

즉, $a=\boxed{3m=3\times(-5)=-15}$

(ii) $2x^2+bx-9=(x+3)(2x+n)$ (단, n은 상수)으로

놓으면 $(x+3)(2x+n)=\boxed{2x^2+(n+6)x+3n}$

이때 $-9=\boxed{3n}$이므로 $n=\boxed{-3}$

즉, $b=\boxed{n+6=-3+6=3}$

$\therefore a+b=\boxed{-15+3=-12}$

유사문제

(i) $x^2+8x+a=(x+3)(x+m)$ (단, m은 상수)으로 놓으면

$(x+3)(x+m)=x^2+(m+3)x+3m$

이때 $8=m+3$이므로 $m=5$

즉, $a=3m=3\times5=15$ … (+3점)

(ii) $3x^2+bx-6=(x+3)(3x+n)$ (단, n은 상수)으로 놓으면

$(x+3)(3x+n)=3x^2+(n+9)x+3n$

이때 $-6=3n$이므로 $n=-2$

즉, $b=n+9=-2+9=7$ … (+3점)

$\therefore 2a-b=2\times15-7=23$ … (+1점)

특별하게 연습하기

▶p. 100

01

$2x^2-9x-5=\boxed{(2x+1)(x-5)}$

$3x^2-13x-10=\boxed{(3x+2)(x-5)}$

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $\boxed{x-5}$이다.

$\therefore \boxed{x-5}$

01-1

$4x^2-9=(2x+3)(2x-3)$ … ❶

$6x^2y+7xy-3y=y(6x^2+7x-3)=y(3x-1)(2x+3)$ … ❷

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $2x+3$이다. … ❸

$\therefore 2x+3$

채점기준	배점
❶ $4x^2-9$를 바르게 인수분해한다.	2
❷ $6x^2y+7xy-3y$를 바르게 인수분해한다.	2
❸ 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	1

02

$3x^2+(a-1)x-10=(3x+2)(x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(3x+2)(x+m)=\boxed{3x^2+(3m+2)x+2m}$

이때 $-10=\boxed{2m}$이므로 $m=\boxed{-5}$

즉, $a-1=\boxed{3m+2=3\times(-5)+2=-13}$에서

$\boxed{a-1=-13,\ a=-12}$

$\therefore \boxed{-12}$

02-1

$6x^2+(a-2)x-15=(2x+3)(3x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(2x+3)(3x+m)=6x^2+(2m+9)x+3m$ … ❶

이때 $-15=3m$이므로 $m=-5$

즉, $a-2=2m+9=2\times(-5)+9=-1$에서

$a-2=-1,\ a=1$ … ❷

$\therefore 1$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 m을 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

03

$x^2-49=\boxed{(x+7)(x-7)}$

$x^2-4x-21=\boxed{(x-7)(x+3)}$

따라서 세 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $\boxed{x-7}$이다.

즉, $2x^2+ax-35=(\boxed{x-7})(2x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(\boxed{x-7})(2x+m)=\boxed{2x^2+(m-14)x-7m}$

이때 $-35=\boxed{-7m}$이므로 $m=\boxed{5}$

즉, $a=\boxed{m-14=5-14=-9}$

$\therefore \boxed{-9}$

03-1

$4x^2+4x-3=(2x-1)(2x+3)$

$6x^2-5x+1=(2x-1)(3x-1)$

따라서 세 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $2x-1$이다. … ❶

즉, $8x^2+ax-3=(2x-1)(4x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(2x-1)(4x+m)=8x^2+(2m-4)x-m$

이때 $-m=-3$이므로 $m=3$

즉, $a=2m-4=2\times3-4=2$ … ❷

$\therefore 2$

채점기준	배점
❶ 세 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	3
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

04

(i) $x^2-ax-6=(x-3)(x+m)$ (단, m은 상수)으로 놓으면

$(x-3)(x+m)=\boxed{x^2+(m-3)x-3m}$

이때 $-6=\boxed{-3m}$이므로 $m=\boxed{2}$

즉, $a=\boxed{-m+3=-2+3=1}$

(ii) $x^2+2x+b=(x-3)(x+n)$ (단, n은 상수)으로 놓으면

$(x-3)(x+n)=\boxed{x^2+(n-3)x-3n}$

이때 $2=\boxed{n-3}$이므로 $n=\boxed{5}$

즉, $b=\boxed{-3n=-3\times5=-15}$

$\therefore a+b=\boxed{1+(-15)=-14}$

04-1

(i) $2x^2+ax-2=(x-2)(2x+m)$ (단, m은 상수)으로 놓으면 $(x-2)(2x+m)=2x^2+(m-4)x-2m$

이때 $-2=-2m$이므로 $m=1$

즉, $a=m-4=1-4=-3$ … ❶

(ii) $3x^2-10x+b=(x-2)(3x+n)$ (단, n은 상수)으로 놓으면 $(x-2)(3x+n)=3x^2+(n-6)x-2n$

이때 $-10=n-6$이므로 $n=-4$

즉, $b=-2n=-2\times(-4)=8$ … ❷

$\therefore a+b=-3+8=5$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ b의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

19 복잡한 식의 인수분해

▶p. 102

교과서 기본예제 1

(1) $(b-1)(a+1)$ (2) $(x-y+2)(x-y-2)$

(3) $(x+1)(x+8)$ (4) $(2x+3)(x+4)$

대표문제

$$\begin{aligned}x^2-y^2-4x+4&=x^2-4x+4-y^2\\&=(x-2)^2-y^2\\&=(x+y-2)(x-y-2)\end{aligned}$$

즉, 두 일차식은 $\boxed{x+y-2}$, $\boxed{x-y-2}$

이므로 합은 $\boxed{x+y-2+x-y-2=2x-4}$

$\therefore \boxed{2x-4}$

유사문제

$$\begin{aligned}x^2-y^2-8y-16&=x^2-(y^2+8y+16)\\&=x^2-(y+4)^2\\&=(x+y+4)(x-y-4)\end{aligned}$$ … (+4점)

즉, 두 일차식은 $x+y+4$, $x-y-4$이므로 합은

$x+y+4+x-y-4=2x$ … (+2점)

$\therefore 2x$

특별하게 연습하기

▶p. 104

01

$$\begin{aligned}&x^2+xy+x-y-2y^2\\&=x^2+xy-2y^2+x-y\\&=(x-y)(x+2y)+x-y\\&=(x-y)(x+2y+1)\end{aligned}$$

즉, 두 일차식은 $\boxed{x-y}$, $\boxed{x+2y+1}$

이므로 합은 $\boxed{x-y+x+2y+1=2x+y+1}$

$\therefore \boxed{2x+y+1}$

01-1

$$\begin{aligned}x^2-x+9y^2-3y+6xy&=x^2+6xy+9y^2-x-3y\\&=(x+3y)^2-(x+3y)\\&=(x+3y)(x+3y-1)\end{aligned}$$ … ❶

즉, 두 일차식은 $x+3y$, $x+3y-1$이므로

합은 $x+3y+x+3y-1=2x+6y-1$ … ❷

$\therefore$ $2x+6y-1$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	4
❷ 두 일차식의 합을 바르게 구한다.	2

02

$$\begin{aligned}&ab-a-b+1\\&=a(b-1)-(b-1)=(b-1)(a-1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&a^2-ab-a+b\\&=a(a-b)-(a-b)=(a-b)(a-1)\end{aligned}$$

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $\boxed{a-1}$이다.

$\therefore$ $\boxed{a-1}$

02-1

$b-a+ab-1=b(a+1)-(a+1)=(a+1)(b-1)$ … ❶

$ab-a+b^2-b=a(b-1)+b(b-1)=(b-1)(a+b)$ … ❷

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $b-1$이다. … ❸

$\therefore$ $b-1$

채점기준	배점
❶ $b-a+ab-1$을 바르게 인수분해한다.	2
❷ $ab-a+b^2-b$를 바르게 인수분해한다.	2
❸ 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	1

03

$5x-1=A$로 놓고 좌변을 인수분해하면

$$\begin{aligned}&(5x-1)^2+6(5x-1)-7\\&=A^2+6A-7\\&=(A-1)(A+7)\\&=(5x-1-1)(5x-1+7)\\&=(5x-2)(5x+6)\end{aligned}$$

즉, $a=\boxed{-2}$, $b=\boxed{5}$이므로

$a+b=\boxed{-2+5=3}$

$\therefore$ $\boxed{3}$

03-1

$2x-3=A$로 놓고 좌변을 인수분해하면

$$\begin{aligned}(2x-3)^2-(2x-3)-6&=A^2-A-6\\&=(A-3)(A+2)\\&=(2x-3-3)(2x-3+2)\\&=(2x-6)(2x-1)\end{aligned}$$ … ❶

즉, $a=6$, $b=2$이므로 $a+b=6+2=8$ … ❷

$\therefore$ 8

채점기준	배점
❶ 주어진 식의 좌변을 바르게 인수분해한다.	4
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

04

주어진 다항식을 x에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}&x^2-3xy+2y^2-x+3y-2\\&=x^2-(3y+1)x+(2y^2+3y-2)\\&=x^2-(3y+1)x+(2y-1)(y+2)\\&=\{x-(2y-1)\}\{x-(y+2)\}\\&=(x-2y+1)(x-y-2)\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{(x-2y+1)(x-y-2)}$

04-1

주어진 다항식을 x에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}&x^2+9y^2+2x-6y-6xy+1\\&=x^2-(6y-2)x+9y^2-6y+1\\&=x^2-(6y-2)x+(3y-1)^2\\&=\{x-(3y-1)\}^2\\&=(x-3y+1)^2\end{aligned}$$

$\therefore$ $(x-3y+1)^2$

채점기준	배점
주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	6

20 인수분해 공식을 이용한 수의 계산 ▶p. 106

교과서 기본예제 1

(1) 107 (2) 80

(3) 900 (4) 10000

(5) 140 (6) 1600

(7) 3800 (8) 0.8

대표문제

$$\begin{aligned}&3.14\times75^2-3.14\times25^2\\&=3.14\times(75^2-25^2)\\&=3.14\times(75+25)(75-25)\\&=3.14\times100\times50\\&=15700\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{15700}$

유사문제

$$\begin{aligned}25\times105^2-25\times95^2&=25\times(105^2-95^2)\\&=25\times(105+95)(105-95)\\&=25\times200\times10\\&=50000\end{aligned}$$ … (+5점)

$\therefore$ 50000

특별하게 연습하기

▶p. 108

01

$$\begin{aligned}\frac{996\times994+996\times6}{998^2-2^2}&=\frac{996\times(994+6)}{(998+2)(998-2)}\\&=\frac{996\times1000}{1000\times996}\\&=1\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{1}$

01-1

$$\begin{aligned}\frac{35\times413+35\times87}{42.5^2-7.5^2}&=\frac{35\times(413+87)}{(42.5+7.5)(42.5-7.5)}\\&=\frac{35\times500}{50\times35}\\&=10\end{aligned}$$

$\therefore$ 10

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

02

$$\begin{aligned}&94^2-6^2-92^2+4\times92-4\\&=94^2-6^2-(92^2-2\times92\times2+2^2)\\&=(94+6)(94-6)-(92-2)^2\\&=100\times88-90^2\\&=8800-8100\\&=700\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boxed{700}$

02-1

$$\begin{aligned}&201^2+199^2+132\times128-2\times201\times199\\&=201^2-2\times201\times199+199^2+132\times128\\&=(201-199)^2+(130+2)(130-2)\\&=2^2+130^2-2^2\\&=130^2\\&=16900\end{aligned}$$

$\therefore$ 16900

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	6

03

$2^{16}-1=\boxed{(2^8+1)(2^8-1)}$

$\quad=(2^8+1)\boxed{(2^4+1)(2^4-1)}$

이때 $2^{\boxed{4}}+1=\boxed{17}$, $2^{\boxed{4}}-1=\boxed{15}$이므로

자연수 $2^{16}-1$은 $\boxed{15}$, $\boxed{17}$(으)로 나누어떨어진다.

$\therefore$ $\boxed{15}$, $\boxed{17}$

03-1

$$\begin{aligned}2^{40}-1&=(2^{20}+1)(2^{20}-1)\\&=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)\\&=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)\end{aligned}$$ … ❶

이때 $2^5+1=33$, $2^5-1=31$이므로

자연수 $2^{40}-1$은 31, 33으로 나누어떨어진다. … ❷

$\therefore$ 31, 33

채점기준	배점
❶ 인수분해 공식을 이용하여 식을 바르게 변형한다.	3
❷ 두 자연수를 바르게 구한다.	2

04

$$
\begin{aligned}
&1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+11^2-12^2\\
&=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+\cdots+(11+12)(11-12)\\
&=-(1+2)-(3+4)-\cdots-(11+12)\\
&=-(1+2+3+4+\cdots+11+12)\\
&=-78
\end{aligned}
$$

$\therefore$ $\boxed{-78}$

04-1

$1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2$

$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+(9+11)(9-11)+(13+15)(13-15)$

$=-2\times(1+3)-2\times(5+7)-2\times(9+11)-2\times(13+15)$

$=-2(1+3+5+7+9+11+13+15)$

$=-2\times64$

$=-128$

$\therefore$ -128

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	6

21 인수분해를 이용한 식의 값

▶p. 110

교과서 기본예제 1

(1) 3 (2) $6-2\sqrt{2}$

교과서 기본예제 2

$\sqrt{5}$

대표문제

$$
\begin{aligned}
x^2-y^2+8y-16&=x^2-(y^2-8y+16)\\
&=x^2-(y-4)^2\\
&=\{x+(y-4)\}\{x-(y-4)\}\\
&=(x+y-4)(x-y+4)
\end{aligned}
$$

이때 $x+y=\boxed{3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}=6}$

$x-y=\boxed{3+\sqrt{2}-(3-\sqrt{2})=3+\sqrt{2}-3+\sqrt{2}=2\sqrt{2}}$

즉,

$$
\begin{aligned}
x^2-y^2+8y-16&=(x+y-4)(x-y+4)\\
&=(6-4)(2\sqrt{2}+4)\\
&=2(2\sqrt{2}+4)=8+4\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

$\therefore$ $\boxed{8+4\sqrt{2}}$

유사문제

$x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$

$=(x+y-1)(x-y+1)$ … (+2점)

이때 $x+y=3+2\sqrt{3}+3-2\sqrt{3}=6$,

$x-y=3+2\sqrt{3}-(3-2\sqrt{3})$

$=3+2\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ … (+2점)

즉, $x^2-y^2+2y-1=(x+y-1)(x-y+1)$

$=(6-1)(4\sqrt{3}+1)$

$=5(4\sqrt{3}+1)=20\sqrt{3}+5$ … (+2점)

$\therefore$ $5+20\sqrt{3}$

특별하게 연습하기

▶p. 112

01

$$
\begin{aligned}
x^2-y^2-3x+3y&=(x+y)(x-y)-3(x-y)\\
&=(x-y)(x+y-3)
\end{aligned}
$$

이때 $x+y=\boxed{4+\sqrt{3}+4-\sqrt{3}=8}$

$x-y=\boxed{4+\sqrt{3}-(4-\sqrt{3})=4+\sqrt{3}-4+\sqrt{3}=2\sqrt{3}}$

즉,

$$
\begin{aligned}
x^2-y^2-3x+3y&=(x-y)(x+y-3)\\
&=2\sqrt{3}\times(8-3)\\
&=10\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$\therefore$ $\boxed{10\sqrt{3}}$

01-1

$x^2-2x-3xy+6y=x(x-2)-3y(x-2)$

$=(x-2)(x-3y)$ … ❶

이때 $x-2=6\sqrt{2}-1-2=6\sqrt{2}-3$

$x-3y=6\sqrt{2}-1-3(-3+2\sqrt{2})$

$=6\sqrt{2}-1+9-6\sqrt{2}=8$ … ❷

즉, $x^2-2x-3xy+6y=(x-2)(x-3y)$

$=(6\sqrt{2}-3)\times 8$

$=48\sqrt{2}-24$ … ❸

$\therefore\ 48\sqrt{2}-24$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	2
❷ $x-2$, $x-3y$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	2

02

$x^2-y^2=\boxed{(x+y)(x-y)}$

이때 $x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\boxed{\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}}$,

$y=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\boxed{\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}}$이므로

$x+y=\boxed{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6}$

$x-y=\boxed{3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})=3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}}$

즉, $x^2-y^2=\boxed{(x+y)(x-y)=6\times 4\sqrt{2}=24\sqrt{2}}$

$\therefore\ \boxed{24\sqrt{2}}$

02-1

$x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$ … ❶

이때 $x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$,

$y=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로 … ❷

$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$

$x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$

$x-y=2-\sqrt{3}-(2+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$ … ❸

즉, $x^3y-xy^3=xy(x+y)(x-y)$

$=4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$ … ❹

$\therefore\ -8\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	1
❷ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화한다.	2
❸ xy, $x+y$, $x-y$의 값을 각각 바르게 구한다.	3
❹ 식의 값을 바르게 구한다.	1

03

$a^3+b^3-a^2b-ab^2=a^3-a^2b+b^3-ab^2$

$=a^2(a-b)-b^2(a-b)$

$=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a+b)(a-b)^2$

이때 $a+b=2$, $a-b=-2$이므로

$a^3+b^3-a^2b-ab^2=(a+b)(a-b)^2$

$=2\times(-2)^2$

$=8$

$\therefore\ \boxed{8}$

03-1

$x^2-y^2+2x+1=x^2+2x+1-y^2$

$=(x+1)^2-y^2$

$=(x+y+1)(x-y+1)$ … ❶

이때 $x+y=3$, $x-y=4$이므로

$x^2-y^2+2x+1=(x+y+1)(x-y+1)$

$=(3+1)\times(4+1)$

$=4\times 5=20$ … ❷

$\therefore\ 20$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	3
❷ 식의 값을 바르게 구한다.	3

04

$a^2-b^2+2b-1=a^2-(b^2-2b+1)$

$=a^2-(b-1)^2$

$=\{a+(b-1)\}\{a-(b-1)\}$

$=(a+b-1)(a-b+1)$

이때 $a+b=\sqrt{5}$, $a^2-b^2+2b-1=20$이므로

$(a+b-1)(a-b+1)=20$

$(\sqrt{5}-1)(a-b+1)=20$

$a-b+1=\dfrac{20}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{20(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$

$=\dfrac{20(\sqrt{5}+1)}{5-1}=5\sqrt{5}+5$

$a-b=4+5\sqrt{5}$

$\therefore\ \boxed{4+5\sqrt{5}}$

04-1

$x^2y+xy^2+2x+2y=xy(x+y)+2(x+y)$

$=(x+y)(xy+2)$ … ❶

이때 $xy=5$, $x^2y+xy^2+2x+2y=35$이므로

$(x+y)(xy+2)=35$

$7(x+y)=35$, $x+y=5$ … ❷

∴ 5

채점기준	배점
❶ $x^2y+xy^2+2x+2y$를 바르게 인수분해한다.	3
❷ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	3

22 도형에서의 인수분해의 활용

▶p. 114

교과서 기본예제 1

$4x+y$

교과서 기본예제 2

21π cm^2

대표문제

도형 (가)의 넓이는

$\boxed{(x+2)^2-2^2=(x+2+2)(x+2-2)=x(x+4)}$

이때 도형 (나)의 세로의 길이는 x이고,

넓이는 $\boxed{x(x+4)}$이므로 가로의 길이는 $\boxed{x+4}$이다.

∴ $\boxed{x+4}$

유사문제

도형 (가)의 넓이는

$(x+4)^2-6^2=(x+4+6)(x+4-6)$

$=(x+10)(x-2)$ … (+3점)

이때 도형 (나)의 세로의 길이는 $x-2$이고,

넓이는 $(x+10)(x-2)$이므로

가로의 길이는 $x+10$이다. … (+2점)

∴ $x+10$

특별하게 연습하기

▶p. 116

01

사다리꼴의 높이를 h로 놓으면

$\boxed{\frac{1}{2}\{(2x-1)+(2x+3)\}h=\frac{1}{2}h(4x+2)=h(2x+1)}$

또, $2x^2+7x+3=\boxed{(2x+1)(x+3)}$

이때 $\boxed{h(2x+1)=(2x+1)(x+3)}$에서

$h=\boxed{x+3}$이므로 사다리꼴의 높이는 $\boxed{x+3}$이다.

∴ $\boxed{x+3}$

01-1

사다리꼴의 높이를 h로 놓으면

$\frac{1}{2}\{(x+2)+(x+4)\}h=\frac{1}{2}h(2x+6)=h(x+3)$ … ❶

또, $6x^2+20x+6=2(3x^2+10x+3)=2(3x+1)(x+3)$ … ❷

이때 $h(x+3)=2(3x+1)(x+3)$에서

$h=2(3x+1)=6x+2$이므로 사다리꼴의 높이는 $6x+2$이다. … ❸

∴ $6x+2$

채점기준	배점
❶ 사다리꼴의 높이를 h로 놓고 넓이를 h를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $6x^2+20x+6$을 바르게 인수분해한다.	2
❸ 사다리꼴의 높이를 바르게 구한다.	1

02

입체도형의 밑넓이는

$$\boxed{\begin{aligned}&\pi\times\left(\frac{11.5}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{3.5}{2}\right)^2=\pi\left(\frac{11.5}{2}+\frac{3.5}{2}\right)\left(\frac{11.5}{2}-\frac{3.5}{2}\right)\\&=\pi\times7.5\times4=30\pi\ (\text{cm}^2)\end{aligned}}$$

즉, 입체도형의 부피는 $\boxed{30\pi\times10=300\pi}$ (cm^3)

∴ $\boxed{300\pi}$ cm^3

02-1

화장지의 밑넓이는

$\pi\times(2.15+3.7)^2-\pi\times2.15^2=\pi(5.85+2.15)(5.85-2.15)$

$=\pi\times8\times3.7=29.6\pi$ (cm^2) … ❶

즉, 화장지의 부피는 $29.6\pi\times10=296\pi$ (cm^3) … ❷

∴ 296π cm^3

채점기준	배점
❶ 화장지의 밑넓이를 바르게 구한다.	3
❷ 화장지의 부피를 바르게 구한다.	2

03

$2R-2r=\boxed{4}$이므로 $R-r=\boxed{2}$

색칠한 부분의 둘레의 길이가 16π cm이므로

$$\boxed{\begin{aligned}&2\times\pi\times R+2\times\pi\times r=16\pi\\&2\pi(R+r)=16\pi,\ R+r=8\end{aligned}}$$

즉, 색칠한 부분의 넓이는

$$\boxed{\begin{aligned}\pi\times R^2-\pi\times r^2&=\pi(R^2-r^2)=\pi(R+r)(R-r)\\&=\pi\times8\times2=16\pi\ (\text{cm}^2)\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{16\pi}$ cm^2

03-1

$2r_1-2r_2=3$이므로 $r_1-r_2=\frac{3}{2}$ … ❶

색칠한 부분의 둘레의 길이가 28π cm이므로

$2\times\pi\times r_1+2\times\pi\times r_2=28\pi$

$2\pi(r_1+r_2)=28\pi$, $r_1+r_2=14$ … ❷

즉, 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times r_1{}^2-\pi\times r_2{}^2=\pi(r_1{}^2-r_2{}^2)=\pi(r_1+r_2)(r_1-r_2)$

$=\pi\times14\times\frac{3}{2}=21\pi\ (\text{cm}^2)$ … ❸

$\therefore$ $21\pi\ \text{cm}^2$

채점기준	배점
❶ r_1-r_2의 값을 바르게 구한다.	1
❷ r_1+r_2의 값을 바르게 구한다.	3
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구한다.	3

04

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 30이므로

$$\boxed{4x+4y=30,\ x+y=\frac{15}{2}}$$

또, 두 정사각형의 넓이의 차가 60이므로

$$\boxed{x^2-y^2=60,\ (x+y)(x-y)=60}$$

이때 $x+y=\boxed{\frac{15}{2}}$을(를) 대입하면

$$\boxed{\frac{15}{2}(x-y)=60,\ x-y=8}$$

즉, 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$$\boxed{4(x-y)=4\times8=32}$$

$\therefore$ $\boxed{32}$

04-1

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 40이므로

$4x+4y=40$, $x+y=10$ … ❶

또, 두 정사각형의 넓이의 차가 45이므로

$x^2-y^2=45$, $(x+y)(x-y)=45$ … ❷

이때 $x+y=10$을 대입하면 $10(x-y)=45$, $x-y=\frac{9}{2}$

즉, 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$4(x-y)=4\times\frac{9}{2}=18$ … ❸

$\therefore$ 18

채점기준	배점
❶ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 두 정사각형의 넓이의 차가 45임을 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 두 정사각형의 둘레의 길이의 차를 바르게 구한다.	3

자신있게 쫑내기

▶p. 118

01

(i) $4x^2-16x+a=4\left(x^2-4x+\frac{a}{4}\right)=4\left(x^2-2\times x\times2+\frac{a}{4}\right)$

이때 다항식이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\frac{a}{4}=(-2)^2$, $a=4\times4=16$ … ❶

(ii) $2x^2+16x+b=2\left(x^2+8x+\frac{b}{2}\right)=2\left(x^2+2\times x\times4+\frac{b}{2}\right)$

이때 다항식이 완전제곱식이 되어야 하므로

$\frac{b}{2}=4^2$, $b=16\times2=32$ … ❷

$\therefore$ $a=16$, $b=32$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ b의 값을 바르게 구한다.	3

02

$\sqrt{\frac{1}{x^2}}-\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}=\sqrt{\frac{1}{x^2}}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$ … ❶

이때 $0<x<1$이므로 $\frac{1}{x}>1$

따라서 $x<\frac{1}{x}$이므로 $x-\frac{1}{x}<0$ … ❷

즉, $\sqrt{\frac{1}{x^2}}-\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}=\sqrt{\frac{1}{x^2}}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$

$=\frac{1}{x}+x-\frac{1}{x}=x$ … ❸

$\therefore$ x

채점기준	배점
❶ 근호 안의 식을 바르게 인수분해한다.	1
❷ $\frac{1}{x}$, $x-\frac{1}{x}$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❸ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	3

03

$(x+1)^2-4=(x+1)^2-2^2$

$=(x+1+2)(x+1-2)$

$=(x+3)(x-1)$

$\therefore$ $(x+3)(x-1)$

채점기준	배점
주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	5

04

두 일차식의 곱이 $(x+8)(x-6)-10x$이므로

$(x+8)(x-6)-10x=x^2+2x-48-10x$

$=x^2-8x-48$

$=(x-12)(x+4)$ … ❶

즉, 두 일차식은 $x-12$, $x+4$이므로 합은

$x-12+x+4=2x-8$ … ❷

$\therefore$ $2x-8$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	3
❷ 두 일차식의 합을 바르게 구한다.	2

05

새로운 직사각형의 넓이는 $4x^2+9x+2=(4x+1)(x+2)$ … ❶

이때 가로의 길이를 $4x+1$로 놓으면 세로의 길이는 $x+2$이다. … ❷

즉, 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $4x+1+x+2=5x+3$ … ❸

$\therefore$ $5x+3$

채점기준	배점
❶ 새로운 직사각형의 넓이를 두 일차식의 곱으로 바르게 나타낸다.	2
❷ 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 바르게 구한다.	2
❸ 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 바르게 구한다.	2

06

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로

$ab=-8$, $p=a+b$ … ❶

곱이 -8인 두 정수 a, b의 순서쌍은

$(-8,\ 1)$, $(-4,\ 2)$, $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 8)$,

$(1,\ -8)$, $(2,\ -4)$, $(4,\ -2)$, $(8,\ -1)$

이므로 p의 값은

$-8+1=-7$, $-4+2=-2$, $-2+4=2$, $-1+8=7$ … ❷

즉, p의 값 중에서 가장 큰 값은 7이다. … ❸

$\therefore$ 7

채점기준	배점
❶ ab의 값을 구하고, $p=a+b$임을 바르게 제시한다.	2
❷ p의 값을 모두 바르게 구한다.	3
❸ p의 값 중에서 가장 큰 값을 바르게 구한다.	1

07

(i) $(x-2)(3x+2)=3x^2-4x-4$

진희는 x^2의 계수와 상수항은 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 3, 상수항은 -4이다. … ❶

(ii) $(3x+2)(x+3)=3x^2+11x+6$

정화는 x^2의 계수와 x의 계수는 바르게 보았으므로

처음 이차식의 x^2의 계수는 3, x의 계수는 11이다. … ❷

(i), (ii)에서 처음 이차식은 $3x^2+11x-4$이므로

$3x^2+11x-4=(3x-1)(x+4)$ … ❸

$\therefore$ $(3x-1)(x+4)$

채점기준	배점
❶ 처음 이차식의 x^2의 계수와 상수항을 각각 바르게 구한다.	2
❷ 처음 이차식의 x^2의 계수와 x의 계수를 각각 바르게 구한다.	2
❸ 처음 이차식을 바르게 인수분해한다.	2

08

$12x^2-5xy-2y^2=(4x+y)(3x-2y)$ … ❶

$9x^2-4y^2=(3x+2y)(3x-2y)$ … ❷

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $3x-2y$이다. … ❸

$\therefore$ $3x-2y$

채점기준	배점
❶ $12x^2-5xy-2y^2$을 바르게 인수분해한다.	2
❷ $9x^2-4y^2$을 바르게 인수분해한다.	2
❸ 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	1

09

$(x-1)(8x+2)-3=8x^2-6x-2-3=8x^2-6x-5$

$=(2x+1)(4x-5)$

$4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$

따라서 세 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $2x+1$이다. … ❶

즉, $6x^2-7x+a=(2x+1)(3x+m)$ (단, m은 상수)으로

놓으면 $(2x+1)(3x+m)=6x^2+(2m+3)x+m$

이때 $-7=2m+3$이므로 $2m=-10$, $m=-5$

즉, $a=m=-5$ … ❷

$\therefore$ -5

채점기준	배점
❶ 세 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

10

(i) $x^2+ax+5=(x-5)(x+m)$ (단, m은 상수)으로 놓으면

$(x-5)(x+m)=x^2+(m-5)x-5m$

이때 $5=-5m$이므로 $m=-1$

즉, $a=m-5=-1-5=-6$ … ❶

(ii) $2x^2-x+b=(x-5)(2x+n)$ (단, n은 상수)으로 놓으면

$(x-5)(2x+n)=2x^2+(n-10)x-5n$

이때 $-1=n-10$이므로 $n=9$

즉, $b=-5n=-5\times9=-45$ … ❷

$\therefore a-b=-6-(-45)=39$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ b의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	1

11

$2x-y=A$로 놓고 주어진 식을 인수분해하면

$(2x-y)(2x-y+1)-4x+2y-12$

$=(2x-y)(2x-y+1)-2(2x-y)-12$

$=A(A+1)-2A-12=A^2+A-2A-12$

$=A^2-A-12=(A-4)(A+3)$

$=(2x-y-4)(2x-y+3)$ … ❶

즉, 두 일차식은 $2x-y-4$, $2x-y+3$이므로 합은

$2x-y-4+2x-y+3=4x-2y-1$ … ❷

$\therefore 4x-2y-1$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	4
❷ 두 일차식의 합을 바르게 구한다.	2

12

$2x+y=A$, $x+4y=B$로 놓고 주어진 식을 인수분해하면

$(2x+y)^2-(x+4y)^2=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=(2x+y+x+4y)\{2x+y-(x+4y)\}$

$=(3x+5y)(2x+y-x-4y)$

$=(3x+5y)(x-3y)$

$\therefore (3x+5y)(x-3y)$

채점기준	배점
주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	6

13

$(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)-60$

$=(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)-60$

$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)-60$ … ❶

$x^2-x=A$로 놓으면

$(x^2-x-2)(x^2-x-6)-60$

$=(A-2)(A-6)-60=A^2-8A+12-60$

$=A^2-8A-48=(A-12)(A+4)$

$=(x^2-x-12)(x^2-x+4)$

$=(x-4)(x+3)(x^2-x+4)$ … ❷

$\therefore (x-4)(x+3)(x^2-x+4)$

채점기준	배점
❶ 공통부분이 생기도록 괄호를 2개씩 묶어 바르게 전개한다.	3
❷ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	4

14

$x^2+2xy+y^2-4x-4y+3=(x+y)^2-4(x+y)+3$

$x+y=A$로 놓으면

$(x+y)^2-4(x+y)+3=A^2-4A+3$

$=(A-3)(A-1)$

$=(x+y-3)(x+y-1)$ … ❶

$x^2-y^2-2x+1=x^2-2x+1-y^2$

$=(x-1)^2-y^2$

$=(x+y-1)(x-y-1)$ … ❷

즉, 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x+y-1$이다. … ❸

$\therefore x+y-1$

채점기준	배점
❶ $x^2+2xy+y^2-4x-4y+3$을 바르게 인수분해한다.	3
❷ x^2-y^2-2x+1을 바르게 인수분해한다.	3
❸ 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 바르게 구한다.	1

15

$$\frac{74\times121+12\times121}{11\times9.8^2-11\times1.2^2}=\frac{(74+12)\times11^2}{11\times(9.8^2-1.2^2)}$$

$$=\frac{86\times11}{(9.8+1.2)(9.8-1.2)}$$

$$=\frac{86\times11}{11\times8.6}=\frac{86}{8.6}=10$$

$\therefore 10$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

16

$3^{20}-1=(3^{10}+1)(3^{10}-1)=(3^{10}+1)(3^5+1)(3^5-1)$ … ❶

이때 $3^5+1=244$, $3^5-1=242$이므로

자연수 $3^{20}-1$은 242, 244로 나누어떨어진다. … ❷

$\therefore 242, 244$

채점기준	배점
❶ 인수분해 공식을 이용하여 식을 바르게 변형한다.	3
❷ 두 자연수를 바르게 구한다.	2

17

$64^2-36^2+16^2-4^2+2^2-1^2$

$=(64+36)(64-36)+(16+4)(16-4)+(2+1)(2-1)$

$=100\times28+20\times12+3\times1$

$=2800+240+3$

$=3043$

$\therefore$ 3043

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	6

18

$\left(1-\frac{4}{5^2}\right)\left(1-\frac{4}{7^2}\right)\left(1-\frac{4}{9^2}\right)\left(1-\frac{4}{11^2}\right)$

$=\left(1^2-\frac{2^2}{5^2}\right)\left(1^2-\frac{2^2}{7^2}\right)\left(1^2-\frac{2^2}{9^2}\right)\left(1^2-\frac{2^2}{11^2}\right)$

$=\left(1+\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1+\frac{2}{7}\right)\left(1-\frac{2}{7}\right)\left(1+\frac{2}{9}\right)\left(1-\frac{2}{9}\right)\left(1+\frac{2}{11}\right)\left(1-\frac{2}{11}\right)$

$=\left(1+\frac{2}{5}\right)\left(1+\frac{2}{7}\right)\left(1+\frac{2}{9}\right)\left(1+\frac{2}{11}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{2}{7}\right)\left(1-\frac{2}{9}\right)\left(1-\frac{2}{11}\right)$

$=\left(\frac{7}{5}\times\frac{9}{7}\times\frac{11}{9}\times\frac{13}{11}\right)\left(\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}\times\frac{7}{9}\times\frac{9}{11}\right)$

$=\frac{13}{5}\times\frac{3}{11}=\frac{39}{55}$

$\therefore \frac{39}{55}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	7

19

$x^3y+2x^2y^2+xy^3=xy(x^2+2xy+y^2)=xy(x+y)^2$ ⋯ ❶

이때 $x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$,

$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로 ⋯ ❷

$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$

$x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$ ⋯ ❸

즉, $x^3y+2x^2y^2+xy^3=xy(x+y)^2=4^2=16$ ⋯ ❹

$\therefore$ 16

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	1
❷ x, y의 분모를 각각 바르게 유리화한다.	2
❸ xy, $x+y$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ 식의 값을 바르게 구한다.	1

20

$2x+y=A$, $x+2y=B$로 놓으면

$(2x+y)^2-(x+2y)^2$

$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(2x+y+x+2y)\{2x+y-(x+2y)\}$

$=(3x+3y)(2x+y-x-2y)$

$=3(x+y)(x-y)$ ⋯ ❶

이때 $x+y=5$, $xy=3$이므로

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2-4\times3=13$

따라서 $x-y=-\sqrt{13}$ ($\because x<y$) ⋯ ❷

즉, $(2x+y)^2-(x+2y^2)=3(x+y)(x-y)$

$=3\times5\times(-\sqrt{13})$

$=-15\sqrt{13}$ ⋯ ❸

$\therefore -15\sqrt{13}$

채점기준	배점
❶ 주어진 다항식을 바르게 인수분해한다.	2
❷ $x-y$의 값을 바르게 구한다.	3
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	2

21

$x^2y-xy^2+2x-2y=xy(x-y)+2(x-y)$

$=(x-y)(xy+2)$ ⋯ ❶

이때 $xy=4$, $x^2y-xy^2+2x-2y=24$이므로

$(x-y)(xy+2)=24$

$6(x-y)=24$, $x-y=4$ ⋯ ❷

즉, $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=4^2+2\times4=24$ ⋯ ❸

$\therefore$ 24

채점기준	배점
❶ $x^2y-xy^2+2x-2y$를 바르게 인수분해한다.	2
❷ $x-y$의 값을 바르게 구한다.	3
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	2

22

도형 (가)의 넓이는

$(3x+4)^2-3^2=(3x+4+3)(3x+4-3)$

$=(3x+7)(3x+1)$ ⋯ ❶

이때 도형 (나)의 가로의 길이는 $3x+7$이고,

넓이는 $(3x+7)(3x+1)$이므로 세로의 길이는 $3x+1$이다. ⋯ ❷

$\therefore 3x+1$

채점기준	배점
❶ 도형 (가)의 넓이를 바르게 구한다.	3
❷ 도형 (나)의 세로의 길이를 바르게 구한다.	2

23

두 정사각형의 둘레의 길이의 차가 120이므로

$4x-4y=120$, $x-y=30$ … ❶

또, 두 정사각형의 넓이의 차가 4800이므로 $x^2-y^2=4800$

즉, $(x+y)(x-y)=4800$, $30(x+y)=4800$, $x+y=160$ … ❷

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$4x+4y=4(x+y)=4\times160=640$ … ❸

∴ 640

채점기준	배점
❶ $x-y$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	3
❸ 두 정사각형의 둘레의 길이의 합을 바르게 구한다.	2

24

분수대를 제외한 잔디밭의 넓이는

$$\begin{aligned}\pi\times15.5^2-\pi\times3.5^2&=\pi(15.5+3.5)(15.5-3.5)\\&=\pi\times19\times12\\&=228\pi\ (\mathrm{m}^2)\end{aligned}$$

∴ $228\pi\ \mathrm{m}^2$

채점기준	배점
분수대를 제외한 잔디밭의 넓이를 바르게 구한다.	6

Ⅲ. 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

23 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 ▶p. 128

교과서 기본예제 1

(1) $x=0$ 또는 $x=-1$ (2) $x=3$ 또는 $x=-5$

(3) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ (4) $x=1$ 또는 $x=\frac{5}{4}$

교과서 기본예제 2

(1) $x=-1$ 또는 $x=1$ (2) $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=2$

(3) $x=1$ (중근) (4) $x=-2$ (중근)

대표문제

이차방정식 $5x^2-3=5-6x$에서

$5x^2+6x-8=0$, $(x+2)(5x-4)=0$

$x+2=0$ 또는 $5x-4=0$, $x=-2$ 또는 $x=\frac{4}{5}$

∴ $x=\boxed{-2}$ 또는 $x=\boxed{\frac{4}{5}}$

유사문제

이차방정식 $x^2-6x=-3-2x$에서

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$x-1=0$ 또는 $x-3=0$, $x=1$ 또는 $x=3$

∴ $x=1$ 또는 $x=3$ … (+5점)

특별하게 연습하기 ▶p. 130

01

등식 $3x(x+1)=ax^2-4$에서

$$3x^2+3x-ax^2+4=0$$
$$(3-a)x^2+3x+4=0$$

이때 x에 대한 이차방정식이 되기 위해서는

$\boxed{3-a\neq0}$, 즉 $\boxed{a\neq3}$이어야 한다.

$\therefore$ $\boxed{a\neq3}$

01-1

등식 $ax^2+x=(x-1)(4x-1)$에서

$ax^2+x=4x^2-5x+1$

$(a-4)x^2+6x-1=0$ … ❶

이때 x에 대한 이차방정식이 되기 위해서는 $a-4\neq0$

즉, $a\neq4$여야 한다. … ❷

$\therefore$ $a\neq4$

채점기준	배점
❶ 주어진 등식을 바르게 정리한다.	3
❷ a의 조건을 바르게 구한다.	2

02

이차방정식 $(x+2)(x+3)=-x^2+9$에서

$$x^2+5x+6=-x^2+9,\ 2x^2+5x-3=0$$
$$(x+3)(2x-1)=0,\ x+3=0 \text{ 또는 } 2x-1=0$$
$$x=-3 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$\therefore$ $x=\boxed{-3}$ 또는 $x=\boxed{\frac{1}{2}}$

02-1

이차방정식 $(x+1)^2=-2x-2$에서

$x^2+2x+1=-2x-2,\ x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0,\ x+1=0$ 또는 $x+3=0$

$x=-1$ 또는 $x=-3$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=-3$

채점기준	배점
주어진 이차방정식을 바르게 푼다.	5

03

이차방정식 $x^2-4x-k=-7$에서

$\boxed{x^2-4x-k+7=0}$

이 이차방정식이 중근을 가지려면

$\boxed{-k+7=\left(\frac{-4}{2}\right)^2}$이어야 한다.

즉, $\boxed{-k+7=4,\ -k=-3,\ k=3}$

$\therefore$ $\boxed{3}$

03-1

이차방정식 $x^2-10x+9=k$에서 $x^2-10x+9-k=0$ … ❶

이 이차방정식이 중근을 가지려면

$9-k=\left(\frac{-10}{2}\right)^2$이어야 한다. … ❷

즉, $9-k=25,\ -k=16,\ k=-16$ … ❸

$\therefore$ -16

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 바르게 정리한다.	2
❷ 중근을 가질 조건을 바르게 제시한다.	2
❸ k의 값을 바르게 구한다.	1

04

이차방정식 $x^2+(a+1)x+16=0$에서

$16=\boxed{4^2}$이므로 이 이차방정식이 중근을 가지려면

$\boxed{a+1=\pm2\times1\times4}$이어야 한다.

즉, $\boxed{a+1=\pm8}$에서

$\boxed{a+1=-8}$ 또는 $\boxed{a+1=8}$

$a=\boxed{-9}$ 또는 $a=\boxed{7}$

$\therefore$ $\boxed{-9}$, $\boxed{7}$

04-1

이차방정식 $4x^2+(2m-1)x+9=0$에서

$4=2^2,\ 9=3^2$이므로 이 이차방정식이 중근을 가지려면

$2m-1=\pm2\times2\times3$이어야 한다. … ❶

즉, $2m-1=\pm12$에서

$2m-1=-12$ 또는 $2m-1=12$

$2m=-11$ 또는 $2m=13$

$m=-\frac{11}{2}$ 또는 $m=\frac{13}{2}$ … ❷

$\therefore$ $-\frac{11}{2},\ \frac{13}{2}$

채점기준	배점
❶ 중근을 가질 조건을 바르게 제시한다.	3
❷ m의 값을 모두 바르게 구한다.	2

24 근을 이용하여 미지수의 값과 다른 한 근 구하기 ▶p. 132

교과서 기본예제 1

4

교과서 기본예제 2

3

대표문제

주어진 이차방정식에 $x=2$를 대입하면

$a\times2^2+(a-10)\times2+2=0$

$4a+2a-20+2=0$, $6a=18$, $a=3$

주어진 이차방정식에 $a=\boxed{3}$을(를) 대입하면

$3x^2-7x+2=0$, $(3x-1)(x-2)=0$

이때 $x=\boxed{\frac{1}{3}}$ 또는 $x=\boxed{2}$이므로

다른 한 근은 $x=\boxed{\frac{1}{3}}$

$\therefore a=\boxed{3}$, 다른 한 근 : $x=\boxed{\frac{1}{3}}$

유사문제

주어진 이차방정식에 $x=3$을 대입하면

$3^2+3a-(a+1)=0$, $9+3a-a-1=0$

$2a=-8$, $a=-4$ … $(+2$점$)$

주어진 이차방정식에 $a=-4$를 대입하면

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

이때 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 다른 한 근은 $x=1$ … $(+3$점$)$

$\therefore a=-4$, 다른 한 근 : $x=1$

특별하게 연습하기 ▶p. 134

01

이차방정식 $x^2+ax-5=0$에 $x=4$를 대입하면

$4^2+4a-5=0$, $4a+11=0$

$4a=-11$, $a=-\frac{11}{4}$

또, 이차방정식 $3x^2-4x+b=0$에 $x=2$를 대입하면

$3\times2^2-4\times2+b=0$, $12-8+b=0$

$4+b=0$, $b=-4$

$\therefore ab=\boxed{-\frac{11}{4}\times(-4)=11}$

01-1

이차방정식 $2x^2+ax+1=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2\times(-1)^2-a+1=0$, $2-a+1=0$

$-a+3=0$, $-a=-3$, $a=3$ … ❶

또, 이차방정식 $x^2+5x-3b=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+5\times(-2)-3b=0$, $4-10-3b=0$

$-3b-6=0$, $-3b=6$, $b=-2$ … ❷

$\therefore a+b=3+(-2)=1$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

02

이차방정식 $x^2-2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-2a-1=0$, $a^2-2a=1$

또, 이차방정식 $x^2-4x-3=0$에 $x=b$를 대입하면

$b^2-4b-3=0$, $b^2-4b=3$

즉,

$2a^2-4a+b^2-4b$

$=2(a^2-2a)+b^2-4b=2\times1+3=5$

$\therefore \boxed{5}$

02-1

이차방정식 $x^2+8x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+8a-3=0$, $a^2+8a=3$ … ❶

또, 이차방정식 $x^2-2x-7=0$에 $x=b$를 대입하면

$b^2-2b-7=0$, $b^2-2b=7$ … ❷

즉, $a^2+8a-2b^2+4b+5=a^2+8a-2(b^2-2b)+5$

$=3-2\times7+5=-6$ … ❸

$\therefore\ -6$

채점기준	배점
❶ a^2+8a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b^2-2b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 식의 값을 바르게 구한다.	1

03

이차방정식 $x^2-3x-10=0$에서

$(x+2)(x-5)=0$

$x=-2$ 또는 $x=5$

따라서 이차방정식 $x^2-3x-10=0$의 두 근 중에서

작은 근은 $x=\boxed{-2}$이므로 $x^2-2x+k=0$에 대입하면

$(-2)^2-2\times(-2)+k=0,\ 4+4+k=0$

$k+8=0,\ k=-8$

$\therefore\ \boxed{-8}$

03-1

이차방정식 $3x^2+7x-6=0$에서

$(x+3)(3x-2)=0,\ x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ … ❶

따라서 이차방정식 $3x^2+7x-6=0$의 두 근 중에서

큰 근은 $x=\frac{2}{3}$이므로 $x^2-ax-12=0$에 대입하면

$\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{2}{3}a-12=0,\ \frac{4}{9}-\frac{2}{3}a-12=0$

$4-6a-108=0,\ -6a=104,\ a=-\frac{52}{3}$ … ❷

$\therefore\ -\frac{52}{3}$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $3x^2+7x-6=0$을 바르게 푼다.	3
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

04

이차방정식 $x^2-6x+a=0$에 $x=2$를 대입하면

$2^2-6\times2+a=0,\ -8+a=0,\ a=8$

또, 이차방정식 $2x^2+bx-6=0$에 $x=2$를 대입하면

$2\times2^2+2b-6=0,\ 2b+2=0$

$2b=-2,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=\boxed{8+(-1)=7}$

04-1

이차방정식 $x^2+ax-24=0$에 $x=4$를 대입하면

$4^2+4a-24=0,\ 4a-8=0,\ 4a=8,\ a=2$ … ❶

또, 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$에 $x=4$를 대입하면

$3\times4^2-10\times4+b=0,\ 48-40+b=0$

$8+b=0,\ b=-8$ … ❷

$\therefore\ a+b=2+(-8)=-6$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	1

25 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 ▶p. 136

교과서 기본예제 1

(1) $x=3\pm\sqrt{5}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

교과서 기본예제 2

(1) $(x-2)^2=2$ (2) $(x-1)^2=\frac{3}{2}$

대표문제

이차방정식 $2x^2-3x-4=0$에서

양변을 $\boxed{2}$(으)로 나누면 $\boxed{x^2-\frac{3}{2}x-2=0}$

상수항을 이항하면 $\boxed{x^2-\frac{3}{2}x=2}$

양변에 $\boxed{\left(-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{16}}$을(를) 더하면

$\boxed{x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}=2+\frac{9}{16}}$

좌변을 완전제곱식으로 나타내면 $\boxed{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{41}{16}}$

제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀면

$\boxed{x-\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{41}}{4},\ x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}}$

$\therefore\ x=\boxed{\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}}$

유사문제

이차방정식 $3x^2-2x-3=0$에서

양변을 3으로 나누면 $x^2-\frac{2}{3}x-1=0$

상수항을 이항하면 $x^2-\frac{2}{3}x=1$

양변에 $\left(-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{9}$을 더하면 $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=1+\frac{1}{9}$

좌변을 완전제곱식으로 나타내면 $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$ … (+4점)

제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x-\frac{1}{3}=\pm\frac{\sqrt{10}}{3},\ x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$ … (+2점)

$\therefore\ x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$

특별하게 연습하기

▶p. 138

01

이차방정식 $x^2-8x+2=0$에서

상수항을 이항하면 $\boxed{x^2-8x=-2}$

양변에 $\boxed{\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16}$을(를) 더하면

$\boxed{x^2-8x+16=-2+16,\ (x-4)^2=14}$

즉, $a=\boxed{-4}$, $b=\boxed{14}$이므로

$a+b=\boxed{-4+14=10}$

$\therefore\ \boxed{10}$

01-1

이차방정식 $x^2-10x+5=0$에서

상수항을 이항하면 $x^2-10x=-5$

양변에 $\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$를 더하면

$x^2-10x+25=-5+25,\ (x-5)^2=20$ … ❶

즉, $a=-5$, $b=20$이므로 $a+b=-5+20=15$ … ❷

$\therefore$ 15

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 $(x+a)^2=b$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

02

$2x^2+3x-1=0$

$x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$

$x^2+\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}$

$x^2+\frac{3}{2}x+\boxed{㉠\ \frac{9}{16}}=\frac{1}{2}+\boxed{㉠\ \frac{9}{16}}$

$\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=\boxed{㉡\ \frac{17}{16}}$

$x+\boxed{㉢\ \frac{3}{4}}=\boxed{㉣\ \pm\frac{\sqrt{17}}{4}}$

$\therefore\ x=\boxed{㉤\ \frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}}$

02-1

$x^2-8x+6=0$

$x^2-8x=-6$

$x^2-8x+\boxed{㉠\ 16}=-6+\boxed{㉠\ 16}$

$(x-4)^2=\boxed{㉡\ 10}$

$x-\boxed{㉢\ 4}=\boxed{㉣\ \pm\sqrt{10}}$

$\therefore\ x=\boxed{㉤\ 4\pm\sqrt{10}}$

채점기준	배점
㉠~㉤에 알맞은 수를 각각 바르게 쓴다.	5

03

주어진 이차방정식을 (완전제곱식)=(수) 꼴로 나타내면

$2x^2+2x-1=0,\ x^2+x-\frac{1}{2}=0$

$x^2+x=\frac{1}{2},\ x^2+x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀면

$$\boxed{x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2},\ x=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}}$$

$\therefore\ x=\boxed{\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}}$

03-1

주어진 이차방정식을 (완전제곱식)=(수) 꼴로 나타내면

$3x^2+6x+2=0,\ x^2+2x+\frac{2}{3}=0$

$x^2+2x=-\frac{2}{3},\ x^2+2x+1=-\frac{2}{3}+1$

$(x+1)^2=\frac{1}{3}$ … ❶

제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x+1=\pm\frac{\sqrt{3}}{3},\ x=-1\pm\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$ … ❷

$\therefore\ x=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 (완전제곱식)=(수) 꼴로 바르게 나타낸다.	4
❷ 주어진 이차방정식을 바르게 푼다.	2

04

이차방정식 $x^2+10x+k=0$을
완전제곱식을 이용하여 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l}x^2+10x+k=0,\ x^2+10x=-k\\ x^2+10x+25=-k+25,\ (x+5)^2=25-k\\ x+5=\pm\sqrt{25-k},\ x=-5\pm\sqrt{25-k}\end{array}}$$

이때 이차방정식의 해가 $x=-5\pm\sqrt{6}$이므로

$$\boxed{25-k=6,\ k=19}$$

$\therefore\ \boxed{19}$

TIP

$x=-5\pm\sqrt{6}$을 $x+5=\pm\sqrt{6}$으로 변형한 후 양변을 제곱하여 k의 값을 구하는 방법도 있다.

04-1

이차방정식 $2x^2-8x+k=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀면

$2x^2-8x+k=0,\ x^2-4x+\frac{k}{2}=0,\ x^2-4x=-\frac{k}{2}$

$x^2-4x+4=-\frac{k}{2}+4,\ (x-2)^2=4-\frac{k}{2}$

$x-2=\pm\sqrt{4-\frac{k}{2}},\ x=2\pm\sqrt{4-\frac{k}{2}}$ … ❶

이때 이차방정식의 해가 $x=2\pm\sqrt{6}$이므로

$4-\frac{k}{2}=6,\ -\frac{k}{2}=2,\ k=-4$ … ❷

$\therefore\ -4$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 해를 k를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	4
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

26 근의 공식과 복잡한 이차방정식의 풀이 ▶p. 140

교과서 기본예제 1

(1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) $x=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

교과서 기본예제 2

(1) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=-5$ (2) $x=\frac{-4\pm\sqrt{70}}{6}$

대표문제

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\boxed{\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}}$

$=\boxed{\frac{-4\pm2\sqrt{7}}{6}=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}}$

이때 $\frac{A\pm\sqrt{B}}{3}=\boxed{\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}}$이므로

$A=\boxed{-2},\ B=\boxed{7}$

즉, $A-B=\boxed{-2-7=-9}$

$\therefore\ \boxed{-9}$

TIP

짝수 근의 공식을 이용할 수도 있지만 교과서에 수록되지 않은 내용이므로 서술형에서는 가급적 이용하지 않는 것이 좋다.

유사문제

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ … (+3점)

이때 $\frac{5\pm\sqrt{B}}{A}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$이므로 $A=6$, $B=13$

즉, $A+B=6+13=19$ … (+2점)

$\therefore$ 19

특별하게 연습하기

▶p. 142

01

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\boxed{\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times2\times m}}{2\times2}}=\boxed{\frac{9\pm\sqrt{81-8m}}{4}}$

이때 $\frac{n\pm\sqrt{33}}{4}=\boxed{\frac{9\pm\sqrt{81-8m}}{4}}$이므로 $n=\boxed{9}$

또, $\boxed{81-8m=33,\ -8m=-48,\ m=6}$

즉, $m+n=\boxed{6+9=15}$

$\therefore$ $\boxed{15}$

01-1

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-m)}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+8m}}{4}$ … ❶

이때 $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{n}=\frac{-3\pm\sqrt{9+8m}}{4}$이므로 $n=4$

또, $9+8m=17$, $8m=8$, $m=1$ … ❷

즉, $m+n=1+4=5$ … ❸

$\therefore$ 5

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 해를 m을 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	1

02

$\frac{1}{5}x^2+0.4x-0.1=0$의 양변에 $\boxed{10}$을(를) 곱하면

$\boxed{2x^2+4x-1=0}$

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\boxed{\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}}=\boxed{\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}}$

이때 $\frac{A\pm\sqrt{B}}{2}=\boxed{\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}}$이므로

$A=\boxed{-2}$, $B=\boxed{6}$

즉, $A+B=\boxed{-2+6=4}$

$\therefore$ $\boxed{4}$

02-1

$0.2x^2-\frac{4}{5}x-1.6=0$의 양변에 5를 곱하면 $x^2-4x-8=0$

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}=2\pm2\sqrt{3}$ … ❶

이때 $A\pm\sqrt{B}=2\pm2\sqrt{3}$이므로 $A=2$, $B=3$

즉, $A+B=2+3=5$ … ❷

$\therefore$ 5

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 바르게 푼다.	4
❷ $A+B$의 값을 바르게 구한다.	2

03

$3x+1=A$로 놓으면 $\boxed{A^2+6A-7=0}$

이차방정식 $\boxed{A^2+6A-7=0}$을(를) 풀면

$\boxed{(A+7)(A-1)=0,\ A=-7 \text{ 또는 } A=1}$

즉, $\boxed{3x+1=-7}$ 또는 $\boxed{3x+1=1}$이므로

$x=\boxed{-\frac{8}{3}}$ 또는 $x=\boxed{0}$

$\therefore$ $x=\boxed{-\frac{8}{3}}$ 또는 $x=\boxed{0}$

03-1

$x+3=A$로 놓으면 $A^2-2A-63=0$ … ❶

이차방정식 $A^2-2A-63=0$을 풀면

$(A+7)(A-9)=0$, $A=-7$ 또는 $A=9$ … ❷

즉, $x+3=-7$ 또는 $x+3=9$이므로

$x=-10$ 또는 $x=6$ … ❸

$\therefore$ $x=-10$ 또는 $x=6$

채점기준	배점
❶ $x+3=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 바르게 제시한다.	1
❷ A에 대한 이차방정식을 바르게 푼다.	3
❸ 주어진 이차방정식을 바르게 푼다.	2

04

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\boxed{\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(a-2)}}{2\times1}}=\boxed{\dfrac{-3\pm\sqrt{17-4a}}{2}}$

이때 x가 유리수가 되려면 $\boxed{17-4a=0}$

또는 $\boxed{17-4a=k^2\ (k\text{는 0이 아닌 정수})}$ 꼴이어야 한다.

(i) $\boxed{17-4a=1}$일 때, $\boxed{-4a=-16,\ a=4}$

(ii) $\boxed{17-4a=9}$일 때, $\boxed{-4a=-8,\ a=2}$

(i), (ii)에서 모든 자연수 a의 값의 합은 $\boxed{4+2=6}$

$\therefore$ $\boxed{6}$

04-1

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(a-3)}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{37-4a}}{2}$ … ❶

이때 x가 유리수가 되려면 $37-4a=0$

또는 $37-4a=k^2$ (k는 0이 아닌 정수) 꼴이어야 한다. … ❷

(i) $37-4a=1$일 때, $-4a=-36$, $a=9$

(ii) $37-4a=9$일 때, $-4a=-28$, $a=7$

(iii) $37-4a=25$일 때, $-4a=-12$, $a=3$ … ❸

(i), (ii), (iii)에서 모든 자연수 a의 값의 합은 $9+7+3=19$ … ❹

$\therefore$ 19

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 해를 a를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ x가 유리수가 되도록 하는 a의 조건을 바르게 제시한다.	2
❸ 자연수 a의 값을 모두 바르게 구한다.	2
❹ 모든 자연수 a의 값의 합을 바르게 구한다.	1

자신있게 쫑내기

▶p. 144

01

$x=-2$를 대입하면 $(-2)^2-3\times(-2)+2=4+6+2=12$

$x=-1$을 대입하면 $(-1)^2-3\times(-1)+2=1+3+2=6$

$x=0$을 대입하면 $0^2-3\times0+2=0-0+2=2$

$x=1$을 대입하면 $1^2-3\times1+2=1-3+2=0$

$x=2$를 대입하면 $2^2-3\times2+2=4-6+2=0$ … ❶

따라서 이차방정식 $x^2-3x+2=0$의 해는

$x=1$ 또는 $x=2$ … ❷

$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=2$

채점기준	배점
❶ 주어진 x의 값을 각각 대입하여 그 값을 바르게 구한다.	5
❷ 이차방정식의 해를 모두 바르게 구한다.	1

02

등식 $(x-1)(4x+3)=(a+2)^2x^2+x$에서

$4x^2-x-3=(a^2+4a+4)x^2+x$

$(a^2+4a)x^2+2x+3=0$ … ❶

이때 x에 대한 이차방정식이 되기 위해서는 $a^2+4a\neq0$

즉, $a(a+4)\neq0$이어야 하므로 $a\neq0$이고 $a\neq-4$ … ❷

$\therefore$ $a\neq0$이고 $a\neq-4$

채점기준	배점
❶ 주어진 등식을 바르게 정리한다.	3
❷ a의 조건을 바르게 구한다.	3

03

이차방정식 $x^2-5x+6=0$에서

$(x-2)(x-3)=0$, $x=2$ 또는 $x=3$

즉, $\alpha=2$ … ❶

또, 이차방정식 $4x^2-4x+1=0$에서

$(2x-1)^2=0$, $x=\dfrac{1}{2}$ (중근)

즉, $\beta=\dfrac{1}{2}$ … ❷

$\therefore$ $\alpha\beta=2\times\dfrac{1}{2}=1$ … ❸

채점기준	배점
❶ α의 값을 바르게 구한다.	2
❷ β의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $\alpha\beta$의 값을 바르게 구한다.	1

04

이차방정식 $x^2-x=6$에서

$x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$

$x=-2$ 또는 $x=3$ … ❶

또, 이차방정식 $5x^2-3=5-6x$에서

$5x^2+6x-8=0$, $(x+2)(5x-4)=0$

$x=-2$ 또는 $x=\dfrac{4}{5}$ … ❷

이때 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=-2$ … ❸

$\therefore$ $x=-2$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2-x=6$을 바르게 푼다.	2
❷ 이차방정식 $5x^2-3=5-6x$를 바르게 푼다.	2
❸ 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해를 바르게 구한다.	1

05

이차방정식 $x^2-8x+a(a-6)=0$이 중근을 가지려면

$a(a-6)=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$이어야 한다. … ❶

즉, $a^2-6a=16$, $a^2-6a-16=0$

$(a+2)(a-8)=0$, $a=8$ ($\because a>0$) … ❷

이차방정식 $x^2-8x+a(a-6)=0$에 $a=8$을 대입하면

$x^2-8x+8\times2=0$, $x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0$, $x=4$ (중근), 즉 $b=4$ … ❸

$\therefore a=8$, $b=4$

채점기준	배점
❶ 중근을 가질 조건을 바르게 제시한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ b의 값을 바르게 구한다.	2

06

이차방정식 $x^2-3x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2-3a+1=0$

$a^2-3a+1=0$에 $a=0$을 대입하면

$0^2-3\times0+1=1\neq0$이므로 $a\neq0$

$a\neq0$이므로 $a^2-3a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$a-3+\frac{1}{a}=0$, $a+\frac{1}{a}=3$ … ❶

즉, $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$ … ❷

$\therefore 7$

채점기준	배점
❶ $a+\frac{1}{a}$의 값을 바르게 구한다.	3
❷ 식의 값을 바르게 구한다.	3

07

주어진 이차방정식에 $x=1$을 대입하면

$1^2+3a-2a=0$, $a+1=0$, $a=-1$ … ❶

주어진 이차방정식에 $a=-1$을 대입하면

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

이때 $x=1$ 또는 $x=2$이므로 다른 한 근은 $x=2$ … ❷

$\therefore a=-1$, 다른 한 근 : $x=2$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 주어진 이차방정식의 다른 한 근을 바르게 구한다.	3

08

이차방정식 $x^2+8x+k-3=0$이 중근을 가지려면

$k-3=\left(\frac{8}{2}\right)^2$이어야 하므로 $k-3=16$, $k=19$ … ❶

이차방정식 $(k-17)x^2-x-1=0$에 $k=19$를 대입하면

$2x^2-x-1=0$, $(2x+1)(x-1)=0$

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$ … ❷

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

채점기준	배점
❶ k의 값을 바르게 구한다.	3
❷ 이차방정식 $(k-17)x^2-x-1=0$을 바르게 푼다.	3

09

이차방정식 $x(x+1)=30$에서

$x^2+x-30=0$, $(x+6)(x-5)=0$

$x=-6$ 또는 $x=5$

즉, $a=5$, $b=-6$ ($\because a>b$) … ❶

이차방정식 $ax^2+bx+1=0$에 $a=5$, $b=-6$을 대입하면

$5x^2-6x+1=0$, $(5x-1)(x-1)=0$

$x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$ … ❷

$\therefore x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$

채점기준	배점
❶ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	3
❷ 이차방정식 $ax^2+bx+1=0$을 바르게 푼다.	3

10

(1) $x^2-4x-1=0$, $x^2-4x=1$

$x^2-4x+4=1+4$, $(x-2)^2=5$ … ❶

$\therefore (x-2)^2=5$

(2) $A=-2$, $B=5$이므로 $A+B=-2+5=3$ … ❷

$\therefore 3$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 $(x+A)^2=B$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ $A+B$의 값을 바르게 구한다.	2

11

이차방정식 $x^2-6x=k$를 완전제곱식을 이용하여 풀면

$x^2-6x=k$, $x^2-6x+9=k+9$

$(x-3)^2=k+9$, $x-3=\pm\sqrt{k+9}$

$x=3\pm\sqrt{k+9}$ … ❶

이때 이차방정식의 해가 $x=3\pm\sqrt{7}$이므로

$k+9=7$, $k=-2$ … ❷

$\therefore -2$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 해를 k를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	4
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

12

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times A}}{2\times3}=\frac{-1\pm\sqrt{1-12A}}{6} \quad \cdots ❶$$

이때 $\frac{B\pm\sqrt{37}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{1-12A}}{6}$이므로 $B=-1$

또, $1-12A=37$, $-12A=36$, $A=-3$ $\cdots$ ❷

즉, $A+B=-3+(-1)=-4$ $\cdots$ ❸

$\therefore$ -4

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 해를 A를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ A, B의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $A+B$의 값을 바르게 구한다.	1

13

$\frac{(x+1)^2}{3}=\frac{(x+2)(x-1)}{4}+1$의 양변에 12를 곱하여 정리하면

$4(x+1)^2=3(x+2)(x-1)+12$

$4(x^2+2x+1)=3(x^2+x-2)+12$

$4x^2+8x+4=3x^2+3x-6+12$

$x^2+5x-2=0$ $\cdots$ ❶

근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀면

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2} \quad \cdots ❷$$

$\therefore$ $x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 바르게 정리한다.	4
❷ 주어진 이차방정식을 바르게 푼다.	3

14

$x-2y=A$로 놓으면 $(A-1)(A+3)-5=0$ $\cdots$ ❶

이차방정식 $(A-1)(A+3)-5=0$을 풀면

$A^2+2A-8=0$, $(A+4)(A-2)=0$

$A=-4$ 또는 $A=2$ $\cdots$ ❷

즉, $x-2y=-4$ 또는 $x-2y=2$에서

$x-2y=-4$ ($\because$ $0<x<y$)이므로

$4y-2x=-2(x-2y)=-2\times(-4)=8$ $\cdots$ ❸

$\therefore$ 8

채점기준	배점
❶ $x-2y=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 바르게 제시한다.	1
❷ A에 대한 이차방정식을 바르게 푼다.	3
❸ $4y-2x$의 값을 바르게 구한다.	3

15

(1) $x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$

$x=-2$ 또는 $x=8$ $\cdots$ ❶

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=8$

(2) $x^2-6x-16=0$, $x^2-6x=16$

$x^2-6x+9=16+9$, $(x-3)^2=25$

$x-3=\pm5$, $x=3\pm5$

$x=3+5=8$ 또는 $x=3-5=-2$ $\cdots$ ❷

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=8$

(3) $x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times(-16)}}{2\times1}$

$=\frac{6\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{6\pm10}{2}=3\pm5$

$x=3+5=8$ 또는 $x=3-5=-2$ $\cdots$ ❸

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=8$

채점기준	배점
❶ 인수분해를 이용하여 이차방정식을 바르게 푼다.	3
❷ 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 바르게 푼다.	3
❸ 근의 공식을 이용하여 이차방정식을 바르게 푼다.	3

02 이차방정식의 활용

27 이차방정식의 근의 개수

▶p. 150

교과서 기본예제 1

(1) 2개 (2) 0개

교과서 기본예제 2

4

대표문제

(1) 이차방정식 $x^2-2x-(k-3)=0$에서

$x^2-2x=k-3$
$x^2-2x+1=k-3+1$
$(x-1)^2=k-2$

$\therefore$ $\boxed{(x-1)^2=k-2}$

(2) 이차방정식 $\boxed{(x-1)^2=k-2}$이(가)

근을 가지려면 $\boxed{k-2\geq 0}$이어야 한다.

즉, $\boxed{k\geq 2}$

$\therefore$ $\boxed{k\geq 2}$

유사문제

(1) 이차방정식 $x^2-4x-k+3=0$에서
$x^2-4x=k-3$, $x^2-4x+4=k-3+4$
$(x-2)^2=k+1$ … (+3점)
$\therefore$ $(x-2)^2=k+1$

(2) 이차방정식 $(x-2)^2=k+1$이 근을 가지려면
$k+1\geq 0$이어야 한다. 즉, $k\geq -1$ … (+3점)
$\therefore$ $k\geq -1$

특별하게 연습하기

▶p. 152

01

이차방정식 $x^2+(k+3)x+2+k=0$이 중근을 가지려면
$\boxed{(k+3)^2-4\times 1\times(2+k)=0}$이어야 한다. 즉,

$k^2+6k+9-8-4k=0$
$k^2+2k+1=0$, $(k+1)^2=0$, $k=-1$ (중근)

$\therefore$ $\boxed{-1}$

01-1

이차방정식 $x^2+(k+2)x+2k+1=0$이 중근을 가지려면
$(k+2)^2-4\times 1\times(2k+1)=0$이어야 한다. … ❶
즉, $k^2+4k+4-8k-4=0$
$k^2-4k=0$, $k(k-4)=0$
$k=0$ 또는 $k=4$ … ❷
$\therefore$ 0, 4

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시한다.	2
❷ k의 값을 모두 바르게 구한다.	3

02

이차방정식 $x^2-mx+(m+3)=0$이 중근을 가지므로

$(-m)^2-4\times 1\times(m+3)=0$
$m^2-4m-12=0$, $(m+2)(m-6)=0$
$m=-2$ 또는 $m=6$

이때 $m>0$이므로 $m=\boxed{6}$

따라서 이차방정식 $\boxed{x^2-6x+9=0}$에서

$\boxed{(x-3)^2=0,\ x=3\ (\text{중근})}$

즉, $n=\boxed{3}$

$\therefore$ $m+n=\boxed{6+3=9}$

02-1

이차방정식 $x^2+2mx+2m+3=0$이 중근을 가지므로
$(2m)^2-4\times 1\times(2m+3)=0$
$4m^2-8m-12=0$, $m^2-2m-3=0$
$(m+1)(m-3)=0$, $m=-1$ 또는 $m=3$
이때 $m<0$이므로 $m=-1$ … ❶
따라서 이차방정식 $x^2-2x+1=0$에서

$(x-1)^2=0$, $x=1$ (중근)

즉, $n=1$ … ❷

$\therefore m+n=-1+1=0$ … ❸

채점기준	배점
❶ m의 값을 바르게 구한다.	3
❷ n의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	1

03

이차방정식 $x^2+6x+k-4=0$이 해를 가지려면

$\boxed{6^2-4\times1\times(k-4)\ge0}$이어야 한다. 즉,

$\boxed{36-4k+16\ge0,\ -4k\ge-52,\ k\le13}$

$\therefore \boxed{k\le13}$

03-1

이차방정식 $x^2-5x-2k+1=0$이 해를 가지려면

$(-5)^2-4\times1\times(-2k+1)\ge0$이어야 한다. … ❶

즉, $25+8k-4\ge0$, $8k\ge-21$, $k\ge-\frac{21}{8}$ … ❷

$\therefore k\ge-\frac{21}{8}$

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 해를 가질 조건을 바르게 제시한다.	2
❷ k의 값의 범위를 바르게 구한다.	3

04

(i) 이차방정식 $2x^2-3x+a+1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$\boxed{(-3)^2-4\times2\times(a+1)>0 \quad 9-8a-8>0,\ -8a>-1,\ a<\frac{1}{8}}$

(ii) 이차방정식 $x^2+2ax+16=0$이 중근을 가지므로

$\boxed{(2a)^2-4\times1\times16=0,\ 4a^2-64=0 \quad 4a^2=64,\ a^2=16,\ a=\pm4}$

(i), (ii)에서 a의 값은 $\boxed{-4}$이다.

$\therefore \boxed{-4}$

04-1

(i) 이차방정식 $x^2+(a-3)x+1=0$이 중근을 가지므로

$(a-3)^2-4\times1\times1=0$

$a^2-6a+9-4=0$, $a^2-6a+5=0$

$(a-1)(a-5)=0$, $a=1$ 또는 $a=5$ … ❶

(ii) 이차방정식 $x^2-3x+a=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-3)^2-4\times1\times a>0$

$9-4a>0$, $-4a>-9$, $a<\frac{9}{4}$ … ❷

(i), (ii)에서 a의 값은 1이다. … ❸

$\therefore 1$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2+(a-3)x+1=0$이 중근을 가질 때, a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ 이차방정식 $x^2-3x+a=0$이 서로 다른 두 근을 가질 때, a의 값의 범위를 바르게 구한다.	3
❸ a의 값을 바르게 구한다.	1

28 이차방정식 구하기

▶p. 154

교과서 기본예제 1

(1) $x^2-6x+8=0$

(2) $x^2+9x+18=0$

(3) $x^2+x-12=0$

(4) $x^2+2x-3=0$

교과서 기본예제 2

(1) $2-\sqrt{3}$

(2) $-1+\sqrt{2}$

대표문제

이차방정식의 두 근이 -2, 1이고

x^2의 계수가 $\boxed{2}$이므로

$\boxed{2(x+2)(x-1)=0,\ 2(x^2+x-2)=0 \quad 2x^2+2x-4=0}$

이때 $a=\boxed{2}$, $b=\boxed{-4}$이므로

$ab=\boxed{2\times(-4)=-8}$

$\therefore \boxed{-8}$

유사문제

이차방정식의 두 근이 3, $\frac{4}{3}$이고 x^2의 계수가 3이므로

$3(x-3)\left(x-\frac{4}{3}\right)=0$, $3\left(x^2-\frac{13}{3}x+4\right)=0$

$3x^2-13x+12=0$ … (+3점)

이때 $a=-13$, $b=12$이므로 $a+b=-13+12=-1$ … (+2점)

∴ -1

특별하게 연습하기

▶p. 156

01

이차방정식의 중근이 2이고 x^2의 계수가 $\boxed{2}$이므로

$2(x-2)^2=0$, $2(x^2-4x+4)=0$

$2x^2-8x+8=0$

이때 $a=\boxed{-8}$, $b=\boxed{8}$이므로

$b-a=\boxed{8-(-8)=16}$

∴ $\boxed{16}$

01-1

이차방정식의 중근이 -1이고 x^2의 계수가 3이므로

$3(x+1)^2=0$, $3(x^2+2x+1)=0$

$3x^2+6x+3=0$ … ❶

이때 $a=6$, $b=3$이므로 $a-b=6-3=3$ … ❷

∴ 3

채점기준	배점
❶ 중근이 -1인 이차방정식을 바르게 구한다.	3
❷ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	2

02

이차방정식 $3x^2+10x-8=0$에서 $\boxed{(3x-2)(x+4)=0}$

따라서 $x=\boxed{\frac{2}{3}}$ 또는 $x=\boxed{-4}$

이때 $m=\boxed{\frac{2}{3}}$, $n=\boxed{-4}$(으)로 놓으면

$m+2=\boxed{\frac{8}{3}}$, $n+2=\boxed{-2}$이므로 $m+2$, $n+2$를

두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3\left(x-\frac{8}{3}\right)(x+2)=0$, $3\left(x^2-\frac{2}{3}x-\frac{16}{3}\right)=0$

$3x^2-2x-16=0$

∴ $\boxed{3x^2-2x-16=0}$

02-1

이차방정식 $x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$

따라서 $x=2$ 또는 $x=4$ … ❶

이때 $a=2$, $b=4$로 놓으면 $a+1=3$, $b+1=5$

이므로 $a+1$, $b+1$을 두 근으로 하고

x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-3)(x-5)=0$, $x^2-8x+15=0$ … ❷

∴ $x^2-8x+15=0$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2-6x+8=0$을 바르게 푼다.	3
❷ $a+1$, $b+1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 바르게 구한다.	3

03

지선이가 잘못 본 이차방정식은

$\boxed{(x-2)(x+6)=0,\ x^2+4x-12=0}$

이때 상수항은 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 상수항은 $\boxed{-12}$이다.

하영이가 잘못 본 이차방정식은

$\boxed{(x-1)(x-3)=0,\ x^2-4x+3=0}$

이때 x의 계수는 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 x의 계수는 $\boxed{-4}$이다.

즉, 처음 이차방정식은 $\boxed{x^2-4x-12=0}$이므로

$\boxed{(x+2)(x-6)=0,\ x=-2 \text{ 또는 } x=6}$

∴ $x=\boxed{-2}$ 또는 $x=\boxed{6}$

03-1

채영이가 잘못 본 이차방정식은

$(x-2)(x+1)=0$, $x^2-x-2=0$

이때 상수항은 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 상수항은 -2이다. … ❶

나경이가 잘못 본 이차방정식은

$(x-2)(x+3)=0$, $x^2+x-6=0$

이때 x의 계수는 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 x의 계수는 1이다. … ❷

즉, 처음 이차방정식은 $x^2+x-2=0$이므로

$(x+2)(x-1)=0$, $x=-2$ 또는 $x=1$ … ③

∴ $x=-2$ 또는 $x=1$

채점기준	배점
❶ 처음 이차방정식의 상수항을 바르게 구한다.	2
❷ 처음 이차방정식의 x의 계수를 바르게 구한다.	2
❸ 처음 이차방정식을 바르게 푼다.	2

04

주어진 이차방정식의 계수가 모두 $\boxed{\text{유리수}}$이고

한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $\boxed{1-\sqrt{3}}$이다.

따라서 한 근이 $1+\sqrt{3}$이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$\boxed{\{x-(1+\sqrt{3})\}\{x-(1-\sqrt{3})\}=0,\ x^2-2x-2=0}$

이때 $m=\boxed{-2}$, $n=\boxed{-2}$이므로

$m+n=\boxed{-2+(-2)=-4}$

∴ $\boxed{-4}$

04-1

주어진 이차방정식의 계수가 모두 유리수이고

한 근이 $2-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다. … ❶

따라서 한 근이 $2-\sqrt{2}$이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$\{x-(2-\sqrt{2})\}\{x-(2+\sqrt{2})\}=0$, $x^2-4x+2=0$ … ❷

이때 $m=-4$, $n=2$이므로 $m+n=-4+2=-2$ … ❸

∴ -2

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 다른 한 근을 바르게 구한다.	2
❷ 한 근이 $2-\sqrt{2}$인 이차방정식을 바르게 구한다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	2

29 이차방정식의 활용(1)

▶p. 158

교과서 기본예제 1

(1) 6　　(2) 8

교과서 기본예제 2

7

대표문제

물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 $\boxed{0}$ m이다.

즉, $h=\boxed{0}$이므로 $\boxed{-5t^2+5t+100=0}$

이 이차방정식을 풀면

$t^2-t-20=0$, $(t+4)(t-5)=0$

$t=-4$ 또는 $t=5$

이때 $t>\boxed{0}$이므로 물체를 쏘아 올린 지

$\boxed{5}$초 후에 이 물체가 지면에 떨어진다.

∴ $\boxed{5}$초 후

유사문제

물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이다.

즉, $h=0$이므로 $-5t^2+45t+50=0$ … (+2점)

이 이차방정식을 풀면

$t^2-9t-10=0$, $(t+1)(t-10)=0$

$t=-1$ 또는 $t=10$ … (+2점)

이때 $t>0$이므로 물체를 쏘아 올린 지

10초 후에 이 물체가 지면에 떨어진다. … (+2점)

∴ 10초 후

특별하게 연습하기

▶p. 160

01

연속하는 세 자연수를 $\boxed{x-1}$, $\boxed{x}$, $\boxed{x+1}$(으)로

놓으면 $\boxed{(x+1)^2=(x-1)^2+x^2}$

이 이차방정식을 풀면

$x^2+2x+1=x^2-2x+1+x^2$

$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$

$x=0$ 또는 $x=4$

이때 x는 자연수이므로

세 자연수는 $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$이다.

∴ $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$

01-1

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$로 놓으면

$3(x-1)^2=x(x+1)$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$3(x^2-2x+1)=x^2+x$, $3x^2-6x+3=x^2+x$

$2x^2-7x+3=0$, $(2x-1)(x-3)=0$

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ … ❷

이때 x는 자연수이므로 세 자연수는 2, 3, 4이다. … ❸

∴ 2, 3, 4

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 세 자연수를 바르게 구한다.	2

02

동생의 나이를 x세로 놓으면 형의 나이는 $\boxed{(x+2)}$세이므로

$\boxed{x(x+2)=255}$

이 이차방정식을 풀면

$x^2+2x-255=0$, $(x+17)(x-15)=0$

$x=-17$ 또는 $x=15$

이때 x는 자연수이므로

형의 나이는 $\boxed{17}$세, 동생의 나이는 $\boxed{15}$세이다.

∴ 형 : $\boxed{17}$세, 동생 : $\boxed{15}$세

02-1

동생의 나이를 x세로 놓으면 언니의 나이는

$(x+6)$세이므로 $x(x+6)=160$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+6x-160=0$, $(x+16)(x-10)=0$

$x=-16$ 또는 $x=10$ … ❷

이때 x는 자연수이므로 언니의 나이는 16세,

동생의 나이는 10세이다. … ❸

∴ 언니 : 16세, 동생 : 10세

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 언니와 동생의 나이를 각각 바르게 구한다.	2

03

위의 날짜를 9월 x일로 놓으면 아래로 이웃하는 날짜는

9월 $\boxed{(x+7)}$일이므로 $\boxed{x(x+7)=198}$

이 이차방정식을 풀면

$x^2+7x-198=0$, $(x+18)(x-11)=0$

$x=-18$ 또는 $x=11$

이때 x는 자연수이므로 위아래로 이웃하는 두 날짜는

9월 $\boxed{11}$일, 9월 $\boxed{18}$일이다.

∴ 9월 $\boxed{11}$일, 9월 $\boxed{18}$일

03-1

위의 날짜를 7월 x일로 놓으면 아래로 이웃하는 날짜는

7월 $(x+7)$일이므로 $x(x+7)=368$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+7x-368=0$, $(x+23)(x-16)=0$

$x=-23$ 또는 $x=16$ … ❷

이때 x는 자연수이므로 위아래로 이웃하는

두 날짜는 7월 16일, 7월 23일이다. … ❸

∴ 7월 16일, 7월 23일

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 두 날짜를 각각 바르게 구한다.	2

04

1단계의 바둑돌은 $\boxed{1\times2=2}$(개), 2단계의 바둑돌은

$\boxed{2\times3=6}$(개), 3단계의 바둑돌은 $\boxed{3\times4=12}$(개), …,

n단계의 바둑돌은 $\boxed{n(n+1)=n^2+n}$(개)이므로

$\boxed{n^2+n=132}$

이 이차방정식을 풀면

$n^2+n-132=0$, $(n+12)(n-11)=0$

$n=-12$ 또는 $n=11$

이때 n은 자연수이므로 바둑돌 132개로 이루어진 직사각형은

$\boxed{11}$단계이다.

∴ $\boxed{11}$단계

04-1

1단계의 바둑돌은 $1\times3=3$(개), 2단계의 바둑돌은

$2\times4=8$(개), 3단계의 바둑돌은 $3\times5=15$(개), …,

n단계의 바둑돌은 $n(n+2)=n^2+2n$(개)이므로

$n^2+2n=168$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$n^2+2n-168=0$, $(n+14)(n-12)=0$

$n=-14$ 또는 $n=12$ … ❷

이때 n은 자연수이므로 바둑돌 168개로 이루어진 직사각형은 12단계이다. … ❸

∴ 12단계

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 바둑돌 168개로 이루어진 직사각형은 몇 단계인지 바르게 구한다.	2

30 이차방정식의 활용(2)

▶p. 162

교과서 기본예제 1

3

교과서 기본예제 2

5 cm

대표문제

직사각형의 가로의 길이를 x cm로 놓으면

세로의 길이는 $\boxed{(10-x)}$ cm이므로

$\boxed{x(10-x)=21}$

이 이차방정식을 풀면

$10x-x^2-21=0$, $x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$, $x=3$ 또는 $x=7$

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길어야 하므로 가로의 길이는 $\boxed{7}$ cm이다.

∴ $\boxed{7}$ cm

유사문제

직사각형의 세로의 길이를 x cm로 놓으면

가로의 길이는 $(14-x)$ cm이므로

$x(14-x)=48$ … (+2점)

이 이차방정식을 풀면

$14x-x^2-48=0$, $x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0$, $x=6$ 또는 $x=8$ … (+2점)

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길어야 하므로 세로의 길이는 6 cm이다. … (+2점)

∴ 6 cm

특별하게 연습하기

▶p. 164

01

일차함수 $y=\frac{a}{3}x-1$의 그래프가 점 $(a-1,\ a^2+2a-4)$를

지나므로 $\boxed{a^2+2a-4=\frac{a}{3}(a-1)-1}$

이 이차방정식을 풀면

$3a^2+6a-12=a^2-a-3$, $2a^2+7a-9=0$

$(2a+9)(a-1)=0$, $a=-\frac{9}{2}$ 또는 $a=1$

이때 $y=\frac{a}{3}x-1$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$a\ \boxed{<}\ 0$이어야 한다. 즉, $a=\boxed{-\frac{9}{2}}$

∴ $\boxed{-\frac{9}{2}}$

01-1

일차함수 $y=ax-2$의 그래프가 점 $(a-2,\ -a^2+a)$를

지나므로 $-a^2+a=a(a-2)-2$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$-a^2+a=a^2-2a-2$, $2a^2-3a-2=0$

$(2a+1)(a-2)=0$, $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$ … ❷

이때 $y=ax-2$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않으므로

$a>0$이어야 한다. 즉, $a=2$ … ❸

∴ 2

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ a의 값을 바르게 구한다.	2

02

$\overline{BD}=x$ cm로 놓으면 $\overline{DF}=\overline{AD}=\boxed{(10-x)}$ cm이므로

$\boxed{x(10-x)=24}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l}10x-x^2-24=0,\ x^2-10x+24=0\\(x-4)(x-6)=0,\ x=4 \text{ 또는 } x=6\end{array}}$$

이때 $\overline{BD}>\overline{DF}$이므로 $\overline{BD}=\boxed{6}$ cm

$\therefore$ $\boxed{6}$ cm

02-1

$\overline{BE}=x$ cm로 놓으면 $\overline{BD}=\overline{FE}=\overline{EC}=(14-x)$ cm이므로

$x(14-x)=48$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$14x-x^2-48=0,\ x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0,\ x=6$ 또는 $x=8$ … ❷

이때 $\overline{BD}>\overline{BE}$이므로 $\overline{BE}=6$ cm … ❸

$\therefore$ 6 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ $\overline{BE}$의 길이를 바르게 구한다.	2

03

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\boxed{(x-6)}$ cm이므로

$\boxed{x^2+(x-6)^2=116}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l}x^2+x^2-12x+36=116,\ x^2-6x-40=0\\(x+4)(x-10)=0,\ x=-4 \text{ 또는 } x=10\end{array}}$$

이때 $x>6$이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\boxed{10}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{10}$ cm

03-1

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+4)$ cm이므로

$x^2+(x+4)^2=400$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+x^2+8x+16=400,\ x^2+4x-192=0$

$(x+16)(x-12)=0,\ x=-16$ 또는 $x=12$ … ❷

이때 $x>0$이므로 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12 cm이다. … ❸

$\therefore$ 12 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 작은 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	2

04

$\overline{BC}=x$ cm로 놓으면

□ABCD∽□DEFC이므로 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}$

즉, $\boxed{1:(x-1)=x:1,\ x(x-1)=1}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{x^2-x-1=0,\ x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$$

이때 $x>1$이므로 $\overline{BC}=\boxed{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ cm

$\therefore$ $\boxed{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ cm

04-1

$\overline{BC}=x$ cm로 놓으면

□ABCD∽□DEFC이므로 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}$

즉, $5:(x-5)=x:5,\ x(x-5)=25$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2-5x-25=0,\ x=\frac{5\pm5\sqrt{5}}{2}$ … ❷

이때 $x>5$이므로 $\overline{BC}=\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ cm … ❸

$\therefore$ $\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

31 이차방정식의 활용(3)

▶p. 166

교과서 기본예제 1

$-3+4\sqrt{2}$

교과서 기본예제 2

5

대표문제

길의 폭을 x m로 놓으면 길을 제외한 땅의 넓이는

$\boxed{(30-x)(24-x)=520}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l} 720-54x+x^2=520,\ x^2-54x+200=0 \\ (x-4)(x-50)=0,\ x=4 \text{ 또는 } x=50 \end{array}}$$

이때 $0<x<\boxed{24}$이므로

길의 폭은 $\boxed{4}$ m이다.

$\therefore$ $\boxed{4}$ m

유사문제

산책로의 폭을 x m로 놓으면 산책로를 제외한 공원의 넓이는

$(50-x)(30-x)=1344$ … (+2점)

이 이차방정식을 풀면

$1500-80x+x^2=1344,\ x^2-80x+156=0$

$(x-2)(x-78)=0,\ x=2$ 또는 $x=78$ … (+2점)

이때 $0<x<30$이므로 길의 폭은 2 m이다. … (+2점)

$\therefore$ 2 m

특별하게 연습하기

▶p. 168

01

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\boxed{(8-x)}$ cm이므로

$\boxed{x^2+(8-x)^2=34}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2+x^2-16x+64=34,\ x^2-8x+15=0 \\ (x-3)(x-5)=0,\ x=3 \text{ 또는 } x=5 \end{array}}$$

이때 $0<x<4$이므로 작은 정사각형의 한 변의 길이는

$\boxed{3}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{3}$ cm

01-1

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(6-x)$ cm이므로

$x^2+(6-x)^2=26$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+x^2-12x+36=26,\ x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0,\ x=1$ 또는 $x=5$ … ❷

이때 $3<x<6$이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다. … ❸

$\therefore$ 5 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	2

02

x초 후의 직사각형의 가로의 길이는 $\boxed{(8+2x)}$ cm,

세로의 길이는 $\boxed{(12-x)}$ cm이므로

$\boxed{(8+2x)(12-x)=8\times 12}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l} -2x^2+16x+96=96,\ x^2-8x=0 \\ x(x-8)=0,\ x=0 \text{ 또는 } x=8 \end{array}}$$

이때 $0<x<12$이므로 $\boxed{8}$초 후에

처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

$\therefore$ $\boxed{8}$초 후

02-1

x초 후의 직사각형의 가로의 길이는 $(30-x)$ cm,

세로의 길이는 $(30+2x)$ cm이므로

$(30-x)(30+2x)=30^2$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$-2x^2+30x+900=900,\ x^2-15x=0$

$x(x-15)=0,\ x=0$ 또는 $x=15$ … ❷

이때 $0<x<30$이므로 15초 후에

처음 정사각형과 넓이가 같아진다. … ❸

$\therefore$ 15초 후

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 몇 초 후에 처음 정사각형과 넓이가 같아지는지 바르게 구한다.	2

03

처음 원의 넓이는 $\boxed{\pi\times 3^2=9\pi}$ (cm^2)이므로

$\boxed{\pi\times(x+3)^2-9\pi=8\times 9\pi}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2+6x+9-9=72,\ x^2+6x-72=0 \\ (x+12)(x-6)=0,\ x=-12 \text{ 또는 } x=6 \end{array}}$$

이때 $x>0$이므로 $x=\boxed{6}$

$\therefore$ $\boxed{6}$

03-1

처음 원의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi$ (cm^2)이므로

$\pi\times(x+2)^2-4\pi=3\times 4\pi$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+4x+4-4=12,\ x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0,\ x=-6$ 또는 $x=2$ … ❷

이때 $x>0$이므로 $x=2$ … ❸

$\therefore$ 2

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ x의 값을 바르게 구한다.	2

04

처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm로 놓으면

가로의 길이는 $\boxed{(x+5)}$ cm이므로

$\boxed{3(x-1)(x-6)=150}$

이 이차방정식을 풀면

$$\boxed{\begin{array}{l} (x-1)(x-6)=50,\ x^2-7x-44=0 \\ (x+4)(x-11)=0,\ x=-4 \text{ 또는 } x=11 \end{array}}$$

이때 $x>6$이므로 처음 직사각형 모양의 종이의

세로의 길이는 $\boxed{11}$ cm이다.

$\therefore$ $\boxed{11}$ cm

04-1

처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를

x cm로 놓으면 세로의 길이는 $(x-3)$ cm이므로

$2(x-4)(x-7)=140$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$(x-4)(x-7)=70,\ x^2-11x-42=0$

$(x+3)(x-14)=0,\ x=-3$ 또는 $x=14$ … ❷

이때 $x>7$이므로 처음 직사각형 모양의 종이의

가로의 길이는 14 cm이다. … ❸

$\therefore$ 14 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 170

01

(가) 이차방정식 $x^2-4x-3=0$에서

$(-4)^2-4\times1\times(-3)=16+12=28>0$

따라서 해의 개수는 2개이다. … ❶

(나) 이차방정식 $9x^2+12x+4=0$에서

$12^2-4\times9\times4=144-144=0$

따라서 해의 개수는 1개이다. … ❷

(다) 이차방정식 $x^2-3x+4=0$에서

$(-3)^2-4\times1\times4=9-16=-7<0$

따라서 해가 없다. … ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2-4x-3=0$의 해의 개수를 바르게 구한다.	2
❷ 이차방정식 $9x^2+12x+4=0$의 해의 개수를 바르게 구한다.	2
❸ 이차방정식 $x^2-3x+4=0$의 해의 개수를 바르게 구한다.	2

02

이차방정식 $(k+1)x^2-(2k+2)x-k+1=0$이 중근을 가지려면

$\{-(2k+2)\}^2-4(k+1)(-k+1)=0$이어야 한다. … ❶

즉, $4k^2+8k+4-4(1-k^2)=0$

$4k^2+8k+4-4+4k^2=0$

$8k^2+8k=0,\ k^2+k=0$

$k(k+1)=0,\ k=0$ 또는 $k=-1$

이때 $k=-1$이면 이차방정식이 성립하지 않으므로 $k=0$ … ❷

$\therefore$ 0

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시한다.	2
❷ k의 값을 바르게 구한다.	4

03

이차방정식 $x^2-3x+k=0$이 해가 없으려면

$(-3)^2-4\times1\times k<0$, $9-4k<0$이어야 한다. … ❶

즉, $9-4k<0$에서 $-4k<-9$, $k>\frac{9}{4}$ … ❷

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 3이다. … ❸

$\therefore$ 3

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 해가 없을 조건을 바르게 제시한다.	2
❷ k의 값의 범위를 바르게 구한다.	2
❸ 가장 작은 자연수 k의 값을 바르게 구한다.	1

04

이차방정식의 두 근이 2, -3이고 x^2의 계수가 3이므로

$3(x-2)(x+3)=0$, $3(x^2+x-6)=0$

$3x^2+3x-18=0$ … ❶

이때 $a=3$, $b=-18$이므로 $a+b=3+(-18)=-15$ … ❷

$\therefore$ -15

채점기준	배점
❶ 두 근이 2, -3인 이차방정식을 바르게 구한다.	3
❷ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

05

이차방정식 $2x^2-4x+a=0$이 중근을 가지므로

$(-4)^2-4\times2\times a=0$, $16-8a=0$

$-8a=-16$, $a=2$ … ❶

이때 $a+2=4$, $a-1=1$이므로 $a+2$, $a-1$을

두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-4)(x-1)=0$, $3(x^2-5x+4)=0$

$3x^2-15x+12=0$ … ❷

$\therefore$ $3x^2-15x+12=0$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ $a+2$, $a-1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식을 바르게 구한다.	3

06

이차방정식 $x^2+kx+k-1=0$에서 x의 계수와

상수항을 서로 바꾸면 $x^2+(k-1)x+k=0$ … ❶

이 이차방정식의 한 근이 -2이므로 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+(k-1)\times(-2)+k=0$

$4-2k+2+k=0$, $-k=-6$, $k=6$ … ❷

즉, 이차방정식 $x^2+kx+k-1=0$에

$k=6$을 대입하면 $x^2+6x+5=0$이므로

$(x+5)(x+1)=0$, $x=-5$ 또는 $x=-1$ … ❸

$\therefore$ $x=-5$ 또는 $x=-1$

채점기준	배점
❶ x의 계수와 상수항을 서로 바꾼 이차방정식을 바르게 제시한다.	1
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 처음 이차방정식을 바르게 푼다.	3

07

진영이가 잘못 본 이차방정식은

$(x-1)(x+6)=0$, $x^2+5x-6=0$

이때 상수항은 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 상수항은 -6이다. … ❶

채연이가 잘못 본 이차방정식은

$(x-2)(x-3)=0$, $x^2-5x+6=0$

이때 x의 계수는 제대로 보았으므로

처음 이차방정식의 x의 계수는 -5이다. … ❷

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-5x-6=0$이므로

$a=-5$, $b=-6$이다.

즉, $a+b=-5+(-6)=-11$ … ❸

$\therefore$ -11

채점기준	배점
❶ 처음 이차방정식의 상수항을 바르게 구한다.	2
❷ 처음 이차방정식의 x의 계수를 바르게 구한다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2

08

주어진 이차방정식의 계수가 모두 유리수이고

한 근이 $3+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{5}$이다. … ❶

따라서

$m=3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}=6$

$n=(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=9-5=4$ … ❷

즉, $m+n=6+4=10$ … ❸

$\therefore$ 10

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식의 다른 한 근을 바르게 구한다.	2
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	1

09

물체의 높이가 45 m이므로 $50t-5t^2=45$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$-5t^2+50t-45=0$, $t^2-10t+9=0$

$(t-1)(t-9)=0$, $t=1$ 또는 $t=9$ … ❷

즉, 물체의 높이가 45 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지

1초 후와 9초 후이므로 이 물체가 45 m 높이의 지점을

처음 지날 때부터 다시 지날 때까지 걸리는 시간은

$9-1=8$(초) … ❸

$\therefore$ 8초

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 물체가 45 m 높이의 지점을 처음 지날 때부터 다시 지날 때까지 걸리는 시간을 바르게 구한다.	2

10

어떤 수를 x로 놓으면 $(x-4)^2=2(x-4)$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2-8x+16=2x-8$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$, $x=4$ 또는 $x=6$ … ❷

즉, 어떤 수는 4, 6이다. … ❸

∴ 4, 6

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 어떤 수를 모두 바르게 구한다.	1

TIP

$(x-4)^2=2(x-4)$에서 $x-4=A$로 놓고 푸는 방법도 있다.

11

연속하는 두 홀수를 x, $x+2$로 놓으면 $x^2+(x+2)^2=202$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+x^2+4x+4=202$, $x^2+2x-99=0$

$(x+11)(x-9)=0$, $x=-11$ 또는 $x=9$ … ❷

이때 x는 자연수이므로 두 홀수는 9, 11이다.

즉, 두 홀수의 곱은 $9\times11=99$ … ❸

∴ 99

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 두 홀수의 곱을 바르게 구한다.	2

12

동생의 나이를 x세로 놓으면 형의 나이는

$(x+8)$세이므로 $(x+8)^2=5x^2-20$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+16x+64=5x^2-20$, $x^2-4x-21=0$

$(x+3)(x-7)=0$, $x=-3$ 또는 $x=7$ … ❷

이때 x는 자연수이므로

형의 나이는 15세, 동생의 나이는 7세이다. … ❸

∴ 형 : 15세, 동생 : 7세

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 형과 동생의 나이를 각각 바르게 구한다.	2

13

학생 수를 x명으로 놓으면

한 학생이 받은 볼펜의 수는 $(x-5)$자루이므로

$x(x-5)=150$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2-5x-150=0$, $(x+10)(x-15)=0$

$x=-10$ 또는 $x=15$ … ❷

이때 $x>5$이므로 학생 수는 15명이다. … ❸

∴ 15명

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 학생 수를 바르게 구한다.	2

14

여행의 출발 날짜를 8월 x일로 놓으면 여행을 가는

날짜는 8월 x일, $(x+1)$일, $(x+2)$일이므로

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=509$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=509$

$x^2+2x-168=0$, $(x+14)(x-12)=0$

$x=-14$ 또는 $x=12$ … ❷

이때 x는 자연수이므로

여행의 출발 날짜는 8월 12일이다. … ❸

∴ 8월 12일

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 여행의 출발 날짜를 바르게 구한다.	2

15

$\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=b=-2a+10$이므로

$\frac{1}{2}(-2a+10+10)\times a=24$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$\frac{1}{2}a(-2a+20)=24$, $-2a^2+20a-48=0$

$a^2-10a+24=0$, $(a-4)(a-6)=0$

$a=4$ 또는 $a=6$ … ❷

이때 $0<a<5$이므로 $a=4$이고, $b=-2\times4+10=2$

즉, 점 P의 좌표는 $(4, 2)$이다. … ❸

∴ $(4, 2)$

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 점 P의 좌표를 바르게 구한다.	2

16

풋살 경기장의 세로의 길이를 x m로 놓으면

가로의 길이는 $(x+20)$ m이므로 $x(x+20)=800$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+20x-800=0$, $(x+40)(x-20)=0$

$x=-40$ 또는 $x=20$ … ❷

이때 $x>0$이므로 풋살 경기장의 세로의 길이는 20 m이다. … ❸

∴ 20 m

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 풋살 경기장의 세로의 길이를 바르게 구한다.	2

17

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-x)$ cm이므로

$x^2+(9-x)^2=45$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+x^2-18x+81=45$, $x^2-9x+18=0$

$(x-3)(x-6)=0$, $x=3$ 또는 $x=6$ … ❷

이때 $\frac{9}{2}<x<9$이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는

6 cm이다. … ❸

∴ 6 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구한다.	2

18

무대와 통로를 합하여 만든 새로운 직사각형의

가로의 길이는 $(2x+10)$ m, 세로의 길이는 $(2x+6)$ m

이므로 $(2x+10)(2x+6)-10\times6=57$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$4x^2+32x+60-60=57$, $4x^2+32x-57=0$

$(2x+19)(2x-3)=0$, $x=-\frac{19}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ … ❷

이때 $x>0$이므로 $x=\frac{3}{2}$ … ❸

∴ $\frac{3}{2}$

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ x의 값을 바르게 구한다.	2

19

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{AC}$에서

$(x+1):x=x:1$, $x^2=x+1$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2-x-1=0$, $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ … ❷

이때 $x>0$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ … ❸

∴ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ x의 값을 바르게 구한다.	2

20

$\overline{BC}=x$ cm로 놓으면 $\overline{CE}=(14-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}(14-x)^2=50$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x^2+(14-x)^2=100$, $x^2+x^2-28x+196=100$

$x^2-14x+48=0$, $(x-6)(x-8)=0$

$x=6$ 또는 $x=8$ … ❷

이때 $\overline{BC}>\overline{CE}$이므로 $\overline{BC}=8$ cm … ❸

∴ 8 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

21

두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$의

길이는 각각 $\overline{PB}=(20-2x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times3x(20-2x)=48$ … ❶

이 이차방정식을 풀면

$x(20-2x)=32$, $x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$, $x=2$ 또는 $x=8$ … ❷

이때 $0<x<10$이므로 출발한 지 2초 후에

△PBQ의 넓이가 처음으로 48 cm^{2}가 된다. … ❸

∴ 2초 후

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 출발한 지 몇 초 후에 △PBQ의 넓이가 처음으로 48 cm^{2}가 되는지 바르게 구한다.	2

22

길의 폭을 x m로 놓으면 길을 제외한 땅의 넓이는

$(20-2x)(10-x)=98$ ⋯ ❶

이 이차방정식을 풀면

$2(10-x)(10-x)=98$, $(10-x)^2=49$

$10-x=7$ 또는 $10-x=-7$, $x=3$ 또는 $x=17$ ⋯ ❷

이때 $0<x<10$이므로 길의 폭은 3 m이다. ⋯ ❸

∴ 3 m

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 길의 폭을 바르게 구한다.	2

23

$\overline{CB}=x$ cm로 놓으면 $\overline{AC}=(20-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times10^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{20-x}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2=24\pi$ ⋯ ❶

이 이차방정식을 풀면

$50-\frac{400-40x+x^2}{8}-\frac{x^2}{8}=24$

$400-(400-40x+x^2)-x^2=192$

$x^2-20x+96=0$, $(x-8)(x-12)=0$

$x=8$ 또는 $x=12$ ⋯ ❷

이때 $\overline{AC}>\overline{CB}$이므로 $\overline{CB}=8$ cm ⋯ ❸

∴ 8 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ $\overline{CB}$의 길이를 바르게 구한다.	2

24

물받이의 높이를 x cm로 놓으면 색칠한 부분의 가로의 길이는 $(56-2x)$ cm이므로 $x(56-2x)=392$ ⋯ ❶

이 이차방정식을 풀면

$56x-2x^2-392=0$, $x^2-28x+196=0$

$(x-14)^2=0$, $x=14$ (중근) ⋯ ❷

이때 $0<x<28$이므로 물받이의 높이는 14 cm이다. ⋯ ❸

∴ 14 cm

채점기준	배점
❶ 조건에 맞게 이차방정식을 바르게 세운다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 푼다.	2
❸ 물받이의 높이를 바르게 구한다.	2

Ⅳ. 이차함수

01 이차함수와 그 그래프

32 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 ▶p. 180

교과서 기본예제 1

ㄴ과 ㅂ, ㄹ과 ㅁ

대표문제

이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면

$\boxed{-12=a\times(-4)^2,\ -12=16a,\ a=-\frac{3}{4}}$

따라서 이차함수의 식은 $\boxed{y=-\frac{3}{4}x^2}$

이차함수 $\boxed{y=-\frac{3}{4}x^2}$의 그래프가 점 $(k, -3)$을 지나므로 $\boxed{-3=-\frac{3}{4}k^2,\ k^2=4,\ k=\pm2}$

즉, 양수 k의 값은 $\boxed{2}$이다.

∴ $\boxed{2}$

유사문제

이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면

$6=a\times(-3)^2$, $6=9a$, $a=\frac{2}{3}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2$ ⋯ (+3점)

이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $(k, 24)$를 지나므로

$24=\frac{2}{3}k^2$, $k^2=36$, $k=\pm6$

즉, 음수 k의 값은 -6이다. ⋯ (+2점)

∴ -6

특별하게 연습하기

▶p. 182

01

x^2의 계수의 절댓값이 큰 것부터 순서대로 나열하면

$$\boxed{|5|=5,\ |-3|=3,\ \left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2},\ \left|\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}}$$

이때 x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 $\boxed{\text{좁아지므로}}$

그래프의 폭이 좁은 것부터 차례대로 나열하면

$$\boxed{y=5x^2,\ y=-3x^2,\ y=-\frac{1}{2}x^2,\ y=\frac{1}{3}x^2}$$

즉, $\boxed{\text{ㄷ, ㄹ, ㄴ, ㄱ}}$

∴ $\boxed{\text{ㄷ, ㄹ, ㄴ, ㄱ}}$

01-1

x^2의 계수의 절댓값이 작은 것부터 순서대로 나열하면

$|-0.3|=0.3,\ \left|\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5},\ |4|=4,\ |-5|=5$ … ❶

이때 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로
그래프의 폭이 넓은 것부터 차례대로 나열하면

$y=-0.3x^2,\ y=\frac{4}{5}x^2,\ y=4x^2,\ y=-5x^2$

즉, ㄱ, ㄷ, ㄴ, ㄹ … ❷

∴ ㄱ, ㄷ, ㄴ, ㄹ

채점기준	배점
❶ x^2의 계수의 절댓값의 대소를 바르게 비교한다.	2
❷ 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례대로 바르게 나열한다.	3

02

이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면

$$\boxed{-24=a\times4^2,\ -24=16a,\ a=-\frac{3}{2}}$$

따라서 이차함수의 식은 $\boxed{y=-\frac{3}{2}x^2}$

이차함수 $\boxed{y=-\frac{3}{2}x^2}$의 그래프가 점 $(k,\ -6)$을 지나므로

$$\boxed{-6=-\frac{3}{2}k^2,\ k^2=4,\ k=\pm2}$$

즉, 음수 k의 값은 $\boxed{-2}$이다.

∴ $\boxed{-2}$

02-1

이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면

$4=a\times2^2,\ 4=4a,\ a=1$

따라서 이차함수의 식은 $y=x^2$ … ❶

이차함수 $y=x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 25)$를 지나므로

$25=k^2,\ k=\pm5$

즉, 양수 k의 값은 5이다. … ❷

∴ 5

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	3
❷ 양수 k의 값을 바르게 구한다.	2

03

이차함수 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인

그래프의 식은 $\boxed{y=-\frac{3}{2}x^2}$

이차함수 $\boxed{y=-\frac{3}{2}x^2}$의 그래프가 점 $(-2,\ a)$를

지나므로 $\boxed{a=-\frac{3}{2}\times(-2)^2=-6}$

∴ $\boxed{-6}$

03-1

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여

대칭인 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2$ … ❶

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{2}\times4^2=8$ … ❷

∴ 8

채점기준	배점
❶ x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

04

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$$\boxed{-3=a\times1^2,\ a=-3}$$

이차함수 $\boxed{y=-3x^2}$의 그래프가 점 $(b,\ -12)$를 지나므로

$$\boxed{-12=-3b^2,\ b^2=4,\ b=\pm2}$$

이때 $b>0$이므로 $b=\boxed{2}$

∴ $a+b=\boxed{-3+2=-1}$

04-1

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(-1)^2,\ a=2$ … ❶

이차함수 $y=2x^2$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로

$k=2\times3^2=18$ … ❷

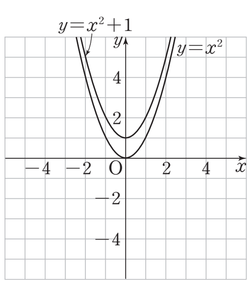
$\therefore\ a+k=2+18=20$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a+k$의 값을 바르게 구한다.	1

33 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

▶p. 184

교과서 기본예제 1



교과서 기본예제 2

(1) -2 (2) 4

대표문제

이차함수 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로

a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=\frac{3}{2}x^2+a}$

이차함수 $\boxed{y=\frac{3}{2}x^2+a}$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을

지나므로 $\boxed{-3=\frac{3}{2}\times2^2+a,\ -3=6+a,\ a=-9}$

$\therefore$ $\boxed{-9}$

유사문제

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로

a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2+a$ … (+3점)

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+a$의 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로

$1=-\frac{1}{3}\times3^2+a,\ 1=-3+a,\ a=4$ … (+2점)

$\therefore$ 4

특별하게 연습하기

▶p. 186

01

이차함수 $y=ax^2+2$의 그래프를 y축의 방향으로

q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=ax^2+2+q}$

이 식이 $y=4x^2-5$와 같으므로 $a=\boxed{4}$

또, $\boxed{2+q=-5}$에서 $q=\boxed{-7}$

$\therefore\ a-q=\boxed{4-(-7)=11}$

01-1

이차함수 $y=ax^2-5$의 그래프를 y축의 방향으로

q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax^2-5+q$ … ❶

이 식이 $y=-x^2+3$과 같으므로 $a=-1$

또, $-5+q=3$에서 $q=8$ … ❷

$\therefore\ a+q=-1+8=7$ … ❸

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	2
❷ $a,\ q$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $a+q$의 값을 바르게 구한다.	1

02

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가

점 $(-2,\ 5)$를 지나므로 $\boxed{5=a\times(-2)^2+q,\ 4a+q=5}$ … ①

또, 점 $(4,\ 11)$을 지나므로 $\boxed{11=a\times4^2+q,\ 16a+q=11}$ … ②

②에서 ①을 변끼리 빼면 $\boxed{12a=6}$, $a=\boxed{\frac{1}{2}}$

$a=\boxed{\frac{1}{2}}$을(를) ①에 대입하면 $\boxed{2+q=5}$, $q=\boxed{3}$

$\therefore\ a+q=\boxed{\frac{1}{2}+3=\frac{7}{2}}$

02-1

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$-3=a\times1^2+q,\ a+q=-3$ ⋯ ①

또, 점 $(2,\ 3)$을 지나므로

$3=a\times2^2+q,\ 4a+q=3$ ⋯ ② ⋯ ❶

②에서 ①을 변끼리 빼면 $3a=6,\ a=2$

$a=2$를 ①에 대입하면 $2+q=-3,\ q=-5$ ⋯ ❷

$\therefore\ a-q=2-(-5)=7$ ⋯ ❸

채점기준	배점
❶ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 $a,\ q$ 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❷ $a,\ q$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $a-q$의 값을 바르게 구한다.	1

03

주어진 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2+q$로 놓으면

꼭짓점의 좌표가 $\boxed{(0,\ 4)}$이므로 $q=\boxed{4}$

이차함수 $\boxed{y=ax^2+4}$의 그래프가 점 $\boxed{(4,\ 0)}$을(를)

지나므로 $\boxed{0=a\times4^2+4,\ -16a=4,\ a=-\frac{1}{4}}$

즉, 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $\boxed{y=-\frac{1}{4}x^2+4}$

$\therefore\ \boxed{y=-\frac{1}{4}x^2+4}$

03-1

주어진 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2+q$로 놓으면

꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -3)$이므로 $q=-3$ ⋯ ❶

이차함수 $y=ax^2-3$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times3^2-3,\ -9a=-3,\ a=\frac{1}{3}$ ⋯ ❷

즉, 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2-3$ ⋯ ❸

$\therefore\ y=\frac{1}{3}x^2-3$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2+q$로 놓고 q의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 주어진 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구한다.	1

04

이차함수 $y=x^2-4$의 그래프의 꼭짓점은 C$\boxed{(0,\ -4)}$이고,

$y=0$을 대입하면 $\boxed{0=x^2-4,\ x^2=4,\ x=\pm2}$이므로

B$\boxed{(-2,\ 0)}$, D$\boxed{(2,\ 0)}$

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+a$의 그래프가 점 D$\boxed{(2,\ 0)}$을(를)

지나므로 $\boxed{0=-\frac{1}{2}\times2^2+a,\ a-2=0,\ a=2}$

따라서 꼭짓점은 A$\boxed{(0,\ 2)}$

즉, □ABCD$=\triangle$ABD$+\triangle$BCD$=\boxed{\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4=12}$

$\therefore\ \boxed{12}$

04-1

이차함수 $y=x^2-9$의 그래프의 꼭짓점은 C$(0,\ -9)$이고,

$y=0$을 대입하면 $0=x^2-9,\ x^2=9,\ x=\pm3$이므로

B$(-3,\ 0)$, D$(3,\ 0)$ ⋯ ❶

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+a$의 그래프가 점 D$(3,\ 0)$을 지나므로

$0=-\frac{1}{2}\times3^2+a,\ a-\frac{9}{2}=0,\ a=\frac{9}{2}$

따라서 꼭짓점은 A$\left(0,\ \frac{9}{2}\right)$ ⋯ ❷

즉, □ABCD$=\triangle$ABD$+\triangle$BCD

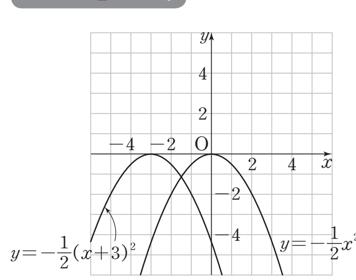
$=\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\times6\times9=\frac{81}{2}$ ⋯ ❸

$\therefore\ \frac{81}{2}$

채점기준	배점
❶ 세 점 B, C, D의 좌표를 각각 바르게 구한다.	3
❷ 점 A의 좌표를 바르게 구한다.	2
❸ □ABCD의 넓이를 바르게 구한다.	2

34 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프 ▶p. 188

교과서 기본예제 1



교과서 기본예제 2

-1

대표문제

이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=3(x-p)^2}$

이차함수 $\boxed{y=3(x-p)^2}$의 그래프가 점 $(1, 12)$를 지나므로

$$\boxed{\begin{array}{l} 12=3(1-p)^2,\ 4=(1-p)^2,\ 1-p=\pm2 \\ -p=-1\pm2,\ p=-1 \text{ 또는 } p=3 \end{array}}$$

이때 $p>0$이므로 $p=\boxed{3}$

$\therefore$ $\boxed{3}$

유사문제

이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로

p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2$ … (+3점)

이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2$의 그래프가 점 $(4, 12)$를 지나므로

$12=\frac{1}{3}(4-p)^2$, $36=(4-p)^2$, $4-p=\pm6$

$-p=-4\pm6$, $p=-2$ 또는 $p=10$ … (+3점)

$\therefore$ -2, 10

특별하게 연습하기

▶p. 190

01

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=a(x-2)^2}$

이차함수 $\boxed{y=a(x-2)^2}$의 그래프가 점 $(1, -1)$을

지나므로 $\boxed{-1=a(1-2)^2,\ a=-1}$

$\therefore$ $\boxed{-1}$

01-1

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로

-2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x+2)^2$ … ❶

이차함수 $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(-5, 6)$을 지나므로

$6=a(-5+2)^2$, $6=9a$, $a=\frac{2}{3}$ … ❷

$\therefore$ $\frac{2}{3}$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2

02

주어진 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2$으로 놓으면

꼭짓점의 좌표가 $\boxed{(3, 0)}$이므로 $p=\boxed{3}$

이차함수 $\boxed{y=a(x-3)^2}$의 그래프가 점 $\boxed{(0, -3)}$을(를)

지나므로 $\boxed{-3=a(0-3)^2,\ -3=9a,\ a=-\frac{1}{3}}$

즉, 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $\boxed{y=-\frac{1}{3}(x-3)^2}$

$\therefore$ $\boxed{y=-\frac{1}{3}(x-3)^2}$

02-1

주어진 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2$으로 놓으면

꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이므로 $p=2$ … ❶

이차함수 $y=a(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0, 5)$를 지나므로

$5=a(0-2)^2$, $5=4a$, $a=\frac{5}{4}$ … ❷

즉, 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y=\frac{5}{4}(x-2)^2$ … ❸

$\therefore$ $y=\frac{5}{4}(x-2)^2$

채점기준	배점
❶ p의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 주어진 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구한다.	1

03

이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼

평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=\frac{1}{3}(x-2)^2}$이고

축의 방정식은 $\boxed{x=2}$이다.

이 이차함수의 그래프는 $\boxed{\text{아래}}$로 볼록하므로

x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소하는 x의 값의 범위는 $\boxed{x<2}$이다.

$\therefore$ $\boxed{x<2}$

03-1

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x+3)^2$이고 축의 방정식은 $x=-3$이다. … ❶

이 이차함수의 그래프는 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다. … ❷

$\therefore$ $x<-3$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 축의 방정식을 바르게 구한다.	3
❷ x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 바르게 구한다.	3

04

(가), (다)에서 이차함수의 그래프가 x축과 한 점에서 만나고 축의 방정식이 $x=-4$이므로 구하는 이차함수의 식을 $\boxed{y=a(x+4)^2}$(ㄷ)로 놓자.

(나)에서 이차함수 $\boxed{y=a(x+4)^2}$의 그래프가 점 $(-2,\ 8)$을 지나므로 $\boxed{8=a(-2+4)^2,\ 8=4a,\ a=2}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=2(x+4)^2}$

$\therefore$ $\boxed{y=2(x+4)^2}$

04-1

(가), (다)에서 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x축 위에 있고 축의 방정식이 $x=4$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$으로 놓자. … ❶

(나)에서 이차함수 $y=a(x-4)^2$의 그래프가 점 $(1,\ 9)$를 지나므로 $9=a(1-4)^2$, $9=9a$, $a=1$

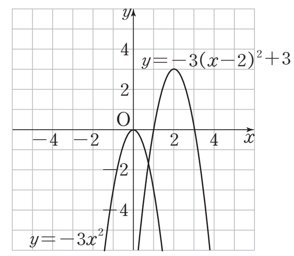
즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=(x-4)^2$ … ❷

$\therefore$ $y=(x-4)^2$

채점기준	배점
❶ 조건 (가)와 (다)를 만족시키는 이차함수의 식을 바르게 제시한다.	3
❷ 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식을 바르게 구한다.	3

35 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 ▶p. 192

교과서 기본예제 1



교과서 기본예제 2

(1) x축 : -1, y축 : 2　　(2) x축 : 2, y축 : -1

대표문제

이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boxed{y=2(x+3)^2+5}$

이차함수 $\boxed{y=2(x+3)^2+5}$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

$\boxed{k=2(-1+3)^2+5=2\times4+5=13}$

$\therefore$ $\boxed{13}$

유사문제

이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-2)^2-4$ … (+3점)

이차함수 $y=-(x-2)^2-4$의 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=-(1-2)^2-4=-1-4=-5$ … (+2점)

$\therefore$ -5

특별하게 연습하기 ▶p. 194

01

이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼,

y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$\boxed{y=3(x-2)^2+5}$

즉, 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $\boxed{x=2}$,

꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(2,\ 5)}$이다.

∴ 축의 방정식 : $\boxed{x=2}$, 꼭짓점의 좌표 : $\boxed{(2,\ 5)}$

01-1

이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{2}{3}(x+3)^2-1$ … ❶

이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$,

꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -1)$이다. … ❷

∴ 축의 방정식 : $x=-3$, 꼭짓점의 좌표 : $(-3,\ -1)$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ 평행이동한 그래프의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2

02

이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2+2p^2$의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(p,\ 2p^2)}$이다.

즉, 점 $\boxed{(p,\ 2p^2)}$이(가) 직선 $y=-x+6$ 위에 있으므로

$2p^2=-p+6,\ 2p^2+p-6=0$

$(p+2)(2p-3)=0,\ p=-2$ 또는 $p=\frac{3}{2}$

이때 $p<0$이므로 $p=\boxed{-2}$

∴ $\boxed{-2}$

02-1

이차함수 $y=-2(x+p)^2-4p$의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 $(-p,\ -4p)$이다. … ❶

즉, 점 $(-p,\ -4p)$가 직선 $y=\frac{1}{2}x-7$ 위에 있으므로

$-4p=-\frac{1}{2}p-7,\ 8p=p+14,\ 7p=14,\ p=2$ … ❷

∴ 2

채점기준	배점
❶ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ p의 값을 바르게 구한다.	3

03

이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$\boxed{y=-\frac{1}{3}(x-3+2)^2+1-4,\ y=-\frac{1}{3}(x-1)^2-3}$

이차함수 $\boxed{y=-\frac{1}{3}(x-1)^2-3}$의 그래프가 점 $(-2,\ k)$를

지나므로 $\boxed{k=-\frac{1}{3}(-2-1)^2-3=-\frac{1}{3}\times9-3=-6}$

∴ $\boxed{-6}$

03-1

이차함수 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+3-1)^2-3+4,\ y=2(x+2)^2+1$ … ❶

이차함수 $y=2(x+2)^2+1$의 그래프가 점 $(a,\ 9)$를 지나므로

$9=2(a+2)^2+1,\ 8=2(a+2)^2,\ (a+2)^2=4$

$a+2=\pm2,\ a=0$ 또는 $a=-4$

이때 $a<0$이므로 $a=-4$ … ❷

∴ -4

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3

04

그래프가 위로 볼록하므로 $a\boxed{<}0$

그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(p,\ q)}$이고,

꼭짓점이 제$\boxed{2}$사분면 위에 있으므로

$p\boxed{<}0,\ q\boxed{>}0$

∴ $apq\boxed{>}0$

04-1

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$ … ❶

그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-p,\ q)$이고

꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로

$-p>0,\ q<0$에서 $p<0,\ q<0$ … ❷

∴ $apq>0$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 부호를 바르게 구한다.	1
❷ $p,\ q$의 부호를 각각 바르게 구한다.	2
❸ apq의 부호를 바르게 구한다.	2

36 이차함수의 식 구하기(1)

▶p. 196

교과서 기본예제 1

$y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$

교과서 기본예제 2

$y=(x-3)^2-5$

대표문제

꼭짓점의 좌표가 $\boxed{(-4,\ -3)}$이므로 구하는

이차함수의 식을 $y=a(x+\boxed{4})^2-\boxed{3}$(으)로 놓자.

이차함수 $y=a(x+\boxed{4})^2-\boxed{3}$의 그래프가

점 $\boxed{(0,\ 5)}$을(를) 지나므로

$\boxed{5=a(0+4)^2-3,\ 8=16a,\ a=\frac{1}{2}}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=\frac{1}{2}(x+4)^2-3}$

$\therefore\ \boxed{y=\frac{1}{2}(x+4)^2-3}$

유사문제

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 2)$이므로 구하는 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2+2$로 놓자. … (+2점)
이차함수 $y=a(x+1)^2+2$의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=a(0+1)^2+2,\ a=-1$ … (+2점)
즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x+1)^2+2$ … (+1점)
$\therefore\ y=-(x+1)^2+2$

특별하게 연습하기

▶p. 198

01

꼭짓점의 좌표가 $\boxed{(3,\ 5)}$이므로 구하는

이차함수의 식을 $y=a(x-\boxed{3})^2+\boxed{5}$(으)로 놓자.

이차함수 $y=a(x-\boxed{3})^2+\boxed{5}$의 그래프와

이차함수 $y=2x^2$의 그래프의 모양이 같으므로 $a=\boxed{2}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=2(x-3)^2+5}$

$\therefore\ \boxed{y=2(x-3)^2+5}$

01-1

꼭짓점의 좌표가 $(4,\ -2)$이므로
구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-2$로 놓자. … ❶
이차함수 $y=a(x-4)^2-2$의 그래프와
이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프의 모양이 같으므로 $a=\frac{2}{3}$ … ❷
즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{2}{3}(x-4)^2-2$ … ❸
$\therefore\ y=\frac{2}{3}(x-4)^2-2$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

02

꼭짓점의 좌표가 $\boxed{(-1,\ 3)}$이므로 구하는

이차함수의 식을 $y=a(x+\boxed{1})^2+\boxed{3}$(으)로 놓자.

이차함수 $y=a(x+\boxed{1})^2+\boxed{3}$의 그래프가

점 $\boxed{(0,\ 2)}$을(를) 지나므로

$\boxed{2=a(0+1)^2+3,\ a=-1}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=-(x+1)^2+3}$

$\therefore\ \boxed{y=-(x+1)^2+3}$

02-1

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 2)$이므로
구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+2$로 놓자. … ❶
이차함수 $y=a(x-3)^2+2$의 그래프가 점 $(4,\ -2)$를
지나므로 $-2=a(4-3)^2+2,\ a=-4$ … ❷
즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-4(x-3)^2+2$ … ❸
$\therefore\ y=-4(x-3)^2+2$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

03

축의 방정식이 $x=2$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-\boxed{2})^2+q$로 놓자.

점 $(-1,\ 1)$을 지나므로 $\boxed{1=a(-1-2)^2+q,\ 9a+q=1}$ … ①

또, 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 $\boxed{5=a(1-2)^2+q,\ a+q=5}$ … ②

①에서 ②를 변끼리 빼면 $\boxed{8a=-4}$, $a=\boxed{-\frac{1}{2}}$

$a=\boxed{-\frac{1}{2}}$을(를) ②에 대입하면 $\boxed{-\frac{1}{2}+q=5}$, $q=\boxed{\frac{11}{2}}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{11}{2}}$

$\therefore$ $\boxed{y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{11}{2}}$

03-1

축의 방정식이 $x=4$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+q$로 놓자. … ❶

점 $(1,\ -4)$를 지나므로

$-4=a(1-4)^2+q,\ 9a+q=-4$ … ①

또, 점 $(2,\ 6)$을 지나므로

$6=a(2-4)^2+q,\ 4a+q=6$ … ② … ❷

①에서 ②를 변끼리 빼면 $5a=-10,\ a=-2$

$a=-2$를 ②에 대입하면 $-8+q=6,\ q=14$ … ❸

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x-4)^2+14$ … ❹

$\therefore y=-2(x-4)^2+14$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 제시한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 $a,\ q$ 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ $a,\ q$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

04

(가), (나)에서 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프와 모양이 같고

축의 방정식이 $x=-2$이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=\boxed{-2}(x+\boxed{2})^2+q$로 놓자.

(다)에서 이차함수 $\boxed{y=-2(x+2)^2+q}$의 그래프가

점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$\boxed{4=-2(0+2)^2+q,\ 4=-2\times4+q,\ q=12}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=-2(x+2)^2+12}$

$\therefore$ $\boxed{y=-2(x+2)^2+12}$

04-1

(가), (나)에서 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 x축에 대하여

대칭인 그래프와 모양이 같고 축의 방정식이 $x=1$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=-3(x-1)^2+q$로 놓자. … ❶

(다)에서 이차함수 $y=-3(x-1)^2+q$의 그래프가

점 $(2,\ 4)$를 지나므로

$4=-3(2-1)^2+q,\ 4=-3+q,\ q=7$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-3(x-1)^2+7$ … ❷

$\therefore y=-3(x-1)^2+7$

채점기준	배점
❶ 조건 (가)와 (나)를 만족시키는 이차함수의 식을 바르게 제시한다.	3
❷ 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식을 바르게 구한다.	3

자신있게 쫑내기

▶p. 200

01

(1) y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=x^2$ … ❶

즉, 이차함수이다. … ❷

(2) y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=5x$ … ❸

즉, 이차함수가 아니다. … ❹

채점기준	배점
❶ (1)에서 y를 x에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❷ (1)에서 y가 x에 대한 이차함수인지 아닌지를 바르게 말한다.	1
❸ (2)에서 y를 x에 대한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❹ (2)에서 y가 x에 대한 이차함수인지 아닌지를 바르게 말한다.	1

02

$y=ax^2-3(x+4x^2)-5$에서

$y=ax^2-3x-12x^2-5,\ y=(a-12)x^2-3x-5$ … ❶

이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면 $a-12\neq0$

즉, $a\neq12$여야 한다. … ❷

$\therefore a\neq12$

채점기준	배점
❶ 주어진 식을 $y=ax^2+bx+c$ 꼴로 바르게 정리한다.	2
❷ a의 값 또는 조건을 바르게 구한다.	3

03

$f(x)=x^2+ax+1$에 $x=2$를 대입하면

$f(2)=2^2+2a+1=2a+5$이므로

$2a+5=7,\ 2a=2,\ a=1$ … ❶

즉, $f(x)=x^2+x+1$에 $x=-2$를 대입하면

$f(-2)=(-2)^2-2+1=3$이므로 $b=3$ … ❷

$\therefore\ b-a=3-1=2$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $b-a$의 값을 바르게 구한다.	1

04

이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭이 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프의 폭보다 넓고, 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로 $\left|-\frac{2}{3}\right|<|a|<|-2|$ … ❶

이때 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

즉, $-2<a<-\frac{2}{3}$ … ❷

$\therefore\ -2<a<-\frac{2}{3}$

채점기준	배점
❶ $\|a\|$의 범위를 바르게 구한다.	3
❷ a의 값의 범위를 바르게 구한다.	2

05

이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-3x^2$ … ❶

이차함수 $y=-3x^2$의 그래프가 점 $(a,\ -2a)$를 지나므로

$-2a=-3a^2,\ 3a^2-2a=0,\ a(3a-2)=0$

$a=0$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

이때 $a\neq0$이므로 $a=\frac{2}{3}$ … ❷

$\therefore\ \frac{2}{3}$

채점기준	배점
❶ x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2

06

이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면

$6=a\times2^2,\ 6=4a,\ a=\frac{3}{2}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x^2$, 즉 $f(x)=\frac{3}{2}x^2$ … ❶

이때 $f(x)=\frac{3}{2}x^2$에 $x=-6$을 대입하면

$f(-6)=\frac{3}{2}\times(-6)^2=54$ … ❷

$\therefore\ 54$

채점기준	배점
❶ $f(x)$를 바르게 구한다.	3
❷ $f(-6)$의 값을 바르게 구한다.	2

07

점 A의 좌표를 $(-a,\ a^2)$으로 놓으면 (단, $a>0$)

$\mathrm{B}(-a,\ -2a^2),\ \mathrm{C}(a,\ -2a^2),\ \mathrm{D}(a,\ a^2)$ … ❶

즉, $\overline{\mathrm{AB}}=3a^2,\ \overline{\mathrm{AD}}=2a$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로

$3a^2=2a,\ 3a^2-2a=0,\ a(3a-2)=0$

$a=0$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{2}{3}$ … ❷

즉, $\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{AD}}^2=(2a)^2=4a^2=4\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$ … ❸

$\therefore\ \frac{16}{9}$

채점기준	배점
❶ 네 점 A, B, C, D의 좌표를 a를 사용한 식으로 각각 바르게 나타낸다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	3
❸ □ABCD의 넓이를 바르게 구한다.	2

08

이차함수 $y=4x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-4x^2$이므로 $a=-4$ … ❶

이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-4x^2+7$이고,

이 그래프가 점 $(2,\ b)$를 지나므로 $b=-4\times2^2+7=-9$ … ❷

$\therefore\ a-b=-4-(-9)=5$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	1

09

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -6)$이므로

주어진 이차함수의 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-6$ … ❶

이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-6$의 그래프가 점 $(k,\ 5)$를 지나므로

$5=\frac{1}{4}k^2-6,\ -\frac{1}{4}k^2=-11,\ k^2=44,\ k=\pm2\sqrt{11}$ … ❷

$\therefore\ \pm2\sqrt{11}$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구한다.	3
❷ k의 값을 모두 바르게 구한다.	2

10

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+3$의 그래프의 꼭짓점은 $A(0, 3)$이고,

$y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{3}x^2+3$, $\frac{1}{3}x^2=3$, $x^2=9$, $x=\pm3$

이므로 $B(-3, 0)$, $C(3, 0)$ … ❶

즉, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AO}=\frac{1}{2}\times6\times3=9$ … ❷

$\therefore$ 9

채점기준	배점
❶ 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 바르게 구한다.	3
❷ △ABC의 넓이를 바르게 구한다.	2

11

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의

축의 방정식이 $x=3$이므로 $p=3$ … ❶

이차함수 $y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(2, 1)$을 지나므로

$1=a(2-3)^2$, $a=1$ … ❷

$\therefore ap=1\times3=3$ … ❸

채점기준	배점
❶ p의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ ap의 값을 바르게 구한다.	1

12

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼

평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x+3)^2$이고,

이 그래프가 점 $(-4, -1)$을 지나므로

$-1=a(-4+3)^2$, $a=-1$ … ❶

이차함수 $y=-(x+3)^2$의 그래프가

점 $(-1, b)$를 지나므로 $b=-(-1+3)^2=-4$ … ❷

$\therefore a-b=-1-(-4)=3$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	3
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	1

13

이차함수 $y=(x-3)^2$의 그래프의 꼭짓점은

$(3, 0)$이므로 조건을 만족시키는 이차함수의 식을

$f(x)=a(x-3)^2$으로 놓자. … ❶

이차함수 $f(x)=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(1, -8)$을 지나므로

$-8=a(1-3)^2$, $-8=4a$, $a=-2$

따라서 $f(x)=-2(x-3)^2$ … ❷

즉, $f(2)=-2(2-3)^2=-2$ … ❸

$\therefore -2$

채점기준	배점
❶ 조건을 만족시키는 이차함수의 식을 a를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ $f(x)$를 바르게 구한다.	2
❸ $f(2)$의 값을 바르게 구한다.	1

14

직선 $y=2x-3$의 x절편은 $\frac{3}{2}$, y절편은 -3이다. … ❶

직선 $y=2x-3$의 x절편과 이차함수 $y=a(x-p)^2$의

그래프의 꼭짓점의 x좌표가 같으므로 $p=\frac{3}{2}$ … ❷

이차함수 $y=a\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$의 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=a\left(0-\frac{3}{2}\right)^2$, $-3=\frac{9}{4}a$, $a=-\frac{4}{3}$ … ❸

$\therefore ap=-\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=-2$ … ❹

채점기준	배점
❶ 직선 $y=2x-3$의 x절편, y절편을 각각 바르게 구한다.	2
❷ p의 값을 바르게 구한다.	2
❸ a의 값을 바르게 구한다.	2
❹ ap의 값을 바르게 구한다.	1

15

이차함수 $y=5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼,

y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=5(x-m)^2+n$ … ❶

이 식이 이차함수 $y=5(x+2)^2-1$과 같으므로

$m=-2$, $n=-1$ … ❷

$\therefore m+n=-2+(-1)=-3$ … ❸

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시한다.	2
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	1

16

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인

그래프의 식은 $y=2x^2$이다. 이때 이차함수 $y=2x^2$의

그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로

2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x+3)^2+2$ … ❶

이차함수 $y=2(x+3)^2+2$의 그래프가 점 $(-1, k)$를

지나므로 $k=2\times(-1+3)^2+2=2\times4+2=10$ … ❷

$\therefore$ 10

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	4
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

17

이차함수 $y=(x+2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+1+2)^2+2$, $y=(x+3)^2+2$ … ❶

이차함수 $y=(x+3)^2+2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=(x+3)^2+2$, $y=-(x+3)^2-2$ … ❷

$\therefore\ y=-(x+3)^2-2$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	2
❷ ❶의 그래프를 대칭이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	3

18

이차함수 $y=x^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $k+3$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-k)^2-2+k+3$, $y=(x-k)^2+k+1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(k,\ k+1)$이다. … ❶

즉, 점 $(k,\ k+1)$이 직선 $y=-3x+5$ 위에 있으므로

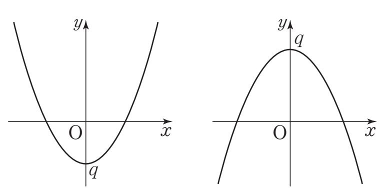
$k+1=-3k+5$, $4k=4$, $k=1$ … ❷

$\therefore$ 1

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	4
❷ k의 값을 바르게 구한다.	2

19

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우는 다음과 같다.



… ❶

(i) $a>0$, $q<0$일 때, $\dfrac{a}{q}<0$

(ii) $a<0$, $q>0$일 때, $\dfrac{a}{q}<0$

(i), (ii)에서 $\dfrac{a}{q}<0$ … ❷

$\therefore\ \dfrac{a}{q}<0$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우를 바르게 제시한다.	3
❷ $\dfrac{a}{q}$의 부호를 바르게 구한다.	2

20

ㄱ. 위로 볼록한 포물선이다.

ㄷ. $x=0$을 대입하면 $y=-2\times(0+5)^2+3=-2\times25+3=-47$
즉, y축과 점 $(0,\ -47)$에서 만난다.

ㄹ. 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x+5)^2+3$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

$\therefore$ ㄴ, ㄹ

채점기준	배점
이차함수 $y=-2(x+5)^2+3$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 바르게 고른다.	5

21

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-2$로 놓자. … ❶

이차함수 $y=a(x-1)^2-2$의 그래프가 점 $(3,\ 6)$을 지나므로

$6=a(3-1)^2-2$, $6=4a-2$, $-4a=-8$, $a=2$ … ❷

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x-1)^2-2$ … ❸

$\therefore\ y=2(x-1)^2-2$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

22

이차함수 $y=a(x+2)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 b만큼, y축의 방향으로 c만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-b+2)^2-3+c$, $y=a\{x-(b-2)\}^2+c-3$ … ❶

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 2)$이므로 $b-2=2$, $b=4$

또, $c-3=2$, $c=5$ … ❷

이차함수 $y=a(x-2)^2+2$의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

$6=a(1-2)^2+2$, $a=4$ … ❸

$\therefore\ a+b+c=4+4+5=13$ … ❹

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시한다.	2
❷ b, c의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ a의 값을 바르게 구한다.	2
❹ $a+b+c$의 값을 바르게 구한다.	1

23

축의 방정식이 $x=-1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓자. … ❶

점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a(0+1)^2+q$, $a+q=3$ … ①

또, 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=a(-3+1)^2+q$, $4a+q=0$ … ② … ❷

②에서 ①을 변끼리 빼면 $3a=-3$, $a=-1$

$a=-1$을 ①에 대입하면 $-1+q=3$, $q=4$ … ❸

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x+1)^2+4$ … ❹

$\therefore y=-(x+1)^2+4$

채점기준	배점
❶ 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 제시한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, q 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ a, q의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

24

꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$이므로 $p=1$, $q=4$ … ❶

이차함수 $y=a(x-1)^2+4$의 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a(0-1)^2+4$, $3=a+4$, $a=-1$ … ❷

이차함수 $y=-(x-1)^2+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-(x-1)^2+4$, $(x-1)^2=4$

$x-1=\pm2$, $x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $\mathrm{A}(-1, 0)$, $\mathrm{B}(3, 0)$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ … ❸

$\therefore 4$

채점기준	배점
❶ p, q의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 두 점 A와 B 사이의 거리를 바르게 구한다.	3

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

37 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

▶p. 208

교과서 기본예제 1

(1) $y=(x+2)^2+1$

(2) $y=-2(x-1)^2+1$

(3) $y=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{5}{4}$

(4) $y=\dfrac{1}{2}(x-1)^2-\dfrac{3}{2}$

교과서 기본예제 2

(1) $x=2$

(2) $(2, 9)$

대표문제

(1) $y=2x^2-8x+1=2(x^2-4x+4-4)+1$
$=2(x-2)^2-7$

$\therefore$ $\boxed{y=2(x-2)^2-7}$

(2) 이차함수 $\boxed{y=2(x-2)^2-7}$의 그래프의

축의 방정식은 $\boxed{x=2}$, 꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(2, -7)}$이다.

$\therefore$ 축의 방정식 : $\boxed{x=2}$, 꼭짓점의 좌표 : $\boxed{(2, -7)}$

유사문제

(1) $y=-3x^2+6x-6=-3(x^2-2x+1-1)-6$

$=-3(x-1)^2-3$ … (+3점)

$\therefore y=-3(x-1)^2-3$

(2) 이차함수 $y=-3(x-1)^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$이다. … (+2점)

$\therefore$ 축의 방정식 : $x=1$, 꼭짓점의 좌표 : $(1, -3)$

특별하게 연습하기

▶p. 210

01

$y=2x^2-8x+5=2(x^2-4x+4-4)+5$
$=2(x-2)^2-3$

즉, $a=\boxed{2}$, $p=\boxed{2}$, $q=\boxed{-3}$이므로

$a+p+q=\boxed{2+2+(-3)=1}$

$\therefore$ $\boxed{1}$

01-1

$y=x^2-2x-2=(x^2-2x+1-1)-2=(x-1)^2-3$ … ❶

즉, $a=1$, $p=1$, $q=-3$이므로

$a+p+q=1+1+(-3)=-1$ … ❷

$\therefore$ -1

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ $a+p+q$의 값을 바르게 구한다.	2

02

$$\boxed{\begin{aligned} y&=-\frac{1}{2}x^2+4x+3=-\frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)+3\\ &=-\frac{1}{2}(x-4)^2+11\end{aligned}}$$

즉, 이차함수 $\boxed{y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+11}$의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(4,\ 11)}$, 축의 방정식은 $\boxed{x=4}$이다.

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표 : $\boxed{(4,\ 11)}$, 축의 방정식 : $\boxed{x=4}$

02-1

$y=\frac{1}{3}x^2-2x+1=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+1=\frac{1}{3}(x-3)^2-2$ … ❶

즉, 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-3)^2-2$의 그래프의

꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -2)$, 축의 방정식은 $x=3$이다. … ❷

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표 : $(3,\ -2)$, 축의 방정식 : $x=3$

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 바르게 구한다.	2

03

$y=x^2-3x-10$에 $y=\boxed{0}$을(를) 대입하면

$$\boxed{\begin{aligned} &0=x^2-3x-10,\ (x+2)(x-5)=0\\ &x=-2 \text{ 또는 } x=5\end{aligned}}$$

이때 $p<q$이므로 $p=\boxed{-2}$, $q=\boxed{5}$

또, $y=x^2-3x-10$에 $x=\boxed{0}$을(를) 대입하면

$y=\boxed{-10}$이므로 $r=\boxed{-10}$

$\therefore$ $p+q+r=\boxed{-2+5+(-10)=-7}$

03-1

$y=-2x^2-4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2-4x+6$, $x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$, $x=-3$ 또는 $x=1$

이때 $p<q$이므로 $p=-3$, $q=1$ … ❶

또, $y=-2x^2-4x+6$에 $x=0$을 대입하면

$y=6$이므로 $r=6$ … ❷

$\therefore$ $p+q+r=-3+1+6=4$ … ❸

채점기준	배점
❶ p, q의 값을 각각 바르게 구한다.	3
❷ r의 값을 바르게 구한다.	1
❸ $p+q+r$의 값을 바르게 구한다.	1

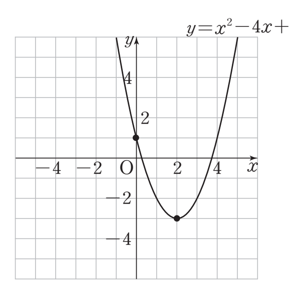
04

$$\boxed{y=x^2-4x+1=(x^2-4x+4-4)+1=(x-2)^2-3}$$

이때 이차함수 $\boxed{y=(x-2)^2-3}$의 그래프의 꼭짓점의

좌표는 $\boxed{(2,\ -3)}$, 축의 방정식은 $\boxed{x=2}$, y절편은 $\boxed{1}$

이므로 이차함수 $y=x^2-4x+1$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



04-1

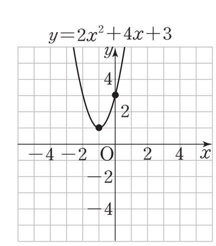
$y=2x^2+4x+3=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$ … ❶

이때 이차함수 $y=2(x+1)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-1,\ 1)$, 축의 방정식은 $x=-1$, y절편은 3이므로 … ❷

이차함수 $y=2x^2+4x+3$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내면

그림과 같다. … ❸



채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식, y절편을 각각 바르게 구한다.	3
❸ 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 바르게 나타낸다.	2

38 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 모양과 평행이동 ▶p. 212

교과서 기본예제 1

(1) $x=-1$ (2) $a>0$

(3) $b>0$ (4) $x>-1$

대표문제

$y=x^2+2x+3=(x^2+2x+1-1)+3$
$=(x+1)^2+2$

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-m+1)^2+2+n$

$y=x^2-8x+14=(x^2-8x+16-16)+14$
$=(x-4)^2-2$

즉, $-m+1=-4$에서 $-m=-5$, $m=5$

$2+n=-2$에서 $n=-4$

$\therefore m+n=5+(-4)=1$

유사문제

$y=2x^2-8x+10=2(x^2-4x+4-4)+10=2(x-2)^2+2$

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x-m-2)^2+2+n$ … (+2점)

$y=2x^2-12x+30=2(x^2-6x+9-9)+30$
$=2(x-3)^2+12$ … (+2점)

즉, $-m-2=-3$에서 $-m=-1$, $m=1$

$2+n=12$에서 $n=10$ … (+2점)

$\therefore m+n=1+10=11$ … (+1점)

특별하게 연습하기 ▶p. 214

01

(1) $y=2x^2-4x-1=2(x^2-2x+1-1)-1$
$=2(x-1)^2-3$

$\therefore$ $y=2(x-1)^2-3$

(2) 이차함수 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고, 그래프가 아래로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<1$이다.

$\therefore$ $x<1$

01-1

(1) $y=\frac{1}{2}x^2-2x-3=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)-3$

$=\frac{1}{2}(x-2)^2-5$ … ❶

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5$

(2) 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5$의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이고, 그래프가 아래로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다. … ❷

$\therefore x>2$

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ 조건을 만족시키는 x의 값의 범위를 바르게 구한다.	3

02

$y=\frac{1}{3}x^2+2x+1=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)+1$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2-2$

즉, 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x+3)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}(x-3+3)^2-2+2$, $y=\frac{1}{3}x^2$

$\therefore$ $y=\frac{1}{3}x^2$

02-1

$y=-2x^2+4x-4=-2(x^2-2x+1-1)-4$

$=-2(x-1)^2-2$ … ❶

즉, 이차함수 $y=-2(x-1)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+2-1)^2-2+4$, $y=-2(x+1)^2+2$ … ❷

$\therefore$ $y=-2(x+1)^2+2$

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구한다.	3

03

이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $\boxed{y=-ax^2}$이고, 이 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$\boxed{y=-a(x+3)^2+m}$

$$\boxed{\begin{aligned} y&=2x^2+kx+4=2\left(x^2+\frac{k}{2}x+\frac{k^2}{16}-\frac{k^2}{16}\right)+4 \\ &=2\left(x+\frac{k}{4}\right)^2+4-\frac{k^2}{8}\end{aligned}}$$

즉, $a=\boxed{-2}$이고, $\boxed{\frac{k}{4}=3}$에서 $k=\boxed{12}$

$m=\boxed{4-\frac{k^2}{8}=4-\frac{12^2}{8}=-14}$

$\therefore$ $a=\boxed{-2}$, $m=\boxed{-14}$, $k=\boxed{12}$

03-1

이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$이고, 이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-a(x-2)^2+m$ … ❶

$y=-3x^2+kx+1=-3\left(x^2-\frac{k}{3}x+\frac{k^2}{36}-\frac{k^2}{36}\right)+1$

$=-3\left(x-\frac{k}{6}\right)^2+1+\frac{k^2}{12}$ … ❷

즉, $a=3$이고, $-\frac{k}{6}=-2$에서 $k=12$

$m=1+\frac{k^2}{12}=1+\frac{12^2}{12}=13$ … ❸

$\therefore$ $a=3$, $m=13$, $k=12$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시한다.	2
❷ 이차함수 $y=-3x^2+kx+1$을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❸ a, m, k의 값을 각각 바르게 구한다.	3

04

그래프가 $\boxed{위}$로 볼록하므로 $a\boxed{<}0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab\boxed{<}0$

즉, $b\boxed{>}0$

또, y축과의 교점이 x축의 $\boxed{아래}$쪽에 위치하므로

$c\boxed{<}0$

$\therefore$ $a\boxed{<}0$, $b\boxed{>}0$, $c\boxed{<}0$

04-1

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$ … ❶

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$, 즉 $b<0$ … ❷

또, y축과의 교점이 x축의 위쪽에 위치하므로 $c>0$ … ❸

$\therefore$ $a>0$, $b<0$, $c>0$

채점기준	배점
❶ a의 부호를 바르게 구한다.	1
❷ b의 부호를 바르게 구한다.	2
❸ c의 부호를 바르게 구한다.	2

39 이차함수와 도형의 활용 ▶p. 216

교과서 기본예제 1

A(1, 9), B(−2, 0), C(4, 0)

대표문제

$y=x^2+4x-5$에 $y=\boxed{0}$을(를) 대입하면

$$\boxed{\begin{aligned} &0=x^2+4x-5,\ (x+5)(x-1)=0 \\ &x=-5 \text{ 또는 } x=1\end{aligned}}$$

따라서 A$\boxed{(-5,\ 0)}$, B$\boxed{(1,\ 0)}$

$$\boxed{\begin{aligned} y&=x^2+4x-5=(x^2+4x+4-4)-5 \\ &=(x+2)^2-9\end{aligned}}$$

이므로 C$\boxed{(-2,\ -9)}$

$\therefore\ \triangle ACB = \boxed{\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times 9=27}$

유사문제

$y=-x^2+4x+12=-(x^2-4x+4-4)+12=-(x-2)^2+16$

이므로 $A(2,\ 16)$ … (+2점)

$y=-x^2+4x+12$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+4x+12,\ x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0,\ x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 $B(-2,\ 0),\ C(6,\ 0)$ … (+2점)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{6-(-2)\}\times 16=64$ … (+2점)

특별하게 연습하기

▶p. 218

01

$\boxed{\begin{aligned} y&=x^2-4x=x^2-4x+4-4\\ &=(x-2)^2-4\end{aligned}}$

따라서 P $\boxed{(2,\ -4)}$

$\boxed{\begin{aligned} y&=x^2-8x+12=(x^2-8x+16-16)+12\\ &=(x-4)^2-4\end{aligned}}$

따라서 Q $\boxed{(4,\ -4)}$

$\therefore\ \overline{PQ}=\boxed{4-2=2}$

01-1

$y=x^2-2x-3=(x^2-2x+1-1)-3=(x-1)^2-4$

따라서 $P(1,\ -4)$ … ❶

$y=x^2+2x-3=(x^2+2x+1-1)-3=(x+1)^2-4$

따라서 $Q(-1,\ -4)$ … ❷

$\therefore\ \overline{PQ}=1-(-1)=2$ … ❸

채점기준	배점
❶ 점 P의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ 점 Q의 좌표를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{PQ}$의 길이를 바르게 구한다.	1

02

$y=x^2-4x+3$에 $y=\boxed{0}$을(를) 대입하면

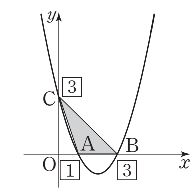
$\boxed{\begin{aligned} &0=x^2-4x+3,\ (x-1)(x-3)=0\\ &x=1 \text{ 또는 } x=3\end{aligned}}$

따라서 A $\boxed{(1,\ 0)}$, B $\boxed{(3,\ 0)}$

또, y축과의 교점이 C이므로

C $\boxed{(0,\ 3)}$

$\therefore\ \triangle ABC=\boxed{\frac{1}{2}\times(3-1)\times 3=3}$



02-1

$y=-x^2-4x+5$에 $y=0$을 대입하면

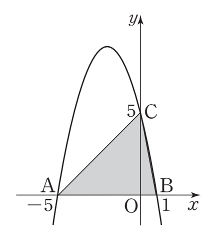
$0=-x^2-4x+5,\ x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0,\ x=-5$ 또는 $x=1$

따라서 $A(-5,\ 0),\ B(1,\ 0)$ … ❶

또, y축과의 교점이 C이므로 $C(0,\ 5)$ … ❷

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times 5=15$ … ❸



채점기준	배점
❶ 두 점 A, B의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2
❷ 점 C의 좌표를 바르게 구한다.	1
❸ △ABC의 넓이를 바르게 구한다.	2

03

$\boxed{\begin{aligned} y&=-2x^2+8x+4=-2(x^2-4x+4-4)+4\\ &=-2(x-2)^2+12\end{aligned}}$

이므로 A $\boxed{(2,\ 12)}$

또, y축과 만나는 점이 B이므로 B $\boxed{(0,\ 4)}$

$\therefore\ \triangle OAB=\boxed{\frac{1}{2}\times 4\times 2=4}$

03-1

$y=2x^2+4x-16=2(x^2+2x+1-1)-16=2(x+1)^2-18$

이므로 $A(-1,\ -18)$ … ❶

또, y축과 만나는 점이 B이므로 $B(0,\ -16)$ … ❷

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 16\times 1=8$ … ❸

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ 점 B의 좌표를 바르게 구한다.	1
❸ △OAB의 넓이를 바르게 구한다.	2

04

$y=-2x^2-4x+6=-2(x^2+2x+1-1)+6$
$=-2(x+1)^2+8$

이므로 A $\boxed{(-1,\ 8)}$

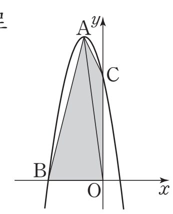
$y=-2x^2-4x+6$에 $y=\boxed{0}$을(를) 대입하면

$0=-2x^2-4x+6$, $x^2+2x-3=0$
$(x+3)(x-1)=0$, $x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 B $\boxed{(-3,\ 0)}$

또, y축과의 교점이 C이므로 C $\boxed{(0,\ 6)}$

$\overline{\mathrm{AO}}$를 그으면 □ABOC=△ABO+△AOC이므로



□ABOC

$=\boxed{\frac{1}{2}\times3\times8+\frac{1}{2}\times6\times1=12+3=15}$

$\therefore$ $\boxed{15}$

04-1

y축과의 교점이 A이므로 A$(0,\ -8)$ … ❶

$y=x^2-2x-8=(x^2-2x+1-1)-8=(x-1)^2-9$

이므로 B$(1,\ -9)$ … ❷

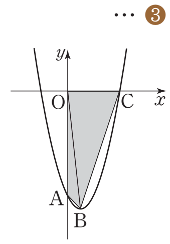
$y=x^2-2x-8$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-8$, $(x+2)(x-4)=0$

$x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 C$(4,\ 0)$ … ❸

$\overline{\mathrm{BO}}$를 그으면 □OABC=△OAB+△OBC이므로



□OABC$=\frac{1}{2}\times8\times1+\frac{1}{2}\times4\times9$

$=4+18=22$ … ❹

$\therefore$ 22

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구한다.	1
❷ 점 B의 좌표를 바르게 구한다.	2
❸ 점 C의 좌표를 바르게 구한다.	2
❹ □OABC의 넓이를 바르게 구한다.	2

40 이차함수의 식 구하기(2)

▶p. 220

교과서 기본예제 1

$y=-x^2-x+6$

대표문제

구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx-\boxed{10}$(으)로 놓자.

점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$\boxed{0=a+b-10,\ a+b=10}$ … ①

점 $(2,\ 6)$을 지나므로

$\boxed{6=4a+2b-10,\ 2a+b=8}$ … ②

②에서 ①을 변끼리 빼면 $a=\boxed{-2}$

$a=\boxed{-2}$을(를) ①에 대입하면

$\boxed{-2+b=10}$, $b=\boxed{12}$

즉, 구하는 이차함수의 식은

$\boxed{y=-2x^2+12x-10}$

$\therefore$ $\boxed{y=-2x^2+12x-10}$

유사문제

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-4$로 놓자. … (+1점)

점 $(-1,\ 0)$을 지나므로 $0=a-b-4$, $a-b=4$ … ①

점 $(2,\ -6)$을 지나므로 $-6=4a+2b-4$, $2a+b=-1$ … ②

… (+2점)

①과 ②를 변끼리 더하면 $3a=3$, $a=1$

$a=1$을 ①에 대입하면 $1-b=4$, $-b=3$, $b=-3$ … (+2점)

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=x^2-3x-4$ … (+1점)

$\therefore$ $y=x^2-3x-4$

특별하게 연습하기

▶p. 222

01

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-\boxed{3}$(으)로 놓자.

점 $(-2,\ 1)$을 지나므로 $\boxed{1=4a-2b-3,\ 2a-b=2}$ … ①

점 $(1,\ -8)$을 지나므로 $\boxed{-8=a+b-3,\ a+b=-5}$ … ②

①과 ②를 변끼리 더하면 $\boxed{3a=-3}$, $a=\boxed{-1}$

$a=\boxed{-1}$을(를) ②에 대입하면 $\boxed{-1+b=-5}$, $b=\boxed{-4}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 $\boxed{y=-x^2-4x-3}$

$\therefore$ $\boxed{y=-x^2-4x-3}$

01-1

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+3$으로 놓자. … ❶

점 $(-1,\ 2)$를 지나므로 $2=a-b+3,\ a-b=-1$ … ①

점 $(2,\ -7)$을 지나므로 $-7=4a+2b+3,\ 2a+b=-5$ … ②

… ❷

①과 ②를 변끼리 더하면 $3a=-6,\ a=-2$

$a=-2$를 ①에 대입하면 $-2-b=-1,\ -b=1,\ b=-1$ … ❸

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-2x^2-x+3$ … ❹

$\therefore\ y=-2x^2-x+3$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

02

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-\boxed{3}$(으)로 놓자.

점 $(-1,\ 0)$을 지나므로 $\boxed{0=a-b-3,\ a-b=3}$ … ①

점 $(1,\ -4)$를 지나므로 $\boxed{-4=a+b-3,\ a+b=-1}$ … ②

①과 ②를 변끼리 더하면 $\boxed{2a=2}$, $a=\boxed{1}$

$a=\boxed{1}$을(를) ②에 대입하면 $\boxed{1+b=-1}$, $b=\boxed{-2}$

즉, 이차함수 $\boxed{y=x^2-2x-3}$에서

$\boxed{y=(x^2-2x+1-1)-3=(x-1)^2-4}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(1,\ -4)}$이다.

$\therefore$ $\boxed{(1,\ -4)}$

02-1

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+1$로 놓자. … ❶

점 $(1,\ 2)$를 지나므로 $2=a+b+1,\ a+b=1$ … ①

점 $(-1,\ 4)$를 지나므로 $4=a-b+1,\ a-b=3$ … ② … ❷

①과 ②를 변끼리 더하면 $2a=4,\ a=2$

$a=2$를 ①에 대입하면 $2+b=1,\ b=-1$ … ❸

즉, 이차함수 $y=2x^2-x+1$에서

$$y=2\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)+1=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{4},\ \frac{7}{8}\right)$이다. … ❹

$\therefore\ \left(\frac{1}{4},\ \frac{7}{8}\right)$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2

03

그래프와 x축이 만나는 두 점의 좌표가 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$이므로

구하는 이차함수의 식을 $\boxed{y=a(x+3)(x-1)}$(으)로 놓자.

이차함수 $\boxed{y=a(x+3)(x-1)}$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을

지나므로 $\boxed{3=a(0+3)(0-1),\ 3=-3a,\ a=-1}$

즉, 구하는 이차함수의 식은

$\boxed{y=-(x+3)(x-1)=-(x^2+2x-3)=-x^2-2x+3}$

$\therefore$ $\boxed{y=-x^2-2x+3}$

TIP

y축과 만나는 점이 주어졌으므로 $y=ax^2+bx+3$으로 놓고 풀 수도 있다.

03-1

그래프와 x축이 만나는 두 점의 좌표가 $(-3,\ 0)$, $(5,\ 0)$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-5)$로 놓자. … ❶

이차함수 $y=a(x+3)(x-5)$의 그래프가 점 $(0,\ 15)$를 지나므로

$15=a(0+3)(0-5),\ 15=-15a,\ a=-1$ … ❷

즉, 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+3)(x-5)=-(x^2-2x-15)=-x^2+2x+15$ … ❸

$\therefore\ y=-x^2+2x+15$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	1

04

$$y=\frac{1}{3}x^2-2x+5=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+5$$
$$=\frac{1}{3}(x-3)^2+2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\boxed{(3,\ 2)}$ 이다.

이차함수 $y=a(x-\boxed{3})^2+\boxed{2}$의 그래프가 점 $(1,\ 5)$를

지나므로 $\boxed{5=a(1-3)^2+2,\ 5=4a+2,\ -4a=-3,\ a=\frac{3}{4}}$

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 꼴로 나타내면

$$\boxed{y=\frac{3}{4}(x-3)^2+2=\frac{3}{4}(x^2-6x+9)+2=\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x+\frac{35}{4}}$$

$\therefore\ \boxed{y=\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x+\frac{35}{4}}$

04-1

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-2=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)-2=\frac{1}{2}(x-2)^2-4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -4)$이다. … ❶

이차함수 $y=a(x-2)^2-4$의 그래프가 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로

$2=a(-1-2)^2-4,\ 2=9a-4,\ -9a=-6,\ a=\frac{2}{3}$ … ❷

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 꼴로 나타내면

$y=\frac{2}{3}(x-2)^2-4=\frac{2}{3}(x^2-4x+4)-4$

$=\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x-\frac{4}{3}$ … ❸

$\therefore\ y=\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x-\frac{4}{3}$

채점기준	배점
❶ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구한다.	2

자신있게 쪽내기

▶p. 224

01

$y=3x^2+5x+4=3\left(x^2+\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}-\frac{25}{36}\right)+4$

$=3\left(x+\frac{5}{6}\right)^2+\frac{23}{12}$ … ❶

즉, $p=-\frac{5}{6},\ q=\frac{23}{12}$이므로 $p+q=-\frac{5}{6}+\frac{23}{12}=\frac{13}{12}$ … ❷

$\therefore\ \frac{13}{12}$

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ $p+q$의 값을 바르게 구한다.	2

02

$y=\frac{1}{2}x^2+mx+3m-2=\frac{1}{2}(x^2+2mx+m^2-m^2)+3m-2$

$=\frac{1}{2}(x+m)^2-\frac{1}{2}m^2+3m-2$ … ❶

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+m)^2-\frac{1}{2}m^2+3m-2$의 그래프의

축의 방정식은 $x=-m$이므로 $-m=1,\ m=-1$ … ❷

즉, $-\frac{1}{2}m^2+3m-2=-\frac{1}{2}\times(-1)^2+3\times(-1)-2=-\frac{11}{2}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(1,\ -\frac{11}{2}\right)$이다. … ❸

$\therefore\ \left(1,\ -\frac{11}{2}\right)$

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	3
❷ m의 값을 바르게 구한다.	1
❸ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2

03

$y=\frac{1}{4}x^2+2x+k=\frac{1}{4}(x^2+8x+16-16)+k=\frac{1}{4}(x+4)^2+k-4$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ k-4)$이다. … ❶

꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로

$k-4>0,\ k>4$ … ❷

$\therefore\ k>4$

채점기준	배점
❶ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	3
❷ k의 값의 범위를 바르게 구한다.	2

04

$y=3x^2-12x+6=3(x^2-4x+4-4)+6=3(x-2)^2-6$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -6)$이다. … ❶

또, $y=x^2+mx+n$

$=\left(x^2+mx+\frac{m^2}{4}-\frac{m^2}{4}\right)+n$

$=\left(x+\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2}{4}+n$

에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{m}{2},\ -\frac{m^2}{4}+n\right)$이다. … ❷

이때 $-\frac{m}{2}=2$에서 $m=-4$이고

$-\frac{m^2}{4}+n=-6$에서 $-4+n=-6,\ n=-2$이다. … ❸

$\therefore\ m=-4,\ n=-2$

채점기준	배점
❶ 이차함수 $y=3x^2-12x+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ 이차함수 $y=x^2+mx+n$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	3
❸ $m,\ n$의 값을 각각 바르게 구한다.	2

05

이차함수 $y=x^2+3x+k$의 그래프가 점 $(1,\ -6)$을 지나므로

$-6=1^2+3\times1+k,\ -6=4+k,\ k=-10$ … ❶

$y=x^2+3x-10$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+3x-10,\ (x+5)(x-2)=0$

$x=-5$ 또는 $x=2$

따라서 이차함수 $y=x^2+3x-10$의 그래프와

x축과의 교점의 좌표는 $(-5,\ 0),\ (2,\ 0)$이다. … ❷

$\therefore\ (-5,\ 0),\ (2,\ 0)$

채점기준	배점
❶ k의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 이차함수의 그래프와 x축과의 두 교점의 좌표를 모두 바르게 구한다.	3

06

$y=x^2+2ax+3a+1=(x^2+2ax+a^2-a^2)+3a+1$

$=(x+a)^2-a^2+3a+1$

이므로 축의 방정식은 $x=-a$,

꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ -a^2+3a+1)$이다. … ❶

$x<4$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고,

$x>4$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로

그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다. 즉, $a=-4$ … ❷

$a=-4$를 $(-a,\ -a^2+3a+1)$에 대입하면

$(4,\ -16-12+1)$, 즉 $(4,\ -27)$이다. … ❸

$\therefore\ (4,\ -27)$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 a를 사용한 식으로 각각 바르게 나타낸다.	4
❷ a의 값을 바르게 구한다.	1
❸ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2

07

$y=-3x^2+12x-8=-3(x^2-4x+4-4)-8$

$=-3(x-2)^2+4$

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼

평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-m-2)^2+4+n$ … ❶

$y=-3x^2-6x+5=-3(x^2+2x+1-1)+5$

$=-3(x+1)^2+8$ … ❷

즉, $-m-2=1$에서 $-m=3,\ m=-3$

$4+n=8$에서 $n=4$ … ❸

$\therefore\ m+n=-3+4=1$ … ❹

채점기준	배점
❶ 이차함수 $y=-3x^2+12x-8$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시한다.	2
❷ 이차함수 $y=-3x^2-6x+5$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❸ $m,\ n$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $m+n$의 값을 바르게 구한다.	1

08

(1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$에서 $b>0$

또, y축과의 교점이 x축의 위쪽에 위치하므로 $c>0$ … ❶

$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c>0$

(2) $y=ax^2+bx+c$에 $x=2$를 대입하면

$y=a\times2^2+b\times2+c=4a+2b+c$

그래프에서 $x=2$일 때 y의 값이 x축의 위쪽에 위치하므로

$4a+2b+c>0$ … ❷

$\therefore\ 4a+2b+c>0$

채점기준	배점
❶ $a,\ b,\ c$의 부호를 각각 바르게 구한다.	3
❷ $4a+2b+c$의 부호를 바르게 구한다.	3

09

$y=2x^2+4x+5=2(x^2+2x+1-1)+5=2(x+1)^2+3$ … ❶

① 아래로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x=-1$이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 3)$이다.

④ 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.

⑤ y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 5)$이다.

⑥ $x<-1$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고,
$x>-1$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. … ❷

채점기준	배점
❶ 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타낸다.	2
❷ 이차함수 $y=2x^2+4x+5$의 그래프에 대한 특징을 바르게 제시한다.	4

10

$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$

$=\frac{1}{3}(x^2-2x+1-1)-\frac{8}{3}$

$=\frac{1}{3}(x-1)^2-3$

이므로 $A(1,\ -3)$ … ❶

$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3},\ x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0,\ x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 $B(-2,\ 0),\ C(4,\ 0)$ … ❷

$\therefore\ \triangle ACB=\frac{1}{2}\times\{4-(-2)\}\times3=9$ … ❸

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ 두 점 B, C의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\triangle ACB$의 넓이를 바르게 구한다.	2

11

$y=-x^2-4x+k=-(x^2+4x+4-4)+k=-(x+2)^2+k+4$

이고 $\overline{AB}=8$이므로 A$(-2-4,\ 0)$, B$(-2+4,\ 0)$

즉, A$(-6,\ 0)$, B$(2,\ 0)$ ··· ❶

$y=-x^2-4x+k$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면

$0=-2^2-4\times2+k$, $k-12=0$, $k=12$ ··· ❷

$y=-(x+2)^2+k+4$에 $k=12$를 대입하면

$y=-(x+2)^2+16$이므로 C$(-2,\ 16)$ ··· ❸

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times16=64$ ··· ❹

채점기준	배점
❶ 두 점 A, B의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2
❷ k의 값을 바르게 구한다.	1
❸ 점 C의 좌표를 바르게 구한다.	2
❹ $\triangle ABC$의 넓이를 바르게 구한다.	2

12

$y=-2x^2+4x+6=-2(x^2-2x+1-1)+6=-2(x-1)^2+8$

이므로 A$(1,\ 8)$ ··· ❶

y축과의 교점이 B이므로 B$(0,\ 6)$ ··· ❷

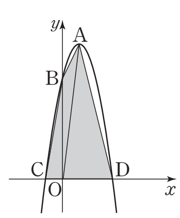
$y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+4x+6$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$, $x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 C$(-1,\ 0)$, D$(3,\ 0)$ ··· ❸

$\overline{AO}$를 그으면



$\square ABCD=\triangle OBC+\triangle OAB+\triangle ODA$이므로

$\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times1\times6+\frac{1}{2}\times6\times1+\frac{1}{2}\times3\times8$

$=3+3+12=18$ ··· ❹

$\therefore$ 18

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구한다.	2
❷ 점 B의 좌표를 바르게 구한다.	1
❸ 두 점 C, D의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2
❹ $\square ABCD$의 넓이를 바르게 구한다.	2

13

그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로 $c=6$ ··· ❶

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+6$으로 놓자.

점 $(-2,\ 0)$을 지나므로 $0=4a-2b+6$, $2a-b=-3$ ··· ①

점 $(1,\ 6)$을 지나므로 $6=a+b+6$, $a+b=0$ ··· ② ··· ❷

①과 ②를 변끼리 더하면 $3a=-3$, $a=-1$

$a=-1$을 ②에 대입하면 $-1+b=0$, $b=1$ ··· ❸

$\therefore\ a+b+c=-1+1+6=6$ ··· ❹

채점기준	배점
❶ c의 값을 바르게 구한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $a+b+c$의 값을 바르게 구한다.	1

14

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-6$으로 놓자. ··· ❶

점 $(1,\ 0)$을 지나므로 $0=a+b-6$, $a+b=6$ ··· ①

점 $(3,\ 0)$을 지나므로 $0=9a+3b-6$, $3a+b=2$ ··· ② ··· ❷

②에서 ①을 변끼리 빼면 $2a=-4$, $a=-2$

$a=-2$를 ①에 대입하면 $-2+b=6$, $b=8$ ··· ❸

즉, 이차함수의 식은 $y=-2x^2+8x-6$이고

그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=-2\times(-2)^2+8\times(-2)-6=-30$ ··· ❹

$\therefore\ -30$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시한다.	1
❷ 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b 사이의 관계식을 바르게 구한다.	2
❸ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ k의 값을 바르게 구한다.	2

TIP

x축과의 두 교점이 주어졌으므로 $y=a(x-1)(x-3)$으로 놓고 풀 수도 있다.

15

그래프와 x축이 만나는 두 점의 좌표가 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$이므로

이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$으로 놓자. ··· ❶

이차함수 $y=a(x+1)(x-3)$의 그래프가 점 $(0,\ -6)$을 지나므로

$-6=a(0+1)(0-3)$, $-6=-3a$, $a=2$ ··· ❷

즉, 이차함수의 식은

$y=2(x+1)(x-3)=2(x^2-2x-3)=2x^2-4x-6$

이므로 $b=-4$, $c=-6$ ··· ❸

$\therefore\ a+b+c=2+(-4)+(-6)=-8$ ··· ❹

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시한다.	2
❷ a의 값을 바르게 구한다.	2
❸ b, c의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $a+b+c$의 값을 바르게 구한다.	1

16

(1) 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ -3)$이므로

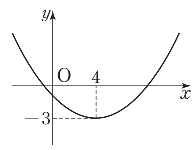
$y=a(x-4)^2-3=a(x^2-8x+16)-3$

$=ax^2-8ax+16a-3$

즉, $b=-8a$, $c=16a-3$ ··· ❶

$\therefore\ b=-8a$, $c=16a-3$

(2) 이차함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 그림과 같아야 하므로 $a>0$, $c<0$ … ②



이때 $c=16a-3<0$, $16a<3$, $a<\frac{3}{16}$

즉, $0<a<\frac{3}{16}$ … ③

$\therefore$ $0<a<\frac{3}{16}$

채점기준	배점
① b, c를 a에 대한 식으로 각각 바르게 나타낸다.	3
② a, c의 부호를 각각 바르게 구한다.	2
③ a의 값의 범위를 바르게 구한다.	2

17

(1) $y=2x^2-4x-6=2(x^2-2x+1-1)-6=2(x-1)^2-8$

즉, 이차함수 $y=2x^2-4x-6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -8)$이다. … ①

$\therefore$ $(1,\ -8)$

(2) $y=2x^2-4x-6$에 $x=0$을 대입하면 $y=-6$

즉, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -6)$이다. … ②

$\therefore$ $(0,\ -6)$

(3) $y=2x^2-4x-6$에 $y=0$을 대입하면

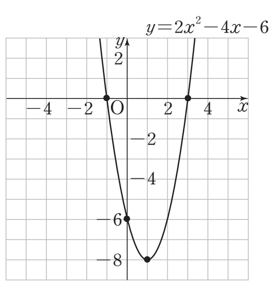
$0=2x^2-4x-6$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$, $x=-1$ 또는 $x=3$

즉, x축과 만나는 점의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$이다. … ③

$\therefore$ $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$

(4) … ④



채점기준	배점
① 꼭짓점의 좌표를 바르게 구한다.	2
② y축과 만나는 점의 좌표를 바르게 구한다.	2
③ x축과 만나는 점의 좌표를 모두 바르게 구한다.	3
④ 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 바르게 나타낸다.	3

18

(1) x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

(가) $|1|=1$, (나) $|-1|=1$, (다) $|2|=2$

(라) $|3|=3$, (마) $|-1|=1$, (바) $\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$

이때 $y=-2x^2$에서 x^2의 계수의 절댓값은 $|-2|=2$이므로 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 좁은 것은 (라)이다. … ①

$\therefore$ (라)

(2) (나) $y=-x^2+2x-9=-(x^2-2x+1-1)-9=-(x-1)^2-8$

(다) $y=2x^2-2x=2\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 축의 방정식을 각각 구하면

(가) $x=3$, (나) $x=1$, (다) $x=\frac{1}{2}$

(라) $x=-2$, (마) $x=-1$, (바) $x=0$ … ②

$x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하는 것은 그래프가 위로 볼록하고, 축이 $x=1$이거나 $x=1$의 왼쪽에 있어야 하므로 (나), (마), (바)이다. … ③

$\therefore$ (나), (마), (바)

(3) 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 (가)이다. … ④

$\therefore$ (가)

채점기준	배점
① 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 좁은 것을 모두 바르게 고른다.	2
② 이차함수의 축의 방정식을 각각 바르게 구한다.	3
③ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하는 것을 모두 바르게 고른다.	3
④ 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것을 바르게 고른다.	2