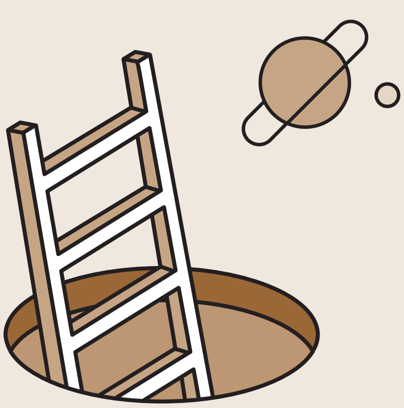
100발 100중 수학

서술형

모/범/답/안



중등

3-2

모범답안

V. 삼각비

01 삼각비

01 삼각비의 값 ▶p. 10

교과서 기본예제 1

(1) $\overline{AC}$　　(2) $\overline{BC}$
(3) $\overline{BC}$　　(4) $\overline{BC}$
(5) $\overline{AC}$　　(6) $\overline{AC}$

대표문제

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\boxed{\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})}$

즉, ∠A의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$\sin A=\dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}}$

$\cos A=\dfrac{\boxed{\overline{AC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}}$

$\tan A=\dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AC}}}=\boxed{\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}}$

$\therefore \sin A=\boxed{\dfrac{3}{5}}$, $\cos A=\boxed{\dfrac{4}{5}}$, $\tan A=\boxed{\dfrac{3}{4}}$

유사문제

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$ … (+2점)

즉, ∠A의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{8}{17}$, $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{15}{17}$,

$\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{8}{15}$ … (+3점)

$\therefore \sin A=\dfrac{8}{17}$, $\cos A=\dfrac{15}{17}$, $\tan A=\dfrac{8}{15}$

특별하게 연습하기 ▶p. 12

01

$\tan A=\dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AC}}}=\boxed{\dfrac{5}{12}}$

$\cos A=\dfrac{\boxed{\overline{AC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\dfrac{12}{13}}$

$\therefore \tan A\times\cos A=\boxed{\dfrac{5}{12}\times\dfrac{12}{13}=\dfrac{5}{13}}$

01-1

$\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$ … ❶

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$ … ❷

$\therefore \cos A+\sin A=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\cos A$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ $\sin A$의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $\cos A+\sin A$의 값을 바르게 구한다.	1

02

(1) 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\boxed{\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}}(\text{cm})$

$\therefore \boxed{\sqrt{13}}\text{ cm}$

(2) $\sin A=\boxed{\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}}$

$\cos A=\boxed{\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}}$

$\tan A=\boxed{\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{2}}$

$\therefore \sin A=\boxed{\dfrac{3\sqrt{13}}{13}}$, $\cos A=\boxed{\dfrac{2\sqrt{13}}{13}}$, $\tan A=\boxed{\dfrac{3}{2}}$

02-1

(1) 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ … ❶

$\therefore 2\sqrt{3}\text{ cm}$

(2) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ··· ❷

$\therefore \sin C=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle C$의 삼각비의 값을 바르게 구한다.	3

03

$\sin A=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AC}}}=\boxed{\frac{\overline{BC}}{8}}=\frac{3}{4}$이므로

$\boxed{4\overline{BC}=24,\ \overline{BC}=6\text{ cm}}$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\boxed{\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\boxed{2\sqrt{7}}\text{ cm}$, $\overline{BC}=\boxed{6}\text{ cm}$

03-1

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{8}=\frac{\sqrt{5}}{4}$이므로

$4\overline{AB}=8\sqrt{5}$, $\overline{AB}=2\sqrt{5}\text{ cm}$ ··· ❶

피타고라스 정리에 의하여

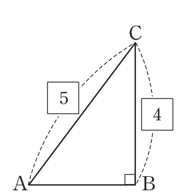
$\overline{BC}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}(\text{cm})$ ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{5}\text{ cm}$, $\overline{BC}=2\sqrt{11}\text{ cm}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

04

$\angle B=90^\circ$이고 $\sin A=\frac{4}{5}$이므로 그림과 같이 $\overline{AC}=\boxed{5}$, $\overline{BC}=\boxed{4}$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\boxed{\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3}$

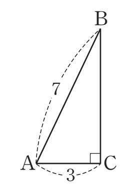
즉, $\cos A=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{AC}}}=\boxed{\frac{3}{5}}$,

$\tan A=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{4}{3}}$

$\therefore \cos A=\boxed{\frac{3}{5}}$, $\tan A=\boxed{\frac{4}{3}}$

04-1

$\angle C=90^\circ$이고 $\cos A=\frac{3}{7}$이므로 그림과 같이 $\overline{AB}=7$, $\overline{AC}=3$인 직각삼각형 ACB를 생각할 수 있다. ··· ❶



이때 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ ··· ❷

즉, $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{10}}{7}$, $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{10}}{3}$ ··· ❸

$\therefore \sin A=\frac{2\sqrt{10}}{7}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{10}}{3}$

채점기준	배점
❶ 조건을 만족시키는 직각삼각형을 그림으로 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\sin A$, $\tan A$의 값을 각각 바르게 구한다.	2

02 도형에서 삼각비의 값

▶p. 14

교과서 기본예제 1

(1) $\triangle$ACB, AA

(2) $\overline{AE}$, $\overline{AC}$

(3) $\overline{DE}$, $\overline{CB}$

(4) $\overline{DE}$, $\overline{AB}$

대표문제

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\boxed{\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17}\,(\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD \backsim \triangle CBD$ ($\boxed{\text{AA}}$ 닮음)이므로

$\boxed{\angle ABC}=\angle ACD=\angle x$

$\boxed{\angle CAB}=\angle DCB=\angle y$

즉, $\cos x=\boxed{\cos B}=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{15}{17}}$,

$\sin y=\boxed{\sin A}=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{15}{17}}$

$\therefore \cos x+\sin y=\boxed{\frac{15}{17}+\frac{15}{17}=\frac{30}{17}}$

유사문제

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9(\text{cm})$ … (+1점)

$\triangle ABC \backsim \triangle ACH \backsim \triangle CBH$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle ACH=\angle x,\ \angle BAC=\angle BCH=\angle y$ … (+2점)

즉, $\sin x=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$,

$\sin y=\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ … (+2점)

$\therefore \sin x+\sin y=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ … (+1점)

특별하게 연습하기

▶ p. 16

01

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\boxed{\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}}(\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \boxed{\triangle ADE}$ (AA 닮음)이므로

$\boxed{\angle ABC}=\angle ADE=\angle x$

$\therefore \sin x=\boxed{\sin B}=\frac{\boxed{\overline{AC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{2\sqrt{10}}{7}}$

01-1

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$ … ❶

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle ADE=\angle x$ … ❷

$\therefore \cos x=\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\angle x$와 크기가 같은 각을 바르게 제시한다.	2
❸ $\cos x$의 값을 바르게 구한다.	2

02

직각삼각형 ADE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AE}=\boxed{\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}}(\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \boxed{\triangle AED}$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\boxed{\angle AED}$

즉, $\sin B=\boxed{\sin(\angle AED)}=\frac{\boxed{\overline{AD}}}{\boxed{\overline{DE}}}=\boxed{\frac{5}{7}}$,

$\sin C=\boxed{\sin(\angle ADE)}=\frac{\boxed{\overline{AE}}}{\boxed{\overline{DE}}}=\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{7}}$

$\therefore \sin B+\sin C=\boxed{\frac{5}{7}+\frac{2\sqrt{6}}{7}=\frac{5+2\sqrt{6}}{7}}$

02-1

직각삼각형 ADE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AE}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(\text{cm})$ … ❶

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle AED$ … ❷

즉, $\cos B=\cos(\angle AED)=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\sin C=\sin(\angle ADE)=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ … ❸

$\therefore \cos B+\sin C=\frac{\sqrt{7}}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{\sqrt{7}}{2}$ … ❹

채점기준	배점
❶ $\overline{AE}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\angle ABC$와 크기가 같은 각을 바르게 제시한다.	2
❸ $\cos B$, $\sin C$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $\cos B+\sin C$의 값을 바르게 구한다.	1

03

$3x-5y+15=0$에 $y=0$을 대입하면

$\boxed{3x+15=0,\ 3x=-15,\ x=-5}$, 즉 $\boxed{A(-5,\ 0)}$

또, $x=0$을 대입하면

$\boxed{-5y+15=0,\ -5y=-15,\ y=3}$, 즉 $\boxed{B(0,\ 3)}$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=\boxed{5}$, $\overline{BO}=\boxed{3}$이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\boxed{\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}}$

$\therefore \sin \alpha=\frac{\boxed{\overline{BO}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}}$

03-1

$2x-3y+18=0$에 $y=0$을 대입하면

$2x+18=0$, $2x=-18$, $x=-9$, 즉 $A(-9, 0)$

또, $x=0$을 대입하면

$-3y+18=0$, $-3y=-18$, $y=6$, 즉 $B(0, 6)$ … ❶

직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=9$, $\overline{BO}=6$이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{9^2+6^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$ … ❷

$\therefore \cos\alpha=\frac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\frac{9}{3\sqrt{13}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$ … ❸

채점기준	배점
❶ 두 점 A, B의 좌표를 각각 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\cos\alpha$의 값을 바르게 구한다.	2

04

직각삼각형 FGH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{FH}=\boxed{\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}}$(cm)

직각삼각형 DFH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DF}=\boxed{\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}}$(cm)

즉, $\sin x=\frac{\boxed{\overline{DH}}}{\boxed{\overline{DF}}}=\boxed{\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}}$,

$\cos x=\frac{\boxed{\overline{FH}}}{\boxed{\overline{DF}}}=\boxed{\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}}$

$\therefore \sin x+\cos x=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}}$

04-1

직각삼각형 FGH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$(cm) … ❶

직각삼각형 DFH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DF}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm) … ❷

즉, $\sin x=\frac{\overline{DH}}{\overline{DF}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ … ❸

$\therefore \sin x\times\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$ … ❹

채점기준	배점
❶ $\overline{FH}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\overline{DF}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\sin x$, $\cos x$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $\sin x\times\cos x$의 값을 바르게 구한다.	1

03 크기가 30°, 45°, 60°인 각의 삼각비의 값

▶p. 18

교과서 기본예제 1

(1) $\sqrt{3}$　(2) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$　(4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

대표문제

△BCD에서

$\tan 45^\circ=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{DC}}}=\boxed{\frac{\overline{BC}}{4\sqrt{3}}=1}$이므로

$\overline{BC}=\boxed{4\sqrt{3}}$ cm

△ABC에서

$\tan 60^\circ=\frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AB}}}=\boxed{\frac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\sqrt{3}}$이므로

$\boxed{\sqrt{3}\,\overline{AB}=4\sqrt{3},\ \overline{AB}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4(\text{cm})}$

$\therefore$ $\boxed{4}$ cm

유사문제

△ABC에서 $\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2\overline{BC}=8\sqrt{3}$, $\overline{BC}=4\sqrt{3}$ cm … (+2점)

△BCD에서 $\sin 45^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{CD}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$2\overline{CD}=4\sqrt{6}$, $\overline{CD}=2\sqrt{6}$ cm … (+3점)

$\therefore 2\sqrt{6}$ cm

특별하게 연습하기

▶p. 20

01

$\sin 60^\circ\times\cos 30^\circ+\sin 30^\circ\times\tan 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 1$

$=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$

$\therefore \boxed{\frac{5}{4}}$

01-1

$\tan 30^\circ \times \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \div \tan 60^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \div \sqrt{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-3}{6}$

$\therefore \frac{\sqrt{6}-3}{6}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	4

02

$\tan 45^\circ = \frac{\boxed{2}}{\boxed{x}} = \boxed{1}$ 이므로 $x = \boxed{2}$

또, $\sin 45^\circ = \frac{\boxed{2}}{\boxed{y}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ 이므로

$\boxed{\sqrt{2}y = 4,\ y = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}}$

$\therefore xy = \boxed{2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}}$

02-1

$\cos 60^\circ = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ 이므로 $x = 1$ … ❶

$\sin 60^\circ = \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $y = \sqrt{3}$ … ❷

$\therefore xy = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ … ❸

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ y의 값을 바르게 구한다.	2
❸ xy의 값을 바르게 구한다.	1

03

$\triangle$ABC에서 $\sin 45^\circ = \frac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AC}}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$ 이므로

$\boxed{\sqrt{2}\,\overline{AC} = 2\sqrt{3},\ \overline{AC} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}(\text{cm})}$

$\triangle$ACD에서 $\sin 60^\circ = \frac{\boxed{\overline{AC}}}{\boxed{\overline{AD}}} = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 이므로

$\boxed{\sqrt{3}\,\overline{AD} = 2\sqrt{6},\ \overline{AD} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}(\text{cm})}$

$\therefore \boxed{2\sqrt{2}}$ cm

03-1

$\triangle$ABC에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$2\overline{AC} = 12\sqrt{3},\ \overline{AC} = 6\sqrt{3}$ cm … ❶

$\triangle$ACD에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CD}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$2\overline{CD} = 6\sqrt{6},\ \overline{CD} = 3\sqrt{6}$ cm … ❷

$\therefore 3\sqrt{6}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{CD}$의 길이를 바르게 구한다.	3

04

$\triangle$ABC에서 $\angle$BAC$=\boxed{30^\circ - 15^\circ = 15^\circ}$ 이므로

$\triangle$ABC는 $\overline{CA} = \overline{CB} = \boxed{2}$ cm인 이등변삼각형이다.

$\triangle$ACH에서 $\sin 30^\circ = \frac{\boxed{\overline{AH}}}{\boxed{\overline{AC}}} = \boxed{\frac{\overline{AH}}{2} = \frac{1}{2}}$ 이므로

$\overline{AH} = \boxed{1}$ cm

또, $\cos 30^\circ = \frac{\boxed{\overline{CH}}}{\boxed{\overline{AC}}} = \boxed{\frac{\overline{CH}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 이므로

$\overline{CH} = \boxed{\sqrt{3}}$ cm

$\therefore \tan 15^\circ = \frac{\boxed{\overline{AH}}}{\boxed{\overline{BH}}} = \boxed{\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}}$

04-1

$\triangle$CDB에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{DC}} = \frac{1}{\overline{DC}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$\sqrt{2}\,\overline{DC} = 2,\ \overline{DC} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(\text{cm})$

또, $\cos 45^\circ = \frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{DB}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$2\overline{DB} = 2,\ \overline{DB} = 1$ cm … ❶

△ADC에서 $\angle DCA=45^\circ-22.5^\circ=22.5^\circ$이므로

△ADC는 $\overline{DA}=\overline{DC}=\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$인 이등변삼각형이다. ⋯ ❷

$\therefore \tan 22.5^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$ ⋯ ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{DC}$, $\overline{DB}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ $\overline{DA}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❸ $\tan 22.5^\circ$의 값을 바르게 구한다.	2

04 예각과 크기가 0°, 90°인 각의 삼각비의 값 ▶p. 22

교과서 기본예제 1

삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

대표문제

직각삼각형 AOB에서

$\sin 51^\circ=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{AB}}=\boxed{0.78}$

$\cos 51^\circ=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{OB}}=\boxed{0.63}$

직각삼각형 DOC에서

$\tan 51^\circ=\frac{\boxed{\overline{CD}}}{\boxed{\overline{OC}}}=\frac{\boxed{\overline{CD}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{CD}}=\boxed{1.23}$

$\therefore \sin 51^\circ=\boxed{0.78}$, $\cos 51^\circ=\boxed{0.63}$, $\tan 51^\circ=\boxed{1.23}$

유사문제

직각삼각형 BOA에서

$\sin\alpha=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.53$

$\cos\alpha=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{OA}}{1}=\overline{OA}=0.85$ ⋯ (+4점)

직각삼각형 DOC에서

$\tan\alpha=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=0.62$ ⋯ (+2점)

$\therefore \sin\alpha=0.53$, $\cos\alpha=0.85$, $\tan\alpha=0.62$

특별하게 연습하기 ▶p. 24

01

(1) 직각삼각형 AOB에서 $\sin x=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{AB}}$

$\therefore \boxed{\overline{AB}}$

(2) △AOB∽△DOC (AA 닮음)이므로 $\angle z=\boxed{\angle y}$

직각삼각형 AOB에서

$\cos z=\boxed{\cos y}=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{AB}}$

$\therefore \boxed{\overline{AB}}$

01-1

(1) 직각삼각형 AOB에서 $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ ⋯ ❶

$\therefore \overline{OB}$

(2) △AOB∽△DOC (AA 닮음)이므로 $\angle z=\angle y$ ⋯ ❷

직각삼각형 AOB에서 $\sin z=\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ ⋯ ❸

$\therefore \overline{OB}$

채점기준	배점
❶ $\cos x$를 나타내는 선분을 바르게 구한다.	2
❷ $\angle z$와 크기가 같은 각을 바르게 제시한다.	1
❸ $\sin z$를 나타내는 선분을 바르게 구한다.	2

02

직각삼각형 AOB에서

$\sin 60^\circ=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{AB}}$, 즉 $\overline{AB}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\cos 60^\circ=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\boxed{\overline{OA}}}=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{OB}}$

즉, $\overline{OB}=\boxed{\frac{1}{2}}$이므로 $\overline{BD}=\boxed{1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}}$

직각삼각형 COD에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\boxed{\overline{CD}}}{\boxed{\overline{OD}}}=\dfrac{\boxed{\overline{CD}}}{\boxed{1}}=\boxed{\overline{CD}}$, 즉 $\overline{CD}=\boxed{\sqrt{3}}$

$\therefore \square ABDC=\boxed{\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{8}}$

02-1

직각삼각형 ABC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$, 즉 $\overline{BC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

즉, $\overline{AB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{BD}=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

직각삼각형 EAD에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$, 즉 $\overline{DE}=1$ … ❶

$\therefore \square BDEC=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\times\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$ … ❷

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{DE}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ □BDEC의 넓이를 바르게 구한다.	2

03

$\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 60^\circ}\times\sin 90^\circ-\tan 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{1}{2}\times 1-\sqrt{3}$

$=1-\sqrt{3}$

$\therefore$ $\boxed{1-\sqrt{3}}$

03-1

$\dfrac{\sin 60^\circ}{\tan 30^\circ}-\dfrac{\sin 0^\circ}{\cos 60^\circ}+\tan 0^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}-0\div\dfrac{1}{2}+0$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3}{2}$

$\therefore \dfrac{3}{2}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

04

$\sin 0^\circ+\sin 60^\circ\times\cos 45^\circ\times\sin 30^\circ\times\tan x=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$에서

$0+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\tan x=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

$\dfrac{\sqrt{6}}{8}\tan x=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$, $\tan x=\dfrac{\sqrt{2}}{8}\times\dfrac{8}{\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

즉, $\tan x=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$이고, $0^\circ\le x<90^\circ$이므로 $x=\boxed{30}^\circ$

$\therefore$ $\boxed{30}^\circ$

04-1

$\sin x\times(\cos 60^\circ)^2\times\tan 30^\circ+\sin 90^\circ=\dfrac{9}{8}$에서

$\sin x\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1=\dfrac{9}{8}$, $\sin x\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{9}{8}-1$

$\dfrac{\sqrt{3}}{12}\sin x=\dfrac{1}{8}$, $\sin x=\dfrac{1}{8}\times\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ … ❶

즉, $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이고, $0^\circ\le x<90^\circ$이므로 $x=60^\circ$ … ❷

$\therefore 60^\circ$

채점기준	배점
❶ $\sin x$의 값을 바르게 구한다.	4
❷ x의 크기를 바르게 구한다.	2

05 삼각비의 값의 대소 관계와 삼각비의 표 ▶p. 26

교과서 기본예제 1

(1) $<$ (2) $>$

교과서 기본예제 2

(1) 0.7193 (2) 0.9657

대표문제

직각삼각형 ABC에서 $\angle ACB=\boxed{90^\circ-55^\circ=35^\circ}$

이므로 $\sin 35^\circ=\dfrac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{AC}}}=\dfrac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{10}}$

이때 삼각비의 표에서 $\sin 35° = \boxed{0.5736}$

이므로 $\overline{AB} = \boxed{10 \sin 35° = 10 \times 0.5736 = 5.736}$ (cm)

$\therefore \boxed{5.736}$ cm

유사문제

직각삼각형 ABC에서 $\angle ACB = 90° - 34° = 56°$이므로

$\cos 56° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{x}{10}$ … (+2점)

이때 삼각비의 표에서 $\cos 56° = 0.5592$이므로

$x = 10 \cos 56° = 10 \times 0.5592 = 5.592$ … (+3점)

$\therefore$ 5.592

특별하게 연습하기

▶p. 28

01

(i) $\sin 0° = \boxed{0}$, $\cos 0° = \boxed{1}$

(ii) $45° < x < 90°$인 범위에서 $\cos x < \sin x < \tan x$이므로

$\boxed{\cos 75°} < \boxed{\sin 75°} < 1 < \boxed{\tan 75°}$

(i), (ii)에서

$\boxed{\tan 75°} > \boxed{\cos 0°} > \boxed{\sin 75°} > \boxed{\cos 75°} > \boxed{\sin 0°}$

$\therefore \boxed{\tan 75°,\ \cos 0°,\ \sin 75°,\ \cos 75°,\ \sin 0°}$

01-1

(i) $\tan 45° = 1$, $\sin 0° = 0$ … ❶

(ii) $\sin 45° = \cos 45°$이고 $0° \le x \le 90°$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가하고, $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소하므로

$\sin 10° < \sin 45°$, $\cos 45° < \cos 10°$

즉, $\sin 10° < \sin 45° = \cos 45° < \cos 10°$ … ❷

(i), (ii)에서

$\sin 0° < \sin 10° < \cos 45° < \cos 10° < \tan 45°$

$\therefore \sin 0°,\ \sin 10°,\ \cos 45°,\ \cos 10°,\ \tan 45°$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\tan 45°$, $\sin 0°$의 값을 각각 바르게 구한다.	1
❷ $\sin 10°$, $\cos 10°$, $\cos 45°$의 대소를 바르게 비교한다.	3
❸ 주어진 삼각비의 값을 작은 것부터 차례대로 바르게 나열한다.	2

02

$0° < A < 45°$일 때, $\sin A \boxed{<} \cos A$이므로

$\sin A + \cos A \boxed{>} 0$, $\sin A - \cos A \boxed{<} 0$

즉,

$$\boxed{\begin{aligned}&\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}+\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}\\&=(\sin A+\cos A)-(\sin A-\cos A)\\&=\sin A+\cos A-\sin A+\cos A\\&=2\cos A\end{aligned}}$$

$\therefore \boxed{2 \cos A}$

02-1

$45° < x < 90°$일 때, $\cos x < \sin x$이므로

$\sin x - \cos x > 0$, $\cos x - \sin x < 0$ … ❶

즉, $\sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$

$= (\sin x - \cos x) + (\cos x - \sin x)$

$= \sin x - \cos x + \cos x - \sin x$

$= 0$ … ❷

$\therefore$ 0

채점기준	배점
❶ $\sin x - \cos x$, $\cos x - \sin x$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	2
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	3

03

(i) $\boxed{\sin 20°} = 0.3420$이므로 $x = \boxed{20}°$

(ii) $\boxed{\cos 22°} = 0.9272$이므로 $y = \boxed{22}°$

(i), (ii)에서 $x + y = \boxed{20° + 22° = 42°}$

$\therefore \boxed{42}°$

03-1

(i) $\tan 42° = 0.9004$이므로 $x = 42°$ … ❶

(ii) $\cos 43° = 0.7314$이므로 $y = 43°$ … ❷

(i), (ii)에서 $x + y = 42° + 43° = 85°$ … ❸

$\therefore 85°$

채점기준	배점
❶ x의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ y의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $x+y$의 크기를 바르게 구한다.	1

04

$\cos 46^\circ = \dfrac{\boxed{\overline{AB}}}{\boxed{\overline{AC}}} = \dfrac{\boxed{x}}{\boxed{10}}$

이때 삼각비의 표에서 $\cos 46^\circ = \boxed{0.6947}$이므로

$x = \boxed{10\cos 46^\circ = 10 \times 0.6947 = 6.947}$

또, $\sin 46^\circ = \dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\boxed{\overline{AC}}} = \dfrac{\boxed{y}}{\boxed{10}}$

이때 삼각비의 표에서 $\sin 46^\circ = \boxed{0.7193}$이므로

$y = \boxed{10\sin 46^\circ = 10 \times 0.7193 = 7.193}$

$\therefore x = \boxed{6.947}$, $y = \boxed{7.193}$

04-1

$\cos 24^\circ = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{100}$

이때 삼각비의 표에서 $\cos 24^\circ = 0.9135$이므로

$\overline{AB} = 100\cos 24^\circ = 100 \times 0.9135 = 91.35(\text{cm})$ … ❶

또, $\sin 24^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{100}$

이때 삼각비의 표에서 $\sin 24^\circ = 0.4067$이므로

$\overline{BC} = 100\sin 24^\circ = 100 \times 0.4067 = 40.67(\text{cm})$ … ❷

$\therefore \overline{AB} = 91.35\text{ cm}$, $\overline{BC} = 40.67\text{ cm}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	3

자신있게 쫑내기

▶p. 30

01

(1) 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$ … ❶

$\therefore \sqrt{6}\text{ cm}$

(2) $\sin C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{2}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos C = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ … ❷

$\therefore \sin C = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos C = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan C = \sqrt{2}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle C$의 삼각비의 값을 바르게 구한다.	3

02

$\cos B = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{BC}}{12} = \dfrac{2}{3}$이므로 $3\overline{BC} = 24$, $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ … ❶

피타고라스 정리에 의하여

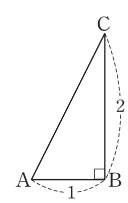
$\overline{AC} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$ … ❷

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{5} = 16\sqrt{5}(\text{cm}^2)$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\triangle ABC$의 넓이를 바르게 구한다.	1

03

$\tan A = 2$이므로 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 2$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다. … ❶



이때 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ … ❷

즉, $\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$이므로

$\sin A + \cos A = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} + \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ … ❸

$\therefore \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

채점기준	배점
❶ 조건을 만족시키는 직각삼각형을 그림으로 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\sin A + \cos A$의 값을 바르게 구한다.	2

04

직각삼각형 ABD에서 $\sin x = \dfrac{1}{3}$이므로

$\overline{AD} = 3a$, $\overline{BD} = a$로 놓으면 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = \sqrt{8a^2} = 2\sqrt{2}a$ … ❶

$\overline{DC} = 3\overline{BD}$이고 $\overline{BD} = a$이므로 $\overline{DC} = 3a$, $\overline{BC} = 4a$ … ❷

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC} = \sqrt{(4a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{24a^2} = 2\sqrt{6}a$ … ❸

$\therefore \cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{2\sqrt{2}a}{2\sqrt{6}a} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ … ❹

채점기준	배점
❶ $\overline{AD}=3a$, $\overline{BD}=a$로 놓고 $\overline{AB}$의 길이를 a를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ $\overline{BC}$의 길이를 a를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❸ $\overline{AC}$의 길이를 a를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	1
❹ $\cos A$의 값을 바르게 구한다.	1

05

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2+6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$ … ❶

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$, $\angle ABC=\angle HAC=\angle y$ … ❷

즉, $\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{8}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$,

$\tan y=\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{2\sqrt{7}}=\dfrac{3}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$ … ❸

$\therefore \sin x\times\tan y=\dfrac{\sqrt{7}}{4}\times\dfrac{3\sqrt{7}}{7}=\dfrac{3}{4}$ … ❹

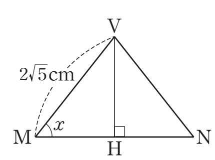
채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\angle x$, $\angle y$와 크기가 같은 각을 각각 바르게 제시한다.	2
❸ $\sin x$, $\tan y$의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❹ $\sin x\times\tan y$의 값을 바르게 구한다.	1

06

직각삼각형 VAM에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{VM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ … ❶

그림과 같이 $\triangle$VMN의 꼭짓점 V에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{MH}=\overline{HN}=\dfrac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$이므로

직각삼각형 VMH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{VH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$ … ❷

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{VH}}{\overline{VM}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{VM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{VH}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ $\sin x$의 값을 바르게 구한다.	2

07

$\sin x=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\dfrac{12}{\overline{AD}}=\dfrac{2}{3}$이므로 $2\overline{AD}=36$, $\overline{AD}=18\text{ cm}$ … ❶

$\triangle ABD \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{ED}$에서 $18:12=12:\overline{ED}$

$18\overline{ED}=144$, $\overline{ED}=8\text{ cm}$ … ❷

직각삼각형 CDE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CE}=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ … ❸

$\therefore \tan y=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{AE}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{18+8}=\dfrac{2\sqrt{5}}{13}$ … ❹

채점기준	배점
❶ $\overline{AD}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{ED}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ $\overline{CE}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❹ $\tan y$의 값을 바르게 구한다.	2

08

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$A=\dfrac{1}{1+2+3}\times180^\circ=\dfrac{1}{6}\times180^\circ=30^\circ$ … ❶

즉, $\sin A\times\cos A\times\tan A=\sin30^\circ\times\cos30^\circ\times\tan30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{4}$ … ❷

$\therefore \dfrac{1}{4}$

채점기준	배점
❶ A의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\sin A\times\cos A\times\tan A$의 값을 바르게 구한다.	3

09

$\triangle$ABC에서 $\tan30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{x}{9}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$3x=9\sqrt{3}$, $x=3\sqrt{3}$ … ❶

$\triangle$ABD에서 $\tan60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\dfrac{3\sqrt{3}+y}{9}=\sqrt{3}$이므로

$3\sqrt{3}+y=9\sqrt{3}$, $y=6\sqrt{3}$ … ❷

$\therefore xy=3\sqrt{3}\times6\sqrt{3}=54$ … ❸

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ y의 값을 바르게 구한다.	3
❸ xy의 값을 바르게 구한다.	1

10

$\triangle$ABC에서

$\cos60^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AC}=2\text{ cm}$

또, $\tan60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{BC}=\sqrt{3}\text{ cm}$ … ❶

$\triangle ACB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이고 $\triangle$ACD는

$\overline{CD}=\overline{CA}=2\text{ cm}$인 이등변삼각형이므로

$\triangle$ACD에서 $\angle CAD=\dfrac{1}{2}\times30^\circ=15^\circ$ … ❷

즉, $\angle DAB=15^\circ+60^\circ=75^\circ$이므로

$$\tan 75^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}+2}{1}=2+\sqrt{3}$$ … ❸

$\therefore\ 2+\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ $\angle$CAD의 크기를 바르게 구한다.	1
❸ $\tan 75^\circ$의 값을 바르게 구한다.	2

11

직선이 y축과 만나는 점을 A, x축과 만나는 점을 B라고 하면

직각삼각형 AOB에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{AO}}{\overline{BO}}=\frac{3\sqrt{3}}{\overline{BO}}=\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{3}\,\overline{BO}=3\sqrt{3}$, $\overline{BO}=3$

즉, 점 B의 좌표는 $(3,\ 0)$이다. … ❶

이때 직선의 기울기는 $\frac{0-3\sqrt{3}}{3-0}=\frac{-3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$이고

y절편은 $3\sqrt{3}$이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=-\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$, 즉 $\sqrt{3}x+y-3\sqrt{3}=0$이다. … ❷

$\therefore\ \sqrt{3}x+y-3\sqrt{3}=0$

채점기준	배점
❶ 점 B의 좌표를 바르게 구한다.	3
❷ 직선의 방정식을 바르게 구한다.	4

12

직각삼각형 AOB에서

$$\sin 55^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.8192$$

$$\cos 55^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.5736$$ … ❶

직각삼각형 COD에서

$$\tan 55^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.4281$$ … ❷

$\therefore\ \sin 55^\circ=0.8192,\ \cos 55^\circ=0.5736,\ \tan 55^\circ=1.4281$

채점기준	배점
❶ $\sin 55^\circ$, $\cos 55^\circ$의 값을 각각 바르게 구한다.	4
❷ $\tan 55^\circ$의 값을 바르게 구한다.	2

13

직각삼각형 QOP에서 $\cos x=\frac{\overline{OP}}{\overline{OQ}}=\frac{\overline{OP}}{1}=\overline{OP}=0.8387$이므로

$x=33^\circ$ … ❶

직각삼각형 SOR에서 $\tan 33^\circ=\frac{\overline{SR}}{\overline{OR}}=\frac{\overline{SR}}{1}=\overline{SR}$이고

삼각비의 표에서 $\tan 33^\circ=0.6494$이므로 $\overline{SR}=0.6494$ … ❷

$\therefore\ 0.6494$

채점기준	배점
❶ x의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{SR}$의 길이를 바르게 구한다.	3

14

$$\frac{\cos 0^\circ}{\tan 45^\circ+1}-(\sin 45^\circ+\cos 30^\circ)(\sin 60^\circ-\cos 45^\circ)$$

$$=\frac{1}{1+1}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$$

$$=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$\therefore\ \frac{1}{4}$

채점기준	배점
주어진 식을 바르게 계산한다.	5

15

$45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<\sin x<1$이므로

$\sin x-1<0,\ \sin x+\cos x>0,\ \cos x-\sin x<0$ … ❶

즉, $2\sqrt{(\sin x-1)^2}-\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}+\sqrt{(\cos x-\sin x)^2}$

$=-2(\sin x-1)-(\sin x+\cos x)-(\cos x-\sin x)$

$=-2\sin x+2-\sin x-\cos x-\cos x+\sin x$

$=-2\sin x-2\cos x+2$ … ❷

$\therefore\ -2\sin x-2\cos x+2$

채점기준	배점
❶ $\sin x-1$, $\sin x+\cos x$, $\cos x-\sin x$의 부호를 각각 바르게 제시한다.	3
❷ 주어진 식을 바르게 간단히 한다.	3

16

직각삼각형 ABC에서 $\angle ABC=90^\circ-65^\circ=25^\circ$이므로

$$\cos 25^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{x}{10}$$

이때 삼각비의 표에서 $\cos 25^\circ=0.9063$이므로

$x=10\cos 25^\circ=10\times 0.9063=9.063$ … ❶

또, $\sin 25^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{y}{10}$

이때 삼각비의 표에서 $\sin 25^\circ=0.4226$이므로

$y=10\sin 25^\circ=10\times 0.4226=4.226$ … ❷

$\therefore\ x+y=9.063+4.226=13.289$ … ❸

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	3
❷ y의 값을 바르게 구한다.	3
❸ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	1

02 삼각비의 활용

06 직각삼각형에서의 변의 길이
▶p. 36

교과서 기본예제 1

$\overline{AB}=3\sqrt{3}$ cm, $\overline{BC}=3$ cm

교과서 기본예제 2

9.004 m

대표문제

직각삼각형 ABC에서 $\cos 33^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\boxed{5}}{\overline{AB}}$이므로

$\overline{AB}=\boxed{\dfrac{5}{\cos 33^\circ}=\dfrac{5}{0.8}=6.25}$(m)

또, $\tan 33^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BC}}{\boxed{5}}$이므로

$\overline{BC}=\boxed{5\tan 33^\circ=5\times 0.6=3}$(m)

즉, 처음 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{BC}=\boxed{6.25+3=9.25}$(m)

$\therefore$ $\boxed{9.25}$ m

유사문제

직각삼각형 ABC에서 $\cos 57^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AC}}{10}$이므로

$\overline{AC}=10\cos 57^\circ=10\times 0.54=5.4$(m) … (+2점)

또, $\sin 57^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BC}}{10}$이므로

$\overline{BC}=10\sin 57^\circ=10\times 0.84=8.4$(m) … (+2점)

즉, 나무가 쓰러지기 전의 높이는

$\overline{AC}+\overline{BC}=5.4+8.4=13.8$(m) … (+1점)

$\therefore$ 13.8 m

특별하게 연습하기
▶p. 38

01

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\boxed{10\cos 28^\circ=10\times 0.88=8.8}$(cm)

또, $\overline{BC}=\boxed{10\sin 28^\circ=10\times 0.47=4.7}$(cm)

$\therefore$ $\overline{AB}=\boxed{8.8}$ cm, $\overline{BC}=\boxed{4.7}$ cm

01-1

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\dfrac{20}{\cos 31^\circ}=\dfrac{20}{0.8}=25$(cm) … ❶

또, $\overline{BC}=20\tan 31^\circ=20\times 0.6=12$(cm) … ❷

$\therefore$ $\overline{AB}=25$ cm, $\overline{BC}=12$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

02

직각삼각형 ABC에서 $\angle ACB=\boxed{90^\circ-15^\circ=75^\circ}$

즉, $\overline{BC}=\boxed{100\cos 75^\circ=100\times 0.2588=25.88}$(m)

따라서 처음 위치보다 $\boxed{25.88}$ m 더 높아졌다.

$\therefore$ $\boxed{25.88}$ m

02-1

직각삼각형 ABC에서 $\angle ACB=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

즉, $\overline{BC}=200\cos 70^\circ=200\times 0.3420=68.4$(m) … ❶

따라서 수평면으로부터의 높이는 68.4 m이다. … ❷

$\therefore$ 68.4 m

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ 수평면으로부터의 높이를 바르게 구한다.	2

03

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}=\boxed{10\tan 53^\circ=10\times 1.3=13}$(m)

은진이의 눈높이가 $\boxed{1.6}$ m이므로 건물의 높이는

$\boxed{13+1.6=14.6}$ (m)

$\therefore$ $\boxed{14.6}$ m

03-1

직각삼각형 ACB에서

$\overline{BC}=10\tan 38^\circ=10\times 0.78=7.8$(m) ⋯ ❶

진우의 눈높이가 1.7 m이므로 나무의 높이는

$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=7.8+1.7=9.5$(m) ⋯ ❷

$\therefore$ 9.5 m

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 나무의 높이를 바르게 구한다.	3

04

$\overline{CE}=\boxed{30}$ m이므로 직각삼각형 CFE에서

$\overline{FE}=\boxed{30\tan 60^\circ=30\times\sqrt{3}=30\sqrt{3}}$ (m)

또, 직각삼각형 CED에서

$\overline{DE}=\boxed{30\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}}$ (m)

즉, 건물 B의 높이는

$\overline{FE}+\overline{DE}=\boxed{30\sqrt{3}+10\sqrt{3}=40\sqrt{3}}$ (m)

$\therefore$ $\boxed{40\sqrt{3}}$ m

04-1

$\overline{CE}=\overline{AB}=40$ m이므로 직각삼각형 BEC에서

$\overline{BE}=40\tan 45^\circ=40\times 1=40$(m) ⋯ ❶

또, 직각삼각형 CED에서

$\overline{DE}=40\tan 30^\circ=40\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{40\sqrt{3}}{3}$(m) ⋯ ❷

즉, 건물 (나)의 높이는

$\overline{BE}+\overline{DE}=40+\frac{40\sqrt{3}}{3}=40\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ m ⋯ ❸

$\therefore$ $40\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{BE}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{DE}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 건물 (나)의 높이를 바르게 구한다.	2

07 일반 삼각형에서의 변의 길이와 높이

▶p. 40

교과서 기본예제 1

$100\sqrt{6}$ m

대표문제

직각삼각형 ABD에서 $\angle BAD=\boxed{60}^\circ$이므로

$\overline{BD}=\boxed{\overline{AD}\tan 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{AD}}$ (m)

또, 직각삼각형 ACD에서 $\angle CAD=\boxed{45}^\circ$이므로

$\overline{CD}=\boxed{\overline{AD}\tan 45^\circ=\overline{AD}}$ (m)

이때 $\overline{BD}-\overline{CD}=\overline{BC}$이므로

$$\boxed{\begin{gathered}\sqrt{3}\,\overline{AD}-\overline{AD}=200,\ (\sqrt{3}-1)\overline{AD}=200\\ \overline{AD}=\frac{200}{\sqrt{3}-1}=100(\sqrt{3}+1)\text{ m}\end{gathered}}$$

따라서 산의 높이는 $\boxed{100(\sqrt{3}+1)}$ m이다.

$\therefore$ $\boxed{100(\sqrt{3}+1)}$ m

유사문제

직각삼각형 ABC에서 $\angle BAC=60^\circ$이므로

$\overline{BC}=\overline{AC}\tan 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{AC}$(m) ⋯ (+2점)

또, 직각삼각형 ADC에서 $\angle DAC=30^\circ$이므로

$\overline{DC}=\overline{AC}\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{AC}$(m) ⋯ (+2점)

이때 $\overline{BC}-\overline{DC}=\overline{BD}$이므로 $\sqrt{3}\,\overline{AC}-\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{AC}=300$

$\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\overline{AC}=300$, $\overline{AC}=300\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=150\sqrt{3}$(m)

따라서 산의 높이는 $150\sqrt{3}$ m이다. ⋯ (+2점)

$\therefore$ $150\sqrt{3}$ m

특별하게 연습하기

▶p. 42

01

직각삼각형 ABH에서 $\overline{AH}=\boxed{4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2}$ (cm)

또, $\overline{\mathrm{BH}}=\boxed{4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}}$ (cm)이므로

$\overline{\mathrm{HC}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=\boxed{5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}}$ (cm)

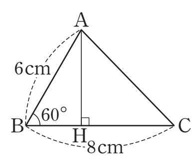
이때 직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AC}}=\boxed{\sqrt{2^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{31}}$ (cm)

$\therefore$ $\boxed{\sqrt{31}}$ cm

01-1

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 ABH에서



$\overline{\mathrm{AH}}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm) … ❶

또, $\overline{\mathrm{BH}}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$ (cm)이므로

$\overline{\mathrm{HC}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=8-3=5$ (cm) … ❷

이때 직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm) … ❸

$\therefore$ $2\sqrt{13}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{\mathrm{HC}}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이를 바르게 구한다.	1

02

직각삼각형 BCH에서

$\overline{\mathrm{BH}}=\boxed{50\sin 60^\circ=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}}$ (m)

△ABC에서 ∠BAC$=\boxed{180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ}$이므로

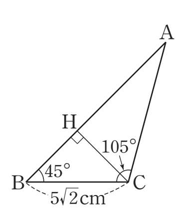
직각삼각형 ABH에서

$\overline{\mathrm{AB}}=\boxed{\frac{25\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=25\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=25\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=25\sqrt{6}}$ (m)

$\therefore$ $\boxed{25\sqrt{6}}$ m

02-1

그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 BCH에서



$\overline{\mathrm{CH}}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5$ (cm) … ❶

△ABC에서 ∠BAC$=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$이므로

직각삼각형 AHC에서

$\overline{\mathrm{AC}}=\frac{5}{\sin 30^\circ}=5\div\frac{1}{2}=5\times 2=10$ (cm) … ❷

$\therefore$ 10 cm

채점기준	배점
❶ $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이를 바르게 구한다.	3

03

직각삼각형 ABH에서 ∠BAH$=\boxed{60}$°이므로

$\overline{\mathrm{BH}}=\boxed{\overline{\mathrm{AH}}\tan 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{\mathrm{AH}}}$ (cm)

또, 직각삼각형 AHC에서 ∠CAH$=\boxed{45}$°이므로

$\overline{\mathrm{CH}}=\boxed{\overline{\mathrm{AH}}\tan 45^\circ=\overline{\mathrm{AH}}}$ (cm)

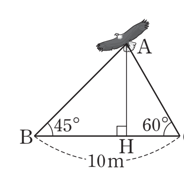
이때 $\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$$\boxed{\begin{array}{l}\sqrt{3}\,\overline{\mathrm{AH}}+\overline{\mathrm{AH}}=200,\ (\sqrt{3}+1)\overline{\mathrm{AH}}=200\\ \overline{\mathrm{AH}}=\frac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)\text{ cm}\end{array}}$$

$\therefore$ $\boxed{100(\sqrt{3}-1)}$ cm

03-1

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 ABH에서



∠BAH$=45^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{AH}}\tan 45^\circ=\overline{\mathrm{AH}}$ (m) … ❶

또, 직각삼각형 CAH에서 ∠CAH$=30^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{\mathrm{AH}}$ (m) … ❷

이때 $\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\overline{\mathrm{AH}}+\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{\mathrm{AH}}=10$

$\frac{3+\sqrt{3}}{3}\overline{\mathrm{AH}}=10$, $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{30}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$ m

따라서 새의 높이는 $5(3-\sqrt{3})$ m이다. … ❸

$\therefore$ $5(3-\sqrt{3})$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{\mathrm{BH}}$의 길이를 $\overline{\mathrm{AH}}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 $\overline{\mathrm{AH}}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 새의 높이를 바르게 구한다.	2

04

직각삼각형 CAD에서 ∠ACD$=\boxed{60}$°이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=\boxed{\overline{\mathrm{CD}}\tan 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{\mathrm{CD}}}$ (m)

또, 직각삼각형 CBD에서 $\angle BCD = \boxed{45}°$이므로

$\overline{BD} = \boxed{\overline{CD}\tan 45° = \overline{CD}}\,(\mathrm{m})$

이때 $\overline{AD} - \overline{BD} = \overline{AB}$이므로

$$\boxed{\begin{array}{l} \sqrt{3}\,\overline{CD} - \overline{CD} = 50,\ (\sqrt{3}-1)\overline{CD} = 50 \\ \overline{CD} = \dfrac{50}{\sqrt{3}-1} = 25(\sqrt{3}+1)\,(\mathrm{m}) \end{array}}$$

따라서 탑의 높이는 $\boxed{25(\sqrt{3}+1)}$ m이다.

$\therefore$ $\boxed{25(\sqrt{3}+1)}$ m

04-1

직각삼각형 ABD에서 $\angle BAD = 45°$이므로

$\overline{BD} = \overline{AD}\tan 45° = \overline{AD}(\mathrm{m})$ … ❶

또, 직각삼각형 ACD에서 $\angle CAD = 30°$이므로

$\overline{CD} = \overline{AD}\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\overline{AD}(\mathrm{m})$ … ❷

이때 $\overline{BD} - \overline{CD} = \overline{BC}$이므로 $\overline{AD} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\overline{AD} = 4$

$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\overline{AD} = 4$, $\overline{AD} = \dfrac{12}{3-\sqrt{3}} = 2(3+\sqrt{3})\,(\mathrm{m})$

따라서 나무의 높이는 $2(3+\sqrt{3})$ m이다. … ❸

$\therefore$ $2(3+\sqrt{3})$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이를 $\overline{AD}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\overline{CD}$의 길이를 $\overline{AD}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 나무의 높이를 바르게 구한다.	2

08 삼각비를 이용한 도형의 넓이

▶p. 44

교과서 기본예제 1

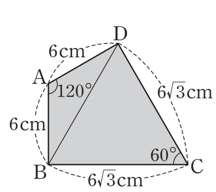
(1) $20\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　　(2) $36\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

교과서 기본예제 2

(1) $560\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　　(2) $30\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

대표문제

$\overline{BD}$를 그으면



$\triangle ABD$

$= \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin(180° - 120°)$

$= \boxed{\dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60° = 18 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}}\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle BCD = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{DC} \times \sin 60°$

$= \boxed{\dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}}\,(\mathrm{cm}^2)$

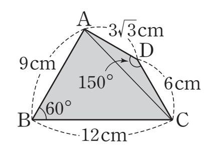
즉, $\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \boxed{9\sqrt{3} + 27\sqrt{3} = 36\sqrt{3}}\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ $\boxed{36\sqrt{3}}$ cm^2

유사문제

$\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60°$

$= \dfrac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ … (+2점)

$\triangle ACD = \dfrac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DC} \times \sin(180° - 150°)$

$= \dfrac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30°$

$= 9\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}(\mathrm{cm}^2)$ … (+2점)

즉, $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= 27\sqrt{3} + \dfrac{9\sqrt{3}}{2} = \dfrac{63\sqrt{3}}{2}(\mathrm{cm}^2)$ … (+2점)

$\therefore$ $\dfrac{63\sqrt{3}}{2}$ cm^2

특별하게 연습하기

▶p. 46

01

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60°$

$= \boxed{\dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times 10 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AB}}\,(\mathrm{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC$의 넓이가 $20\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$이므로

$$\boxed{\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AB} = 20\sqrt{3},\ \overline{AB} = 20\sqrt{3} \times \dfrac{2}{5\sqrt{3}} = 8(\mathrm{cm})}$$

$\therefore$ $\boxed{8}$ cm

01-1

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin(180° - 135°)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times x \times \sin 45° = 4x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}x(\text{cm}^2)$ ⋯ ❶

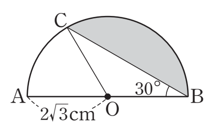
이때 $\triangle ABC$의 넓이가 $30\sqrt{2}\,\text{cm}^2$이므로

$2\sqrt{2}x = 30\sqrt{2}$, $x = 15$ ⋯ ❷

∴ 15

채점기준	배점
❶ $\triangle ABC$의 넓이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ x의 값을 바르게 구한다.	3

02



$\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC = \boxed{180° - 2 \times 30° = 120°}$이므로

부채꼴 BOC의 넓이는

$\boxed{\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360} = 4\pi}(\text{cm}^2)$

$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{OC} \times \boxed{\sin(180° - 120°)}$

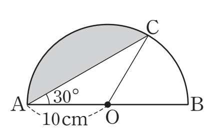
$= \boxed{\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}}(\text{cm}^2)$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 BOC의 넓이에서

$\triangle OBC$의 넓이를 뺀 것과 같으므로 $\boxed{4\pi - 3\sqrt{3}}(\text{cm}^2)$

∴ $\boxed{(4\pi - 3\sqrt{3})}\,\text{cm}^2$

02-1



$\overline{OC}$를 그으면

$\angle AOC = 180° - 2 \times 30° = 120°$

이므로 부채꼴 AOC의 넓이는

$\pi \times 10^2 \times \frac{120}{360} = \frac{100}{3}\pi(\text{cm}^2)$ ⋯ ❶

$\triangle OCA = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OC} \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60° = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ⋯ ❷

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOC의 넓이에서

$\triangle OCA$의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\frac{100}{3}\pi - 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ⋯ ❸

∴ $\left(\frac{100}{3}\pi - 25\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

채점기준	배점
❶ 부채꼴 AOC의 넓이를 바르게 구한다.	2
❷ $\triangle OCA$의 넓이를 바르게 구한다.	2
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구한다.	2

03

$\overline{AM} = \overline{NC} = \boxed{3}$ cm이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{MD} = \overline{ND} = \boxed{\sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}}(\text{cm})$

$\square ABCD = \triangle AMD + \triangle BNM + \triangle CDN + \triangle DMN$이므로

$$\boxed{\begin{aligned} &6^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{ND} \times \sin x \\ &36 = 9 + \frac{9}{2} + 9 + \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \sin x \\ &-\frac{45}{2}\sin x = -\frac{27}{2},\ \sin x = \frac{3}{5} \end{aligned}}$$

∴ $\boxed{\frac{3}{5}}$

03-1

$\overline{BP} = \overline{DQ} = 2$ cm, $\overline{PC} = \overline{QC} = 1$ cm이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AP} = \overline{AQ} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$ ⋯ ❶

$\square ABCD = \triangle ABP + \triangle CQP + \triangle AQD + \triangle APQ$이므로

$3^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times \overline{AP} \times \overline{AQ} \times \sin x$

$9 = 3 + \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} \times \sin x$

$-\frac{13}{2}\sin x = -\frac{5}{2}$, $\sin x = \frac{5}{13}$ ⋯ ❷

∴ $\frac{5}{13}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AP}$, $\overline{AQ}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	2
❷ $\sin x$의 값을 바르게 구한다.	4

04

$\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin(180° - 120°)$

$= \boxed{8 \times 10 \times \sin 60° = 80 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}}(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle BMD = \frac{1}{2}\boxed{\triangle BCD} = \frac{1}{4}\boxed{\square ABCD}$이므로

$\triangle BMD = \boxed{\frac{1}{4} \times 40\sqrt{3} = 10\sqrt{3}}(\text{cm}^2)$

∴ $\boxed{10\sqrt{3}}\,\text{cm}^2$

04-1

$\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60° = 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ⋯ ❶

이때 $\triangle BMD=\frac{1}{2}\triangle BCD=\frac{1}{4}\square ABCD$이므로

$\triangle BMD=\frac{1}{4}\times 12\sqrt{3}=3\sqrt{3}(cm^2)$ … ❷

$\therefore\ 3\sqrt{3}\ cm^2$

채점기준	배점
❶ □ABCD의 넓이를 바르게 구한다.	2
❷ △BMD의 넓이를 바르게 구한다.	3

자신있게 쫑내기

▶p. 48

01

$\overline{AB}=9\sin 38^\circ=9\times 0.62=5.58(cm)$

즉, $x=5.58$ … ❶

또, $\overline{AC}=9\cos 38^\circ=9\times 0.79=7.11(cm)$

즉, $y=7.11$ … ❷

$\therefore\ x+y=5.58+7.11=12.69$ … ❸

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ y의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	1

02

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm)$

$\overline{BC}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6(cm)$ … ❶

즉, 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(cm^3)$ … ❷

$\therefore\ 72\sqrt{3}\pi\ cm^3$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ 원뿔의 부피를 바르게 구한다.	2

03

직각삼각형 ABC에서

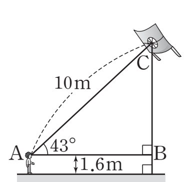
$\overline{BC}=10\sin 43^\circ=10\times 0.68=6.8(m)$

… ❶

대현이의 눈높이가 1.6m이므로

지면에서 연까지의 높이는 $6.8+1.6=8.4(m)$

… ❷



$\therefore\ 8.4\ m$

채점기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 연의 높이를 바르게 구한다.	3

04

직각삼각형 ACB에서

$\overline{AB}=10\sin 23^\circ=10\times 0.3907=3.907(m)$ … ❶

$\overline{BC}=10\cos 23^\circ=10\times 0.9205=9.205(m)$ … ❷

즉, 처음 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{BC}=3.907+9.205=13.112(m)$ … ❸

$\therefore\ 13.112\ m$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 처음 나무의 높이를 바르게 구한다.	1

05

직각삼각형 ABQ에서

$\overline{BQ}=300\tan 30^\circ=300\times\frac{\sqrt{3}}{3}=100\sqrt{3}(m)$ … ❶

직각삼각형 PBQ에서

$\overline{PQ}=100\sqrt{3}\tan 60^\circ=100\sqrt{3}\times\sqrt{3}=300(m)$

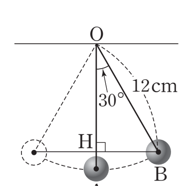
따라서 지면에서 풍선까지의 높이는 300 m이다. … ❷

$\therefore\ 300\ m$

채점기준	배점
❶ $\overline{BQ}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 지면에서 풍선까지의 높이를 바르게 구한다.	3

06

그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 OHB에서



$\overline{OH}=12\cos 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm)$

… ❶

즉, A 지점과 B 지점의 높이의 차는

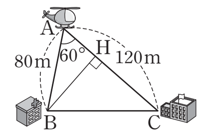
$\overline{OA}-\overline{OH}=12-6\sqrt{3}(cm)$ … ❷

$\therefore\ (12-6\sqrt{3})\ cm$

채점기준	배점
❶ $\overline{OH}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ A 지점과 B 지점의 높이의 차를 바르게 구한다.	2

07

그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 ABH에서



$\overline{BH}=80\sin 60^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}(\mathrm{m})$ … ❶

또, $\overline{AH}=80\cos 60^\circ=80\times\frac{1}{2}=40(\mathrm{m})$이므로

$\overline{HC}=\overline{AC}-\overline{AH}=120-40=80(\mathrm{m})$ … ❷

이때 직각삼각형 BCH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{(40\sqrt{3})^2+80^2}=\sqrt{11200}=40\sqrt{7}(\mathrm{m})$

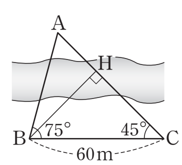
따라서 두 건물 B, C 사이의 거리는 $40\sqrt{7}$ m이다. … ❸

$\therefore$ $40\sqrt{7}$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{BH}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{HC}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ 두 건물 B, C 사이의 거리를 바르게 구한다.	2

08

그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 직각삼각형 BCH에서



$\overline{BH}=60\sin 45^\circ=60\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}(\mathrm{m})$

$\overline{CH}=60\cos 45^\circ=60\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}(\mathrm{m})$

… ❶

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로

직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\frac{30\sqrt{2}}{\tan 60^\circ}=30\sqrt{2}\div\sqrt{3}=30\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=10\sqrt{6}(\mathrm{m})$ … ❷

즉, $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=10\sqrt{6}+30\sqrt{2}(\mathrm{m})$이므로

두 지점 A, C 사이의 거리는 $10(\sqrt{6}+3\sqrt{2})$ m이다. … ❸

$\therefore$ $10(\sqrt{6}+3\sqrt{2})$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	4
❷ $\overline{AH}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 두 지점 A, C 사이의 거리를 바르게 구한다.	1

09

직각삼각형 ABH에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=\overline{AH}\tan 45^\circ=\overline{AH}(\mathrm{m})$ … ❶

또, 직각삼각형 AHC에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{AH}(\mathrm{m})$ … ❷

이때 $\overline{BH}+\overline{CH}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AH}+\sqrt{3}\,\overline{AH}=60$

$(1+\sqrt{3})\overline{AH}=60$, $\overline{AH}=\frac{60}{1+\sqrt{3}}=30(\sqrt{3}-1)$ m

따라서 나무의 높이는 $30(\sqrt{3}-1)$ m이다. … ❸

$\therefore$ $30(\sqrt{3}-1)$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{BH}$의 길이를 $\overline{AH}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 나무의 높이를 바르게 구한다.	2

10

직각삼각형 ABC에서 $\angle ACB=60^\circ$이므로

$\overline{AB}=\overline{CB}\tan 60^\circ=40\times\sqrt{3}=40\sqrt{3}(\mathrm{m})$ … ❶

또, 직각삼각형 BCD에서 $\angle DCB=45^\circ$이므로

$\overline{DB}=\overline{CB}\tan 45^\circ=40(\mathrm{m})$ … ❷

이때 $\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=40(\sqrt{3}-1)$ m이므로

자전거의 속력은 초속 $\frac{40(\sqrt{3}-1)}{5}=8(\sqrt{3}-1)(\mathrm{m})$이다. … ❸

$\therefore$ 초속 $8(\sqrt{3}-1)$ m

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{DB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 자전거의 속력을 바르게 구한다.	3

11

$\triangle ADE$에서 $\angle AED=180^\circ-(60^\circ+30^\circ)=90^\circ$이므로

$\triangle ADE$는 직각삼각형이다.

즉, $\overline{DE}=\overline{AD}\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ … ❶

$\angle CDE=90^\circ+30^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle CDE=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{DE}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=16\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24(\mathrm{cm}^2)$ … ❷

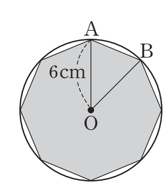
$\therefore$ 24 cm^2

채점기준	배점
❶ $\overline{DE}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\triangle CDE$의 넓이를 바르게 구한다.	3

12

그림과 같이 보조선을 그으면

이등변삼각형 OBA에서



$\angle AOB=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$ … ❶

$\triangle OBA=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ … ❷

즉, 정팔각형의 넓이는 $8\times9\sqrt{2}=72\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ … ❸

$\therefore$ $72\sqrt{2}$ cm^2

채점기준	배점
❶ $\angle AOB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\triangle OBA$의 넓이를 바르게 구한다.	2
❸ 정팔각형의 넓이를 바르게 구한다.	2

13

직각삼각형 ABD에서 $\angle DAB=\angle ADB=45^\circ$이므로

$$\overline{AB}=\overline{AD}\cos 45^\circ=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2(\text{cm}) \quad \cdots ❶$$

$\overline{AB}=2\text{ cm}$, $\overline{BC}=4\text{ cm}$이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AC}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm}) \quad \cdots ❷$$

이때 $\triangle ADC$의 넓이에서

$$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AD}\times\sin x=\frac{1}{2}\times2\times2,\ 2\sqrt{5}\times2\sqrt{2}\times\sin x=4$$

$$\sin x=\frac{4}{4\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10} \quad \cdots ❸$$

$\therefore\ \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\sin x$의 값을 바르게 구한다.	3

14

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times5\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2) \quad \cdots ❶$$

$\overline{AD}=x\text{ cm}$로 놓으면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$$\frac{15\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AC}\times\sin 30^\circ$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\times5\times x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times x\times3\times\frac{1}{2}$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{4}=\frac{5}{4}x+\frac{3}{4}x,\ x=\frac{15\sqrt{3}}{8}$$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\dfrac{15\sqrt{3}}{8}$ cm이다. $\cdots$ ❷

$\therefore\ \dfrac{15\sqrt{3}}{8}\text{ cm}$

채점기준	배점
❶ $\triangle ABC$의 넓이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AD}$의 길이를 바르게 구한다.	5

15

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+4^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm}) \quad \cdots ❶$$

즉, $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

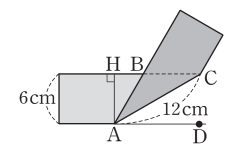
$$=\frac{1}{2}\times6\times7\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$$

$$=21\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{63}{2}(\text{cm}^2) \quad \cdots ❷$$

$\therefore\ \dfrac{63}{2}\text{ cm}^2$

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\square ABCD$의 넓이를 바르게 구한다.	3

16



그림과 같이 꼭짓점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 $\overline{AH}=6\text{ cm}$이므로 직각삼각형 ACH에서

$$\sin C=\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

즉, $\angle BCA=30^\circ$ $\cdots$ ❶

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle BCA=30^\circ$ (엇각)

$\angle BAC=\angle DAC=30^\circ$ (접은 각) $\cdots$ ❷

$\triangle ACB$에서 $\angle ABH=30^\circ+30^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서

$$\overline{AB}=\frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \cdots ❸$$

$$\therefore\ \triangle ACB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 30^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\times\frac{1}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2) \quad \cdots ❹$$

채점기준	배점
❶ $\angle BCA$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle DAC$, $\angle BAC$의 크기를 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❹ $\triangle ACB$의 넓이를 바르게 구한다.	2

Ⅵ. 원의 성질

01 원과 직선

09 원의 중심과 현의 수직이등분선

▶p. 56

교과서 기본예제 1

(1) 5 (2) 6

교과서 기본예제 2

(1) 5 (2) 13

대표문제

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{BM}=\overline{AM}=\boxed{6}$ cm

이때 $\overline{OC}=\boxed{\overline{OB}}$이므로 $\overline{OM}=\boxed{(x-3)}$ cm

즉, 직각삼각형 OMB에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\boxed{\begin{array}{l} 6^2+(x-3)^2=x^2,\ 36+x^2-6x+9=x^2 \\ -6x=-45,\ x=\frac{15}{2} \end{array}}$$

$\therefore \boxed{\frac{15}{2}}$

유사문제

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{BM}=\overline{AM}=3$ cm ⋯ (+2점)

이때 $\overline{OB}=r$ cm로 놓으면 $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로

$\overline{OM}=(r-1)$ cm

즉, 직각삼각형 OMB에서 피타고라스 정리에 의하여

$3^2+(r-1)^2=r^2,\ 9+r^2-2r+1=r^2$

$-2r=-10,\ r=5$

$\therefore \overline{OB}=5$ cm ⋯ (+3점)

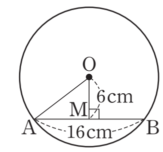
특별하게 연습하기

▶p. 58

01

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\boxed{\frac{1}{2}\times16=8}$(cm)



$\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 OAM에서

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{OA}=\boxed{\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10}$(cm)

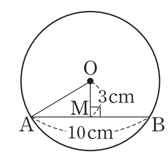
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\boxed{10}$ cm이다.

$\therefore \boxed{10}$ cm

01-1

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm) ⋯ ❶



$\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 OAM에서

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{OA}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$(cm)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{34}$ cm이다. ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{34}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 원 O의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	3

02

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\boxed{8}$ cm

원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓으면

$\overline{OC}=\boxed{\overline{OB}}=r$ cm이므로 $\overline{OD}=\boxed{(r-4)}$ cm

직각삼각형 ODB에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\boxed{\begin{array}{l} 8^2+(r-4)^2=r^2,\ 64+r^2-8r+16=r^2 \\ -8r=-80,\ r=10 \end{array}}$$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 $\boxed{10}$ cm이다.

따라서 원 O의 넓이는 $\boxed{\pi\times10^2=100\pi}$($\text{cm}^2$)

$\therefore \boxed{100\pi}$ cm^2

02-1

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{CP}=\overline{BP}=7$ cm ⋯ ❶

원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓으면

$\overline{OA}=\overline{OC}=r$ cm이므로 $\overline{OP}=(r-3)$ cm

직각삼각형 OCP에서 피타고라스 정리에 의하여

$7^2+(r-3)^2=r^2,\ 49+r^2-6r+9=r^2$

$-6r=-58,\ r=\dfrac{29}{3}$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{29}{3}$ cm이다. … ❷

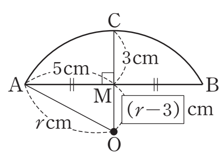
따라서 원 O의 둘레의 길이는 $2\times\pi\times\dfrac{29}{3}=\dfrac{58}{3}\pi$(cm) … ❸

$\therefore\ \dfrac{58}{3}\pi$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{CP}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 원 O의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ 원 O의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	1

03

그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm로 놓으면



$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=\boxed{(r-3)}$ cm

직각삼각형 OMA에서 피타고라스 정리에 의하여

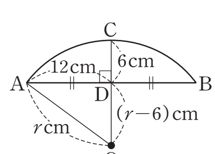
$$\boxed{\begin{aligned}&5^2+(r-3)^2=r^2,\ 25+r^2-6r+9=r^2\\&-6r=-34,\ r=\frac{17}{3}\end{aligned}}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\boxed{\dfrac{17}{3}}$ cm이다.

$\therefore\ \boxed{\dfrac{17}{3}}$ cm

03-1

그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm로 놓으면



$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=(r-6)$ cm … ❶

직각삼각형 ODA에서 피타고라스 정리에 의하여

$12^2+(r-6)^2=r^2,\ 144+r^2-12r+36=r^2$

$-12r=-180,\ r=15$

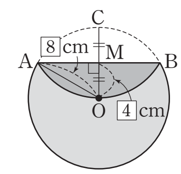
따라서 원의 반지름의 길이는 15 cm이다. … ❷

$\therefore$ 15 cm

채점기준	배점
❶ 반지름의 길이를 r cm로 놓고, $\overline{OD}$의 길이를 r를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ 원의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	3

04

그림과 같이 현 AB의 수직이등분선을 그어 현 AB와 만나는 점을 M, 접기 전의 원과 만나는 점을 C로 놓으면 $\overline{OA}=\boxed{8}$ cm



$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OC}=\boxed{\dfrac{1}{2}\times8=4}$(cm)

직각삼각형 OMA에서 피타고라스 정리에 의하여

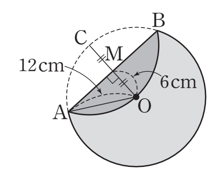
$\overline{AM}=\boxed{\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}}$(cm)

즉, $\overline{AB}=\boxed{2\overline{AM}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}}$(cm)

$\therefore\ \boxed{8\sqrt{3}}$ cm

04-1

그림과 같이 현 AB의 수직이등분선을 그어 현 AB와 만나는 점을 M, 접기 전의 원과 만나는 점을 C로 놓으면 $\overline{OA}=12$ cm



$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OC}=\dfrac{1}{2}\times12=6$(cm) … ❶

직각삼각형 OMA에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$(cm) … ❷

즉, $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm) … ❸

$\therefore\ 12\sqrt{3}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{OA}$, $\overline{OM}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{AM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	1

10 원의 중심과 현의 길이 ▶p. 60

교과서 기본예제 1

(1) 8　　(2) 12

대표문제

원의 중심 O로부터 두 변 AB, AC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$인 $\boxed{\text{이등변}}$삼각형이다.

즉, $\angle ACB=\boxed{\angle ABC}=\boxed{70}$°이므로

$\triangle$ABC에서

$\angle BAC = \boxed{180^\circ - 2\times70^\circ = 40^\circ}$

$\therefore \boxed{40}^\circ$

유사문제

원의 중심 O로부터 두 변 AB, AC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. … (+3점)
즉, $\angle ACB = \angle ABC = 65^\circ$이므로
$\triangle$ABC에서 $\angle BAC = 180^\circ - 2\times65^\circ = 50^\circ$ … (+2점)
$\therefore 50^\circ$

특별하게 연습하기

▶p. 62

01

원의 중심 O로부터 두 변 AB, CD에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{CD} = \boxed{\overline{AB}} = \boxed{6}$ cm

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \boxed{\frac{1}{2}\times6=3}$ (cm)

직각삼각형 OCN에서 피타고라스 정리에 의하여

$x = \boxed{\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}}$

$\therefore \boxed{3\sqrt{2}}$

01-1

직각삼각형 OAM에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AM} = \sqrt{4^2-(\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}$(cm) … ❶

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

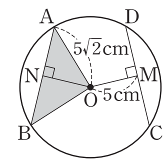
$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2\sqrt{10}$(cm) … ❷

원의 중심 O로부터 두 변 AB, CD에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 2\sqrt{10}$ cm … ❸

$\therefore 2\sqrt{10}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{CD}$의 길이를 바르게 구한다.	1

02



그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 N으로 놓으면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON} = \boxed{\overline{OM}} = \boxed{5}$ cm

직각삼각형 OAN에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AN} = \boxed{\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=\sqrt{25}=5}$ (cm)

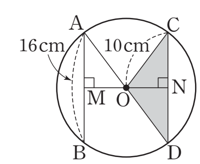
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AB} = 2\overline{AN} = \boxed{2\times5=10}$ (cm)

즉, $\triangle$OAB의 넓이는 $\boxed{\frac{1}{2}\times10\times5=25}$ (cm^2)

$\therefore \boxed{25}$ cm^2

02-1



그림과 같이 원의 중심 O에서 현 CD에 내린 수선의 발을 N으로 놓으면 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}\times16 = 8$(cm) … ❶

직각삼각형 ONC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{ON} = \sqrt{10^2-8^2} = \sqrt{36} = 6$(cm) … ❷

즉, $\triangle$ODC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times16\times6 = 48$(cm^2) … ❸

$\therefore$ 48 cm^2

채점기준	배점
❶ $\overline{CN}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{ON}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\triangle$ODC의 넓이를 바르게 구한다.	2

03

원의 중심 O로부터 두 변 AB, AC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$

즉, $\triangle$ABC는 $\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$인 $\boxed{\text{이등변}}$삼각형이다.

$\therefore \angle ABC = \boxed{\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ}$

03-1

원의 중심 O로부터 두 변 AB, AC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. … ❶
$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ) = 70^\circ$ … ❷

채점기준	배점
❶ △ABC가 어떤 삼각형인지 바르게 제시한다.	3
❷ ∠ACB의 크기를 바르게 구한다.	2

04

원의 중심 O로부터 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리가 같으므로

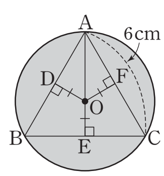
$\overline{AB}=\boxed{\overline{BC}}=\boxed{\overline{CA}}=6\,\text{cm}$

따라서 △ABC는 $\boxed{\text{정삼각형}}$이다.

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\boxed{\frac{1}{2}\times 6=3}(\text{cm})$

$\overline{OA}$를 그으면 △AEC에서



$\angle OAF=\boxed{180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ}$

즉, 직각삼각형 AOF에서

$\overline{OA}=\boxed{\frac{\overline{AF}}{\cos 30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}}(\text{cm})$

즉, 원 O의 넓이는 $\boxed{\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi}(\text{cm}^2)$

∴ $\boxed{12\pi}\,\text{cm}^2$

04-1

원의 중심 O로부터 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리가 같으므로

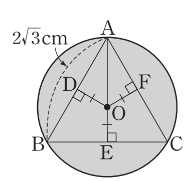
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

따라서 △ABC는 정삼각형이다. … ❶

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$ … ❷

$\overline{OA}$를 그으면 △ABE에서



$\angle OAD=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

즉, 직각삼각형 OAD에서

$\overline{OA}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2(\text{cm})$ … ❸

즉, 원 O의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$ … ❹

∴ $4\pi\,\text{cm}^2$

채점기준	배점
❶ △ABC가 어떤 삼각형인지 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{AD}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❸ $\overline{OA}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❹ 원 O의 넓이를 바르게 구한다.	1

11 원의 접선의 성질

▶p. 64

교과서 기본예제 1

(1) 20°　　(2) 65°

교과서 기본예제 2

(1) 10　　(2) 5

대표문제

두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은

두 접선의 접점이므로 $\angle PBO=\boxed{90}^\circ$

즉, 직각삼각형 PBO에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PB}=\boxed{\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}}(\text{cm})$

또, $\overline{PA}$와 $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\overline{PA}=\boxed{\overline{PB}}=\boxed{2\sqrt{6}}(\text{cm})$

즉, □OAPB의 둘레의 길이는

$\boxed{5+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}+5=10+4\sqrt{6}}(\text{cm})$

∴ $\boxed{(10+4\sqrt{6})}\,\text{cm}$

유사문제

두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이므로

$\angle PAO=90^\circ$ … (+1점)

$\overline{OP}=\overline{PC}+\overline{CO}=9+8=17(\text{cm})$이고,

△POA가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PA}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15(\text{cm})$ … (+2점)

또, $\overline{PA}$와 $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\overline{PB}=\overline{PA}=15\,\text{cm}$ … (+2점)

즉, □OAPB의 둘레의 길이는

$8+15+15+8=46(\text{cm})$ … (+1점)

∴ 46 cm

특별하게 연습하기

▶p. 66

01

두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이므로

$\angle PAC=\boxed{90}^\circ$에서 $\angle PAB=\boxed{90^\circ-23^\circ=67^\circ}$

이때 $\triangle$PBA가 $\overline{PA}=\boxed{\overline{PB}}$인 $\boxed{\text{이등변}}$삼각형이므로

$\angle APB=\boxed{180^\circ-2\times67^\circ=46^\circ}$

$\therefore \boxed{46}^\circ$

01-1

두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이므로

$\overline{PA}=\overline{PB}$

즉, $\triangle$PAB가 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=\frac{1}{2}\times132^\circ=66^\circ$ … ❶

이때 $\angle OAP=90^\circ$이므로

$\angle OAB=90^\circ-66^\circ=24^\circ$ … ❷

$\therefore 24^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle$PAB의 크기를 바르게 구한다.	3
❷ $\angle$OAB의 크기를 바르게 구한다.	2

02

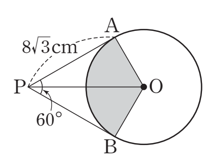
두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이므로

$\angle PAO=\angle PBO=\boxed{90}^\circ$

즉, □OAPB에서

$\angle AOB=\boxed{360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ}$

$\overline{PO}$를 그으면



$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ ($\boxed{\text{RHS}}$ 합동)이므로

$\angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=\boxed{\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ}$

직각삼각형 OAP에서 $\overline{OA}=\boxed{\overline{PA}\tan30^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8}$(cm)

즉, 원 O의 반지름의 길이가 $\boxed{8}$ cm이므로

색칠한 부분의 넓이는 $\boxed{\pi\times8^2\times\frac{120}{360}=\frac{64}{3}\pi}$($\text{cm}^2$)

$\therefore \boxed{\frac{64}{3}\pi}$ cm^2

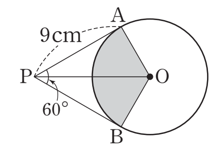
02-1

두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이므로

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

즉, □OAPB에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$ … ❶



그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ (RHS 합동)

이므로 $\angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

직각삼각형 OAP에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$(cm) … ❷

즉, 원 O의 반지름의 길이가 $3\sqrt{3}$ cm이므로

색칠한 부분의 넓이는 $\pi\times(3\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}=9\pi(\text{cm}^2)$ … ❸

$\therefore 9\pi\ \text{cm}^2$

채점기준	배점
❶ $\angle$AOB의 크기를 바르게 구한다.	1
❷ $\overline{OA}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구한다.	2

03

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로

같으므로 $\overline{PA}=\boxed{\overline{PB}}$, $\overline{CA}=\boxed{\overline{CE}}$, $\overline{DB}=\boxed{\overline{DE}}$

$$\boxed{\begin{aligned}\overline{PA}+\overline{PB}&=\overline{PC}+\overline{CA}+\overline{PD}+\overline{DB}=\overline{PC}+\overline{CE}+\overline{PD}+\overline{DE}\\&=\overline{PC}+\overline{PD}+\overline{CD}=6+8+4=18(\text{cm})\end{aligned}}$$

즉, $\overline{PA}=\boxed{\frac{1}{2}\times18=9}$(cm)이므로

$\overline{AC}=\boxed{\overline{PA}-\overline{PC}=9-6=3}$(cm)

$\therefore \boxed{3}$ cm

03-1

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는

서로 같으므로 $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$ … ❶

$\overline{AE}=\overline{AD}=9$ cm이므로 $\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AC}=9-6=3$(cm)

또, $\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=9-5=4$(cm) … ❷

즉, $\overline{BF}=\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=4+3=7$(cm) … ❸

$\therefore 7$ cm

채점기준	배점
❶ 길이가 같은 세 쌍의 선분을 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{CE}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

04

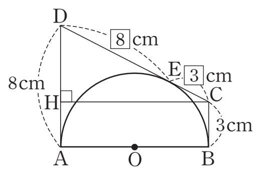
원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는

서로 같으므로

$\overline{DE}=\boxed{\overline{DA}}=\boxed{8}$ cm, $\overline{CE}=\boxed{\overline{CB}}=\boxed{3}$ cm

따라서 $\overline{DC}=\overline{DE}+\overline{CE}=\boxed{8+3=11}$(cm)

그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{DH}=\overline{DA}-\overline{HA}=\overline{DA}-\boxed{\overline{CB}}$

$=\boxed{8-3=5}$(cm)

직각삼각형 DHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{HC}=\boxed{\sqrt{11^2-5^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}}$(cm)

즉, $\overline{AB}=\boxed{\overline{HC}}=\boxed{4\sqrt{6}}$ cm

$\therefore$ $\boxed{4\sqrt{6}}$ cm

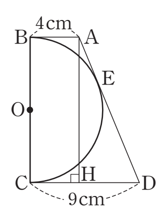
04-1

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로

$\overline{AE}=\overline{AB}=4$ cm, $\overline{DE}=\overline{DC}=9$ cm

즉, $\overline{AD}=\overline{AE}+\overline{DE}=4+9=13$(cm) … ❶

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{HD}=\overline{CD}-\overline{CH}=\overline{CD}-\overline{AB}=9-4=5$(cm) … ❷

직각삼각형 AHD에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$(cm) … ❸

즉, $\overline{BC}=\overline{AH}=12$ cm … ❹

$\therefore$ 12 cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AD}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{HD}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{AH}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❹ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	1

12 삼각형의 내접원과 원에 외접하는 사각형 ▶p. 68

교과서 기본예제 1

(1) 16 (2) 11

교과서 기본예제 2

(1) 18 (2) 9

대표문제

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{AR}=\overline{AP}=x$ cm

$\overline{BQ}=\boxed{\overline{BP}}=\boxed{(10-x)}$ cm

$\overline{CQ}=\boxed{\overline{CR}}=\boxed{(8-x)}$ cm

이때 $\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}$이므로

$\boxed{12=(10-x)+(8-x),\ 2x=6,\ x=3}$

$\therefore$ $\boxed{3}$

유사문제

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=x$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=(12-x)$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=(14-x)$ cm … (+3점)

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$8=(12-x)+(14-x),\ 2x=18,\ x=9$ … (+2점)

$\therefore$ 9

특별하게 연습하기 ▶p. 70

01

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로 $\overline{BD}=\overline{BF}=x$ cm로 놓으면

$\overline{AG}=\overline{AD}=\boxed{(8-x)}$ cm, $\overline{CG}=\overline{CF}=\boxed{(12-x)}$ cm

이때 $\overline{AC}=\overline{AG}+\overline{CG}$이므로

$\boxed{7=(8-x)+(12-x),\ 2x=13,\ x=\frac{13}{2}}$

또, $\overline{IH}$가 원 O에 접하므로 △BIH의 둘레의 길이는

$$\boxed{\begin{aligned}&\overline{BI}+\overline{IH}+\overline{HB}\\&=\overline{BI}+\overline{IE}+\overline{EH}+\overline{HB}=\overline{BI}+\overline{IF}+\overline{DH}+\overline{HB}\\&=\overline{BF}+\overline{BD}=2x=2\times\frac{13}{2}=13(\text{cm})\end{aligned}}$$

$\therefore$ $\boxed{13}$ cm

01-1

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=x$ cm로 놓으면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-x)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(10-x)$ cm … ❶

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$12=(8-x)+(10-x)$, $2x=6$, $x=3$ ⋯ ❷

또, $\overline{PQ}$가 원 O에 접하므로 △CPQ의 둘레의 길이는

$$\overline{CP}+\overline{PQ}+\overline{QC}=\overline{CP}+\overline{PG}+\overline{GQ}+\overline{QC}$$
$$=\overline{CP}+\overline{PF}+\overline{EQ}+\overline{QC}$$
$$=\overline{CF}+\overline{CE}=2x=2\times 3=6\text{(cm)}$$ ⋯ ❸

∴ 6 cm

채점기준	배점
❶ $\overline{CE}=\overline{CF}=x$로 놓고, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ x의 값을 바르게 구한다.	2
❸ △CPQ의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	3

02

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\boxed{\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10}$(cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓으면

□OECF는 $\boxed{\text{정사각형}}$이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=\boxed{(6-r)}$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=\boxed{(8-r)}$ cm

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$\boxed{10=(6-r)+(8-r),\ 2r=4,\ r=2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\boxed{2}$ cm이다.

∴ $\boxed{2}$ cm

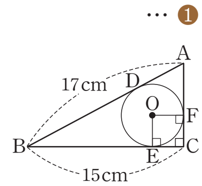
02-1

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$(cm) ⋯ ❶

원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓고 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm



$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-r)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(15-r)$ cm ⋯ ❷

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$17=(8-r)+(15-r)$, $2r=6$, $r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다. ⋯ ❸

∴ 3 cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓고, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 r를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ 원 O의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	2

03

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{BE}=\overline{BF}=\boxed{3}$ cm

이때 $\overline{AH}=\overline{AE}=\boxed{5-3=2}$(cm)이므로 $x=\boxed{2}$

또, $\overline{CG}=\overline{CF}=\boxed{3}$ cm, $\overline{DH}=\overline{DG}=\boxed{4-3=1}$(cm)

이므로 $\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{DH}=\boxed{2+1=3}$(cm), 즉 $y=\boxed{3}$

∴ $x+y=\boxed{2+3=5}$

TIP

y의 값을 구할 때, $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$임을 이용해도 무방하다.

03-1

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{BP}=\overline{BQ}=6$ cm

이때 $\overline{AS}=\overline{AP}=10-6=4$(cm)이므로 $x=4$ ⋯ ❶

또, $\overline{CR}=\overline{CQ}=8$ cm, $\overline{DS}=\overline{DR}=15-8=7$(cm)이므로

$\overline{AD}=\overline{AS}+\overline{DS}=4+7=11$(cm)

즉, $y=11$ ⋯ ❷

∴ $x+y=4+11=15$ ⋯ ❸

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ y의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	1

04

직각삼각형 CDE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CE}=\boxed{\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8}$(cm)

$\overline{BE}=x$ cm로 놓으면

$\overline{AD}=\overline{BC}=\boxed{(x+8)}$ cm, $\overline{AB}=\overline{CD}=\boxed{15}$ cm

원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같으므로 $\overline{AB}+\overline{DE}=\boxed{\overline{AD}+\overline{BE}}$에서

$$\boxed{\begin{aligned}&15+17=(x+8)+x,\ 32=2x+8\\&-2x=-24,\ x=12\end{aligned}}$$

∴ $\overline{BE}=\boxed{12}$ cm

04-1

$\overline{DE}=x$ cm로 놓으면 원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같으므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$, $8+x=12+\overline{BE}$

$\overline{BE}=(x-4)$ cm ⋯ ❶

이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=12$ cm이므로

$(x-4)+\overline{EC}=12$, $\overline{EC}=(16-x)$ cm ⋯ ❷

직각삼각형 CDE에서 피타고라스 정리에 의하여

$(16-x)^2+8^2=x^2$, $x^2-32x+256+64=x^2$

$-32x=-320$, $x=10$

$\therefore$ $\overline{DE}=10$ cm ⋯ ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{DE}=x$ cm로 놓고, $\overline{BE}$의 길이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\overline{EC}$의 길이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ $\overline{DE}$의 길이를 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 72

01

직각삼각형 OAM에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm) ⋯ ❶

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm) ⋯ ❷

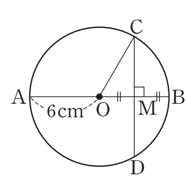
$\therefore$ $4\sqrt{3}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	3

02

$\overline{OB}=6$ cm이고 $\overline{OM}=\overline{MB}$이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\times6=3$(cm) ⋯ ❶



$\overline{OC}$를 그으면 직각삼각형 OMC에서

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$(cm) ⋯ ❷

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

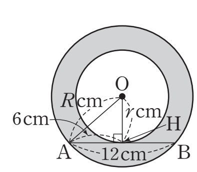
$\overline{CD}=2\overline{CM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm) ⋯ ❸

$\therefore$ $6\sqrt{3}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{OM}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\overline{CM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{CD}$의 길이를 바르게 구한다.	2

03

그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm) ⋯ ❶

큰 원의 반지름의 길이를 R cm,

작은 원의 반지름의 길이를 r cm로 놓으면

직각삼각형 OAH에서 피타고라스 정리에 의하여

$6^2+r^2=R^2$, $R^2-r^2=36$ ⋯ ❷

즉, 색칠한 부분의 넓이는

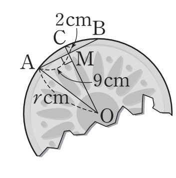
$\pi\times R^2-\pi\times r^2=\pi(R^2-r^2)=36\pi(\text{cm}^2)$ ⋯ ❸

$\therefore$ 36π cm^2

채점기준	배점
❶ $\overline{AH}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ 큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm로 놓고, R^2-r^2의 값을 바르게 구한다.	2
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구한다.	2

04

그림과 같이 원 모양 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm로 놓으면



$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=(r-2)$ cm ⋯ ❶

직각삼각형 AOM에서 피타고라스 정리에 의하여

$9^2+(r-2)^2=r^2$, $81+r^2-4r+4=r^2$

$-4r=-85$, $r=\frac{85}{4}$

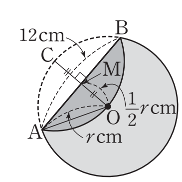
따라서 원 모양 접시의 반지름의 길이는 $\frac{85}{4}$ cm이다. ⋯ ❷

$\therefore$ $\frac{85}{4}$ cm

채점기준	배점
❶ 반지름의 길이를 r cm로 놓고, $\overline{OM}$의 길이를 r를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ 원 모양 접시의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	3

05

그림과 같이 현 AB의 수직이등분선을 그어 현 AB와 만나는 점을 M, 접기 전의 원과 만나는 점을 C로 놓자. 이때 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm) ⋯ ❶

$\overline{OA}=r$ cm로 놓으면 $\overline{OM}=\frac{1}{2}r$ cm이므로

직각삼각형 OMA에서 피타고라스 정리에 의하여

$6^2+\left(\frac{1}{2}r\right)^2=r^2$, $36+\frac{1}{4}r^2=r^2$, $-\frac{3}{4}r^2=-36$

$r^2=-36\times\left(-\frac{4}{3}\right)=48$, $r=4\sqrt{3}$ ($\because$ $r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다. ⋯ ❷

$\therefore$ $4\sqrt{3}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 원 O의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	4

06

원의 중심 O로부터 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 이르는 거리가 같으므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=12\text{ cm}$ … ❶

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$ … ❷

직각삼각형 OBM에서

$\overline{OB}=\frac{\overline{BM}}{\cos 30^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … ❸

즉, 원 O의 둘레의 길이는 $2\times\pi\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi(\text{cm})$ … ❹

$\therefore\ 8\sqrt{3}\pi\text{ cm}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❷ $\overline{BM}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{OB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❹ 원 O의 둘레의 길이를 바르게 구한다.	1

07

원의 중심 O로부터 두 변 AC, BC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

따라서 △ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다. … ❶

즉, $\angle ABC=\angle CAB$이고

□OMCN에서 $\angle MCN=360^\circ-(118^\circ+90^\circ+90^\circ)=62^\circ$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=\frac{1}{2}\times 118^\circ=59^\circ$ … ❷

$\therefore\ 59^\circ$

채점기준	배점
❶ △ABC가 어떤 삼각형인지 바르게 제시한다.	3
❷ ∠ABC의 크기를 바르게 구한다.	3

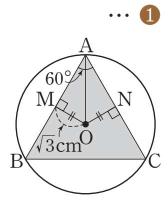
08

원의 중심 O로부터 두 변 AB, AC에 이르는 거리가 같으므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

이때 $\angle A=60^\circ$이므로 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60)^\circ=60^\circ$

따라서 △ABC는 정삼각형이다. … ❶



$\overline{OA}$를 그으면

$\triangle OAM\equiv\triangle OAN$ (RHS 합동)이므로

$\angle OAM=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

즉, 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\frac{\overline{OM}}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\times\frac{3}{\sqrt{3}}=3(\text{cm})$

이때 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3=6(\text{cm})$ … ❷

즉, $\overline{AC}=\overline{AB}=6\text{ cm}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ … ❸

$\therefore\ 9\sqrt{3}\text{ cm}^2$

채점기준	배점
❶ △ABC가 어떤 삼각형인지 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ △ABC의 넓이를 바르게 구한다.	2

09

$\overline{PA}$와 $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로 $\overline{PA}=\overline{PB}$

이때 $\angle APB=60^\circ$이므로

$\angle PBA=\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △PBA는 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{PB}=30\text{ cm}$ … ❶

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{HB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$ … ❷

$\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle HBO=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

즉, 직각삼각형 OHB에서

$\overline{OH}=\overline{HB}\tan 30^\circ=15\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}(\text{cm})$ … ❸

$\therefore\ 5\sqrt{3}\text{ cm}$

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{HB}$의 길이를 바르게 구한다.	1
❸ $\overline{OH}$의 길이를 바르게 구한다.	2

10

△POT가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PT}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15(\text{cm})$ … ❶

$\triangle POT\equiv\triangle POT'$ (RHS 합동)이므로

$\square OTPT'=\triangle POT+\triangle POT'=2\triangle POT$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 15\times 8\right)=120(\text{cm}^2)$ … ❷

$\therefore\ 120\text{ cm}^2$

채점기준	배점
❶ $\overline{PT}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ □OTPT′의 넓이를 바르게 구한다.	3

11

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$ … ❶

이때 $\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=8+2=10(\text{cm})$이고

$\overline{AE}=\overline{AD}=10\text{ cm}$이므로

$\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AC}=10-7=3(\text{cm})$ … ❷

즉, $\overline{BF}=\overline{BD}=2$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=2+3=5(\text{cm})$ … ❸

$\therefore$ 5 cm

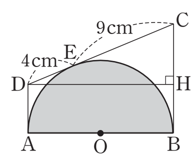
채점기준	배점
❶ 길이가 같은 세 쌍의 선분을 바르게 제시한다.	2
❷ $\overline{CE}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{BC}$의 길이를 바르게 구한다.	2

12

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로

$\overline{AD}=\overline{DE}=4$ cm, $\overline{BC}=\overline{EC}=9$ cm

그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{AD}$

$=9-4=5(\text{cm})$ … ❶

$\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{CE}=4+9=13(\text{cm})$이므로

직각삼각형 CDH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$ … ❷

이때 $\overline{AB}=\overline{DH}=12$ cm이므로 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi(\text{cm}^2)$ … ❸

$\therefore$ 18π cm^2

채점기준	배점
❶ $\overline{CH}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{DH}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❸ 색칠한 부분의 넓이를 바르게 구한다.	2

13

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=x$ cm로 놓으면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-x)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(9-x)$ cm … ❶

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

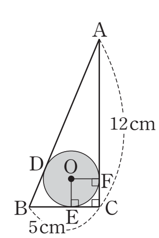
$7=(8-x)+(9-x)$, $2x=10$, $x=5$

$\therefore$ $\overline{CF}=5$ cm … ❷

채점기준	배점
❶ $\overline{CF}=\overline{CE}=x$ cm로 놓고, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ $\overline{CF}$의 길이를 바르게 구한다.	2

14

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여



$\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$ … ❶

원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓고 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 원 O에 접하므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=(12-r)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(5-r)$ cm … ❷

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$13=(12-r)+(5-r)$, $2r=4$, $r=2$ … ❸

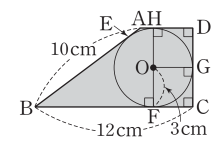
즉, 원 O의 넓이는 $\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$ … ❹

$\therefore$ 4π cm^2

채점기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❷ 원 O의 반지름의 길이를 r cm로 놓고, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이를 각각 r를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ r의 값을 바르게 구한다.	2
❹ 원 O의 넓이를 바르게 구한다.	1

15

$\overline{OG}$, $\overline{OH}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로 $\overline{CG}=\overline{FC}=\overline{OF}=3$ cm이고, □OGDH도 정사각형이므로



$\overline{DG}=\overline{HD}=\overline{HO}=3$ cm

따라서 $\overline{DC}=\overline{DG}+\overline{GC}=3+3=6(\text{cm})$ … ❶

원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같으므로 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$10+6=\overline{AD}+12$, $\overline{AD}=4$ cm … ❷

$\therefore$ $\square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+12)\times6=48(\text{cm}^2)$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{DC}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{AD}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ □ABCD의 넓이를 바르게 구한다.	1

16

$\overline{BM}=x$ cm로 놓으면 $\overline{MC}=(6-x)$ cm

원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같으므로 $\overline{AM}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{MC}$에서

$\overline{AM}+4=6+(6-x)$, $\overline{AM}=(8-x)$ cm … ❶

직각삼각형 ABM에서 피타고라스 정리에 의하여

$x^2+4^2=(8-x)^2$, $x^2+16=x^2-16x+64$

$16x=48$, $x=3$ … ❷

$\therefore$ $\triangle ABM=\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\overline{BM}=x$ cm로 놓고, $\overline{AM}$의 길이를 x를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	3
❷ x의 값을 바르게 구한다.	2
❸ △ABM의 넓이를 바르게 구한다.	1

02 원주각

13 원주각과 중심각의 크기 ▶p. 78

교과서 기본예제 1

(1) 100°　　(2) 90°

교과서 기본예제 2

(1) 60°　　(2) 54°

대표문제

원 O에서

$\angle AOB = \boxed{2}\angle APB = \boxed{2\times 65^\circ = 130^\circ}$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \boxed{\overline{OB}}$인 $\boxed{\text{이등변}}$ 삼각형이므로

$\angle OAB = \boxed{\frac{1}{2}\times(180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ}$

$\therefore \boxed{25}^\circ$

유사문제

원 O에서

$\angle AOB = 2\angle APB = 2\times 52^\circ = 104^\circ$　… (+2점)

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

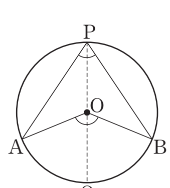
$\angle OBA = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ$　… (+3점)

$\therefore 38^\circ$

특별하게 연습하기 ▶p. 80

01

그림과 같이 지름 PQ를 그으면



$\triangle OPA$, $\triangle OBP$는 이등변삼각형이므로

$\angle OPA = \boxed{㉠\ \angle OAP}$

$\angle OPB = \boxed{㉡\ \angle OBP}$

이고 $\angle APB = \angle OPA + \boxed{㉢\ \angle OPB}$

이때 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$\angle AOQ = 2\angle OPA$, $\angle BOQ = 2\angle OPB$이므로

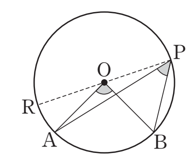
$\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ = 2\angle OPA + 2\angle OPB$

$= 2(\angle OPA + \angle OPB) = 2\boxed{㉣\ \angle APB}$

따라서 $\angle APB = \boxed{㉤\ \frac{1}{2}}\angle AOB$이다.

01-1

그림과 같이 지름 PR를 그으면



$\triangle OAP$, $\triangle OBP$는 이등변삼각형이므로

$\angle OPA = \boxed{㉠\ \angle OAP}$

$\angle OPB = \boxed{㉡\ \angle OBP}$

이고 $\angle APB = \angle RPB - \boxed{㉢\ \angle RPA}$

이때 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$\angle ROB = 2\angle RPB$, $\angle ROA = 2\angle RPA$이므로

$\angle AOB = \angle ROB - \angle ROA = 2\angle RPB - 2\angle RPA$

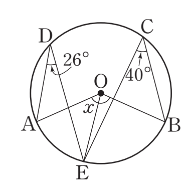
$= 2(\angle RPB - RPA) = 2\boxed{㉣\ \angle APB}$

따라서 $\angle APB = \boxed{㉤\ \frac{1}{2}}\angle AOB$이다.

채점기준	배점
㉠~㉤에 알맞은 것을 각각 바르게 쓴다.	5

02

$\overline{OE}$를 그으면 원 O에서



$\angle AOE = \boxed{2}\angle ADE = \boxed{2\times 26^\circ = 52^\circ}$

또, 원 O에서

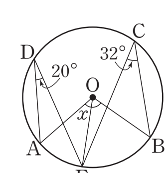
$\angle BOE = \boxed{2}\angle BCE = \boxed{2\times 40^\circ = 80^\circ}$

즉, $\angle x = \angle AOE + \angle BOE = \boxed{52^\circ + 80^\circ = 132^\circ}$

$\therefore \boxed{132}^\circ$

02-1

$\overline{OE}$를 그으면 원 O에서



$\angle AOE = 2\angle ADE = 2\times 20^\circ = 40^\circ$　… ❶

또, 원 O에서

$\angle BOE = 2\angle BCE = 2\times 32^\circ = 64^\circ$　… ❷

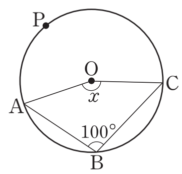
즉, $\angle x = \angle AOE + \angle BOE$

$= 40^\circ + 64^\circ = 104^\circ$　… ❸

$\therefore 104^\circ$

채점기준	배점
❶ ∠AOE의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ ∠BOE의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	1

03



$\overset{\frown}{AC}$ 위에 한 점 P를 잡으면 $\overset{\frown}{APC}$에 대한 원주각의 크기가 $\angle ABC = \boxed{100}°$이므로

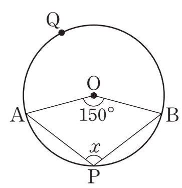
$\overset{\frown}{APC}$에 대한 중심각의 크기는

$2\angle ABC = \boxed{2\times 100° = 200°}$

즉, $\angle x = \boxed{360° - 200° = 160°}$

$\therefore\ \boxed{160}°$

03-1



그림과 같이 $\overset{\frown}{AB}$ 위에 한 점 Q를 잡으면 $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는

$360° - 150° = 210°$ … ❶

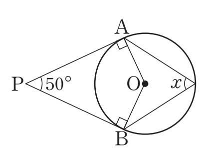
$\overset{\frown}{AQB}$에 대한 원주각이 ∠APB이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\times 210° = 105°$ … ❷

$\therefore\ 105°$

채점기준	배점
❶ $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

04



$\overline{PA}$와 $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\angle OAP = \angle OBP = \boxed{90}°$

따라서 □OAPB의 내각의 크기의 합이 360°이므로

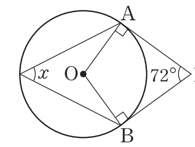
$$\boxed{\begin{aligned}&90° + 50° + 90° + \angle AOB = 360°\\ &\angle AOB = 360° - 230° = 130°\end{aligned}}$$

즉, 원 O에서

$\angle x = \boxed{\frac{1}{2}}\angle AOB = \boxed{\frac{1}{2}\times 130° = 65°}$

$\therefore\ \boxed{65}°$

04-1



$\overline{PA}$와 $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\angle OAP = \angle OBP = 90°$

따라서 □OBPA의 내각의 크기의 합이 360°이므로

$90° + 72° + 90° + \angle AOB = 360°$

$\angle AOB = 360° - 252° = 108°$ … ❶

즉, 원 O에서

$\angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\times 108° = 54°$ … ❷

$\therefore\ 54°$

채점기준	배점
❶ ∠AOB의 크기를 바르게 구한다.	3
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

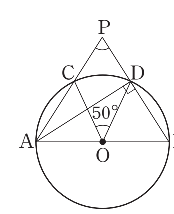
14 원주각의 성질

▶p. 82

교과서 기본예제 1

(1) 42°　　(2) 35°

대표문제



$\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각 ∠ADB의 크기는 $\boxed{90}°$이다.

또, 원 O에서

$\angle CAD = \boxed{\frac{1}{2}}\angle COD$

$= \boxed{\frac{1}{2}\times 50° = 25°}$

즉, △PAD에서

$\angle APB = \boxed{90° - 25° = 65°}$

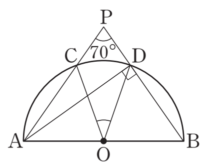
$\therefore\ \boxed{65}°$

TIP

∠ADP의 크기를 구한 후, ∠APB의 크기를 △PAD의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 구해도 무방하다.

유사문제

그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 $\overparen{AB}$에 대한 원주각 $\angle ADB$의 크기는 $90°$이다. … (+2점)



$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=90°-70°=20°$ … (+2점)

이때 반원 O에서

$\angle COD=2\angle CAD=2\times20°=40°$ … (+2점)

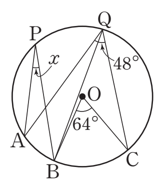
$\therefore$ $40°$

특별하게 연습하기

▶p. 84

01

$\overline{BQ}$를 그으면 원 O에서



$\angle BQC=\boxed{\frac{1}{2}}\angle BOC=\boxed{\frac{1}{2}\times64°=32°}$

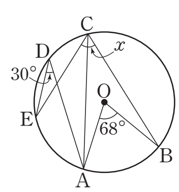
즉, $\angle AQB=\boxed{48°-32°=16°}$

따라서 원 O에서 $\angle x=\boxed{\angle AQB}=\boxed{16}°$

$\therefore$ $\boxed{16}°$

01-1

그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 원 O에서



$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times68°=34°$ … ❶

또, 원 O에서 $\angle ECA=\angle EDA=30°$ … ❷

즉, $\angle x=\angle ECA+\angle ACB$

$=30°+34°=64°$ … ❸

$\therefore$ $64°$

채점기준	배점
❶ $\angle ACB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle ECA$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	1

02

원 O에서 $\boxed{\angle DBC}=\angle DAC=\angle x$이고

$\triangle ACP$에서 $\angle ACB=\angle y=\boxed{\angle x+38°}$이므로

$\triangle QBC$에서

$\angle x+\angle x+38°=80°$
$2\angle x=42°$, $\angle x=21°$

즉, $\angle y=\boxed{\angle x+38°=21°+38°=59°}$

$\therefore$ $\angle x=\boxed{21}°$, $\angle y=\boxed{59}°$

02-1

원 O에서 $\angle DAC=\angle DBC=\angle x$이고

$\triangle ACP$에서 $\angle ACB=\angle x+36°$이므로 … ❶

$\triangle QCB$에서 $\angle x+36°+\angle x=68°$

$2\angle x=32°$, $\angle x=16°$ … ❷

즉, $\angle y=\angle ACB=\angle x+36°=16°+36°=52°$ … ❸

$\therefore$ $\angle x=16°$, $\angle y=52°$

채점기준	배점
❶ $\angle ACB$의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3
❸ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	1

03

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\overparen{AB}$에 대한 원주각 $\angle ACB$의 크기는 $\boxed{90}°$이다.

이때 $\triangle ACB$에서 $\angle ABC=\boxed{90°-38°=52°}$이므로

원 O에서 $\angle x=\boxed{\angle ABC}=\boxed{52}°$

$\therefore$ $\boxed{52}°$

03-1

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\overparen{AC}$에 대한 원주각 $\angle ABC$의 크기는 $90°$이다. … ❶

이때 원 O에서 $\angle DBC=\angle DAC=20°$이므로

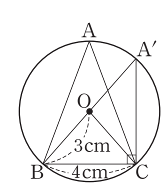
$\angle x=\angle ABC-\angle DCB=90°-20°=70°$ … ❷

$\therefore$ $70°$

채점기준	배점
❶ $\angle ABC$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

04

그림과 같이 $\overline{OB}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′으로 놓으면 $\overline{A'B}$는 원 O의 지름이므로 $\overparen{A'B}$에 대한 원주각 $\angle BCA'$의 크기는 $\boxed{90}°$이다.



이때 직각삼각형 A′BC에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{A'C}=\boxed{\sqrt{(2\times3)^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}}$(cm)

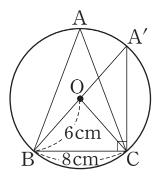
즉, 원 O에서 $\angle BA'C=\boxed{\angle BAC}$이므로

$\cos A=\cos\boxed{(\angle BA'C)}=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$

$\therefore \boxed{\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$

04-1

그림과 같이 $\overline{OB}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'으로 놓으면 $\overline{A'B}$는 원 O의 지름이므로 $\overset{\frown}{A'B}$에 대한 원주각 $\angle BCA'$의 크기는 90°이다. ⋯ ❶



이때 직각삼각형 $A'BC$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{A'C}=\sqrt{(2\times6)^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ ⋯ ❷

즉, 원 O에서 $\angle BA'C=\angle BAC$이므로

$\tan A=\tan(\angle BA'C)=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ ⋯ ❸

$\therefore \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

채점기준	배점
❶ $\angle BCA'$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{A'C}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ $\tan A$의 값을 바르게 구한다.	3

15 원주각의 크기와 호의 길이

▶p. 86

교과서 기본예제 1

(1) 25° (2) 50°

교과서 기본예제 2

(1) 50° (2) 75°

대표문제

$\overline{PC}$가 원 O의 지름이므로

$\overset{\frown}{PC}$에 대한 원주각 $\angle PDC$의 크기는 $\boxed{90}^\circ$이다.

즉, $\triangle PCD$에서 $\angle CPD=\boxed{90^\circ-50^\circ=40^\circ}$

이때 $\angle APB:\angle CPD=\boxed{\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}}$이므로

$\boxed{20:40=3:x,\ 20x=120,\ x=6}$

$\therefore \boxed{6}$

유사문제

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각 $\angle ABC$의 크기는 90°이다.

즉, $\triangle ACB$에서 $\angle CAB=90^\circ-55^\circ=35^\circ$ ⋯ (+2점)

이때 $\angle EAD=\angle CAB=35^\circ$이므로

$\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BC}=5\text{ cm}$ ⋯ (+3점)

$\therefore x=5$

특별하게 연습하기

▶p. 88

01

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle DCB=\boxed{\angle ABC}=\boxed{20}^\circ$

즉, $\triangle PCB$에서

$\angle APC=\boxed{20^\circ+20^\circ=40^\circ}$

$\therefore \boxed{40}^\circ$

01-1

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle DCB=\angle ABC=40^\circ$ ⋯ ❶

즉, $\triangle PCB$에서

$\angle DPB=40^\circ+40^\circ=80^\circ$ ⋯ ❷

$\therefore 80^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle DCB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle DPB$의 크기를 바르게 구한다.	2

02

$\angle DAP=\angle x$로 놓으면

$\angle ADC:\angle BAD=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}$이므로

$\boxed{\angle ADC:\angle x=4:1,\ \angle ADC=4\angle x}$

즉, $\triangle ADP$에서

$\boxed{\angle x+48^\circ=4\angle x,\ -3\angle x=-48^\circ,\ \angle x=16^\circ}$

이므로 $\angle ADC=\boxed{4\angle x=4\times16^\circ=64^\circ}$

$\therefore \boxed{64}^\circ$

02-1

$\angle BCA : \angle DBC = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle BCA : 60^\circ = 2 : 5$, $5\angle BCA = 120^\circ$

$\angle BCA = 24^\circ$ … ❶

즉, $\triangle BCP$에서

$\angle x + 24^\circ = 60^\circ$, $\angle x = 36^\circ$ … ❷

$\therefore$ 36°

채점기준	배점
❶ $\angle BCA$의 크기를 바르게 구한다.	3
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

03

$\angle A : \angle B : \angle C = \boxed{\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} : \overset{\frown}{AB} = 3 : 2 : 5}$

이때 $\angle A + \angle B + \angle C = \boxed{180}^\circ$이므로

$\angle A = \boxed{180^\circ \times \frac{3}{3+2+5} = 180^\circ \times \frac{3}{10} = 54^\circ}$

$\angle B = \boxed{180^\circ \times \frac{2}{3+2+5} = 180^\circ \times \frac{2}{10} = 36^\circ}$

$\angle C = \boxed{180^\circ \times \frac{5}{3+2+5} = 180^\circ \times \frac{5}{10} = 90^\circ}$

$\therefore$ $\angle A = \boxed{54}^\circ$, $\angle B = \boxed{36}^\circ$, $\angle C = \boxed{90}^\circ$

03-1

$\angle A : \angle B : \angle C = \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} : \overset{\frown}{AB} = 3 : 4 : 2$ … ❶

이때 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$이므로

$\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{3+4+2} = 180^\circ \times \frac{3}{9} = 60^\circ$

$\angle B = 180^\circ \times \frac{4}{3+4+2} = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$

$\angle C = 180^\circ \times \frac{2}{3+4+2} = 180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ$ … ❷

$\therefore$ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 40^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle A : \angle B : \angle C$를 가장 간단한 자연수의 비로 바르게 나타낸다.	3
❷ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 크기를 각각 바르게 구한다.	3

04

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ \times \boxed{\frac{1}{8}} = \boxed{45}^\circ$

이므로 원주각의 크기는 $\frac{1}{2} \times \boxed{45}^\circ = \boxed{22.5}^\circ$

또, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ \times \boxed{\frac{1}{4}} = \boxed{90}^\circ$

이므로 원주각의 크기는 $\frac{1}{2} \times \boxed{90}^\circ = \boxed{45}^\circ$

즉, $\angle ADB = \boxed{22.5}^\circ$, $\angle DAC = \boxed{45}^\circ$이므로

$\triangle APD$에서 $\angle CPD = \boxed{22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ}$

$\therefore$ $\boxed{67.5}^\circ$

04-1

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$이므로 원주각의 크기는

$\frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ … ❶

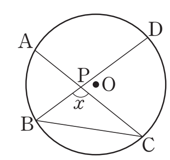
또, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ \times \frac{1}{4} = 90^\circ$이므로 원주각의 크기는 $\frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ … ❷

그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

$\angle ACB = 30^\circ$, $\angle DBC = 45^\circ$이므로 $\triangle PBC$에서

$30^\circ + 45^\circ + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 105^\circ$ … ❸

$\therefore$ 105°



채점기준	배점
❶ $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

16 원에 내접하는 사각형

▶p. 90

교과서 기본예제 1

(1) $\angle x = 70^\circ$, $\angle y = 105^\circ$　　(2) $\angle x = 110^\circ$, $\angle y = 100^\circ$

대표문제

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BAD + \angle BCD = \boxed{180}^\circ$에서

$\boxed{\angle x + 40^\circ + 95^\circ = 180^\circ, \angle x = 45^\circ}$

원에서 $\angle BDC = \angle BAC = \boxed{40}^\circ$이고

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle y = \boxed{\angle ADC} = \boxed{50^\circ + 40^\circ = 90^\circ}$

$\therefore$ $\angle x = \boxed{45}^\circ$, $\angle y = \boxed{90}^\circ$

유사문제

원에서 $\angle ACB=\angle ADB=47°$이므로
삼각형의 외각의 성질에 의하여

$\angle x=43°+47°=90°$ … (+2점)

원에서 $\angle DAC=\angle DBC=43°$이고
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BAD=88°$
즉, $\angle y+43°=88°$, $\angle y=45°$ … (+3점)
$\therefore$ $\angle x=90°$, $\angle y=45°$

특별하게 연습하기

▶p. 92

01

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\boxed{\angle BAC}=\boxed{24}°$

즉, △PCD에서

$\angle x=\boxed{76°+24°=100°}$

$\therefore$ $\boxed{100}°$

TIP
$\angle ABD$의 크기를 구한 후 △ABP에서 $\angle x$의 크기를 구해도 무방하다.

01-1

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\angle BAC=70°$ … ❶

즉, △PCD에서

$\angle x=35°+70°=105°$ … ❷

$\therefore$ 105°

채점기준	배점
❶ $\angle BDC$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

02

△BCD에서

$\angle x=\boxed{180°-(40°+55°)=85°}$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=\boxed{180}°$에서

$\boxed{\angle y+\angle x=180°,\ \angle y+85°=180°,\ \angle y=95°}$

$\therefore$ $\angle x=\boxed{85}°$, $\angle y=\boxed{95}°$

02-1

△ABC에서

$\angle x=180°-(35°+50°)=95°$ … ❶

□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC+\angle ABC=180°$에서

$\angle y+\angle x=180°$, $\angle y+95°=180°$, $\angle y=85°$ … ❷

$\therefore$ $\angle x=95°$, $\angle y=85°$

채점기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	3

03

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=\boxed{180°-2\times 40°=100°}$

즉, $\angle BDC=\boxed{\frac{1}{2}}\angle BOC=\boxed{\frac{1}{2}\times 100°=50°}$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\boxed{\angle ADC}=\boxed{20°+50°=70°}$

$\therefore$ $\boxed{70}°$

03-1

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-2\times 35°=110°$

즉, $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 110°=55°$ … ❶

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=55°+30°=85°$ … ❷

$\therefore$ 85°

채점기준	배점
❶ $\angle BAC$의 크기를 바르게 구한다.	3
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

04

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle EAB=\boxed{\angle BCD}=\boxed{50}°$

△AEB에서

$\angle ABE=\boxed{180°-(50°+45°)=85°}$

따라서 △BCF에서 $\boxed{50°+\angle x=85°,\ \angle x=35°}$

$\therefore$ $\boxed{35}°$

TIP

$\angle$DAF와 $\angle$ADF의 크기를 각각 구한 후, $\triangle$ADF의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해도 무방하다.

04-1

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{EDC}=\angle \mathrm{ABC}=58^\circ$ … ❶

$\triangle$BCF에서

$\angle \mathrm{FCE}=58^\circ+26^\circ=84^\circ$ … ❷

따라서 $\triangle$DCE에서

$\angle x=180^\circ-(58^\circ+84^\circ)=38^\circ$ … ❸

$\therefore$ 38°

채점기준	배점
❶ $\angle$EDC의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$FCE의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

17 원의 접선과 현이 이루는 각 ▶p. 94

교과서 기본예제 1

(1) 65° (2) 120°

대표문제

$\overleftrightarrow{\mathrm{AT}}$가 원 O에 접하므로

$\angle \mathrm{BCA}=\boxed{\angle \mathrm{BAT}}=\boxed{80}^\circ$

원 O에서

$\angle \mathrm{AOB}=\boxed{2}\angle \mathrm{BCA}=\boxed{2\times80^\circ=160^\circ}$

이때 $\triangle$OAB는 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\boxed{\frac{1}{2}\times(180^\circ-160^\circ)=\frac{1}{2}\times20^\circ=10^\circ}$

$\therefore$ $\boxed{10}^\circ$

유사문제

$\overleftrightarrow{\mathrm{PT}}$가 원 O에 접하므로

$\angle \mathrm{ABT}=\angle \mathrm{ATP}=55^\circ$ … (+2점)

원 O에서

$\angle \mathrm{AOT}=2\angle \mathrm{ABT}=2\times55^\circ=110^\circ$ … (+2점)

이때 $\triangle$OAT는 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OT}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$ … (+1점)

$\therefore$ 35°

특별하게 연습하기 ▶p. 96

01

$\square$ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle \mathrm{BAD}+\angle \mathrm{BCD}=\boxed{180}^\circ$에서

$\boxed{105^\circ+\angle \mathrm{BCD}=180^\circ,\ \angle \mathrm{BCD}=75^\circ}$

$\overleftrightarrow{\mathrm{CT}}$가 원 O에 접하므로 $\angle \mathrm{DBC}=\boxed{\angle \mathrm{DCT}}=\boxed{\angle x}$

즉, $\triangle$BCD에서 $\angle x=\boxed{180^\circ-(75^\circ+38^\circ)=67^\circ}$

$\therefore$ $\boxed{67}^\circ$

TIP

접점 C의 왼쪽의 직선 위에 한 점 T′을 잡으면

$\angle \mathrm{BCT'}=\angle \mathrm{BDC}=30^\circ$이므로 평각의 크기는 180°임을 이용하여

$\angle x$의 크기를 구할 수도 있다.

01-1

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{CDB}+\angle \mathrm{CAB}=180^\circ$에서

$100^\circ+\angle \mathrm{CAB}=180^\circ,\ \angle \mathrm{CAB}=80^\circ$ … ❶

$\overleftrightarrow{\mathrm{AT}}$가 원 O에 접하므로

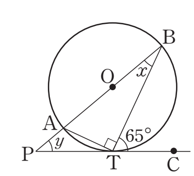
$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{BAT}=60^\circ$ … ❷

즉, $\triangle$ABC에서 $\angle x=180^\circ-(80^\circ+60^\circ)=40^\circ$ … ❸

$\therefore$ 40°

채점기준	배점
❶ $\angle$CAB의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$ACB의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	1

02



$\overline{\mathrm{AT}}$를 그으면 원 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\widehat{\mathrm{AB}}$에 대한 원주각 $\angle$ATB의 크기는

$\boxed{90}^\circ$이다.

이때 $\overleftrightarrow{\mathrm{PT}}$가 원 O에 접하므로

$\angle \mathrm{BAT}=\boxed{\angle \mathrm{BTC}}=\boxed{65}^\circ$

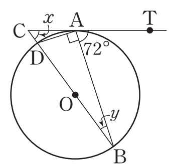
즉, $\triangle$ATB에서 $\angle x=\boxed{90^\circ-65^\circ=25^\circ}$

또, $\angle ATP=\angle x=\boxed{25}$°이므로

$\triangle APT$에서 $\angle y=\boxed{65°-25°=40°}$

$\therefore \angle x=\boxed{25}°,\ \angle y=\boxed{40}°$

02-1



그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 원 O에서 $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\widehat{BD}$에 대한 원주각 $\angle BAD$의 크기는 90°이다. … ❶

이때 $\overleftrightarrow{CT}$가 원 O에 접하므로

$\angle ADB=\angle BAT=72°$

즉, $\triangle ADB$에서 $\angle y=90°-72°=18°$ … ❷

또, $\angle CAD=\angle y=18°$이므로 $\triangle ACD$에서

$\angle x=72°-18°=54°$ … ❸

$\therefore \angle x=54°,\ \angle y=18°$

채점기준	배점
❶ $\angle BAD$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

03

꼭짓점 A에서 원 O에 그은 두 직선 AD, AF에 대하여

$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\triangle ADF$에서

$\angle AFD=\boxed{\frac{1}{2}\times(180°-50°)=\frac{1}{2}\times130°=65°}$

이때 $\overline{AC}$가 원 O에 접하므로

$\angle DEF=\boxed{\angle AFD}=\boxed{65}°$

즉, $\triangle DEF$에서 $\angle x=\boxed{180°-(65°+45°)=70°}$

$\therefore \boxed{70}°$

TIP

① $\angle AFD$의 크기를 구한 후 $\angle DEF$의 크기가 아닌 $\angle CFE$의 크기를 구하여 $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.

② $\angle AFD$의 크기가 아닌 $\angle ADF$의 크기를 이용하여 $\angle x$의 크기를 구할 수도 있다.

03-1

꼭짓점 B에서 원 O에 그은 두 직선 BD, BF에 대하여

$\overline{BD}=\overline{BF}$이므로 $\triangle BDF$에서

$\angle BDF=\frac{1}{2}\times(180°-48°)=\frac{1}{2}\times132°=66°$ … ❶

이때 $\overline{BC}$가 원 O에 접하므로

$\angle DEF=\angle BDF=66°$ … ❷

즉, $\triangle DEF$에서 $\angle x=180°-(66°+47°)=67°$ … ❸

$\therefore$ 67°

채점기준	배점
❶ $\angle BDF$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle DEF$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

04

$\overleftrightarrow{ST}$가 원 O에 접하므로

$\angle BPT=\boxed{\angle BAP}=\boxed{70}°$

따라서 $\angle SPD=\boxed{\angle BPT}=\boxed{70}°$ (맞꼭지각)

또, $\overleftrightarrow{ST}$가 원 O′에 접하므로

$\angle CPT=\boxed{\angle CDP}=\boxed{60}°$

$\therefore \angle CPD=\boxed{180°-(70°+60°)=50°}$

TIP

$\angle DCP=\angle SPD=70°$이므로 $\triangle CDP$의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle CPD$의 크기를 구할 수도 있다.

04-1

$\overleftrightarrow{PQ}$가 원 O에 접하므로

$\angle BTQ=\angle BAT=35°$

따라서 $\angle DTP=\angle BTQ=35°$ (맞꼭지각) … ❶

또, $\overleftrightarrow{PQ}$가 원 O′에 접하므로

$\angle CTQ=\angle CDT=75°$ … ❷

$\therefore \angle CTD=180°-(35°+75°)=70°$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\angle DTP$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle CTQ$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle CTD$의 크기를 바르게 구한다.	1

자신있게 쪽내기

▶p. 98

01

원 O에서

$\angle AOB=2\angle ACB=2\times50°=100°$ … ❶

$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=\frac{1}{2}\times80°=40°$ … ❷

$\therefore$ 40°

채점기준	배점
❶ $\angle$AOB의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

02

원 O에서

$\angle AOB = 2\angle ACB = 2\times 30^\circ = 60^\circ$ … ❶

$\triangle$OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$ … ❷

즉, $\triangle$OAB는 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{OB}=6\,\mathrm{cm}$ … ❸

$\therefore$ 6 cm

채점기준	배점
❶ $\angle$AOB의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$OAB, $\angle$OBA의 크기를 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\overline{AB}$의 길이를 바르게 구한다.	2

03

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x + 110^\circ = 180^\circ$, $\angle x = 70^\circ$ … ❶

원 O에서 $\widehat{BAD}$에 대한 원주각의 크기가 110°이므로

$\angle y = 2\angle BCD = 2\times 110^\circ = 220^\circ$ … ❷

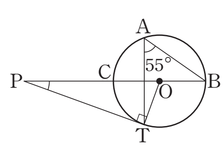
$\therefore \angle x + \angle y = 70^\circ + 220^\circ = 290^\circ$ … ❸

채점기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x + \angle y$의 크기를 바르게 구한다.	1

04

그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면 원 O에서

$\angle BOT = 2\angle BAT = 2\times 55^\circ = 110^\circ$ … ❶



이때 $\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PTO = 90^\circ$

즉, $\triangle$OPT에서 $\angle OPT = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$ … ❷

$\therefore$ 20°

채점기준	배점
❶ $\angle$BOT의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$OPT의 크기를 바르게 구한다.	3

05

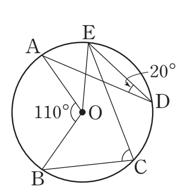
그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면 원 O에서

$\angle AOE = 2\angle ADE = 2\times 20^\circ = 40^\circ$ … ❶

즉, $\angle EOB = \angle AOE + \angle AOB$

$= 40^\circ + 110^\circ = 150^\circ$

이므로 원 O에서



$\angle ECB = \frac{1}{2}\angle EOB = \frac{1}{2}\times 150^\circ = 75^\circ$ … ❷

$\therefore$ 75°

채점기준	배점
❶ $\angle$AOE의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$ECB의 크기를 바르게 구한다.	3

06

$\angle BAC = \angle BDC = \angle x$이므로

$\triangle$QCA에서 $\angle ACD = \angle x + 30^\circ$ … ❶

$\triangle$PCD에서 $\angle x + 30^\circ + \angle x = 70^\circ$이므로

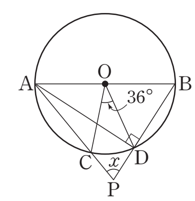
$2\angle x = 40^\circ$, $\angle x = 20^\circ$ … ❷

$\therefore$ 20°

채점기준	배점
❶ $\angle$ACD의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

07

그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\widehat{AB}$에 대한 원주각 $\angle$ADB의 크기는 90°이다. … ❶



또, 원 O에서

$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2}\times 36^\circ = 18^\circ$ … ❷

즉, $\triangle$APD에서 $\angle x = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$ … ❸

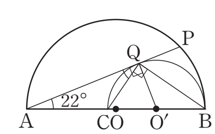
$\therefore$ 72°

채점기준	배점
❶ $\angle$ADB의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$CAD의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

08

그림과 같이 $\overline{QO'}$을 그으면 점 Q가 반원 O′과 $\overline{AP}$의 접점이므로 $\angle AQO' = 90^\circ$

따라서 $\angle AO'Q = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$ … ❶



또, $\overline{QB}$를 그으면 $\triangle$O′BQ는 $\overline{O'B}=\overline{O'Q}$인 이등변삼각형이므로

$68^\circ = \angle O'BQ + \angle O'QB$, $\angle O'QB = 34^\circ$ … ❷

$\overline{BC}$가 반원 O′의 지름이므로

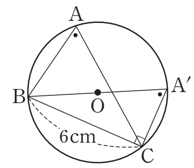
$\widehat{BC}$에 대한 원주각 $\angle$CQB의 크기는 90°이다.

즉, $\angle AQC = 90^\circ - \angle CQO' = \angle O'QB = 34^\circ$ … ❸

$\therefore$ 34°

채점기준	배점
❶ $\angle$AO′Q의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle$O′QB의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle$AQC의 크기를 바르게 구한다.	3

09



그림과 같이 꼭짓점 B를 지나는 지름이 원 O와 만나는 점을 A′으로 놓고 $\overline{A'C}$를 그으면

$\angle A=\angle A'$, $\angle BCA'=90^\circ$이므로

$$\tan A=\tan A'=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}=\frac{6}{\overline{A'C}}=2$$

즉, $\overline{A'C}=\frac{6}{2}=3(\text{cm})$ … ❶

직각삼각형 A′BC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{A'B}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm})$$ … ❷

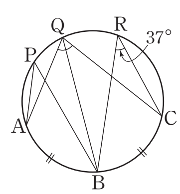
따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\overline{A'B}=\frac{3\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$$ … ❸

$\therefore$ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ cm

채점기준	배점
❶ $\overline{BA'}$, $\overline{A'C}$를 긋고, $\overline{A'C}$의 길이를 바르게 구한다.	3
❷ $\overline{A'B}$의 길이를 바르게 구한다.	2
❸ 원 O의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	1

10



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle APB=\angle BRC=37^\circ$ … ❶

그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=37^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=37^\circ$ … ❷

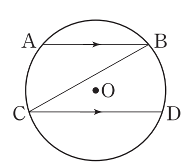
즉, $\angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$

$=37^\circ+37^\circ=74^\circ$ … ❸

$\therefore$ 74°

채점기준	배점
❶ $\angle APB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle AQB$, $\angle BQC$의 크기를 각각 바르게 구한다.	2
❸ $\angle AQC$의 크기를 바르게 구한다.	1

11



그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle ABC=\angle BCD$ (엇각) … ❶

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각은 $\angle ABC$이고,

$\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각은 $\angle BCD$이다.

이때 $\angle ABC=\angle BCD$로 원주각의 크기가 같으므로

$\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{BD}$의 길이는 같다. … ❷

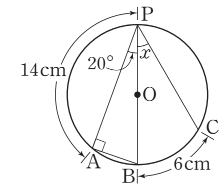
$\therefore$ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

채점기준	배점
❶ 보조선을 그어 $\angle ABC=\angle BCD$임을 바르게 제시한다.	2
❷ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$인 이유를 바르게 설명한다.	3

TIP

$\overline{AD}$를 그어 $\angle ADC=\angle BAD$임을 이용해도 무방하다.

12



$\overline{PB}$가 원 O의 지름이므로 $\overset{\frown}{PB}$에 대한 원주각

$\angle PAB$의 크기는 90°이다.

즉, $\triangle PAB$에서

$\angle ABP=90^\circ-20^\circ=70^\circ$ … ❶

이때 $\angle ABP : \angle BPC=\overset{\frown}{AP} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$70^\circ : \angle x=14 : 6$, $14\angle x=420^\circ$, $\angle x=30^\circ$ … ❷

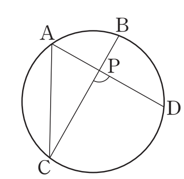
$\therefore$ 30°

채점기준	배점
❶ $\angle ABP$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

13

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ\times\frac{1}{8}=45^\circ$이므로 원주각의 크기는

$\frac{1}{2}\times45^\circ=22.5^\circ$ … ❶



그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACB : \angle CAD=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=1 : 3$이므로

$\angle CAD=3\angle ACB=3\times22.5^\circ=67.5^\circ$ … ❷

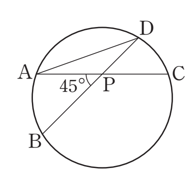
즉, $\angle ACB=22.5^\circ$, $\angle CAD=67.5^\circ$이므로

$\triangle ACP$에서 $\angle CPD=67.5^\circ+22.5^\circ=90^\circ$ … ❸

$\therefore$ 90°

채점기준	배점
❶ $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle CPD$의 크기를 바르게 구한다.	3

14



그림과 같이 $\overline{AD}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라고 하면 $\triangle PDA$에서

$\angle PDA+\angle PAD=45^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기와

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기의 합은 45°이다. … ❶

즉, $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기와

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기의 합은 $2\times45^\circ=90^\circ$ … ❷

원의 반지름의 길이를 r로 놓으면 $\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=2\pi$이므로

$$2\times\pi\times r\times\frac{90}{360}=2\pi,\ \frac{1}{4}r=1,\ r=4$$

따라서 원의 반지름의 길이는 4이다. … ❸

$\therefore$ 4

채점기준	배점
❶ $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기의 합을 바르게 구한다.	3
❷ $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기의 합을 바르게 구한다.	2
❸ 원의 반지름의 길이를 바르게 구한다.	2

15

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각 $\angle BDC$의 크기는 90°이다.

따라서 $\triangle BCD$에서 $\angle BCD=90^\circ-22^\circ=68^\circ$ … ❶

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서

$\angle x+68^\circ=180^\circ,\ \angle x=112^\circ$ … ❷

$\therefore\ 112^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle BCD$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	3

16

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서

$50^\circ+\angle x+110^\circ=180^\circ,\ \angle x=20^\circ$ … ❶

$\triangle ABD$에서

$50^\circ+20^\circ+\angle y+60^\circ=180^\circ,\ \angle y=50^\circ$ … ❷

원에서 $\angle BDC=\angle BAC=50^\circ$이므로

$\angle z+60^\circ+50^\circ=180^\circ,\ \angle z=70^\circ$ … ❸

$\therefore\ \angle x=20^\circ,\ \angle y=50^\circ,\ \angle z=70^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle z$의 크기를 바르게 구한다.	2

17

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BCE=\angle DAB=\angle x$ … ❶

$\triangle ABF$에서 $\angle FBE=\angle x+21^\circ$ … ❷

따라서 $\triangle CBE$에서 $\angle x+(\angle x+21^\circ)+33^\circ=180^\circ$

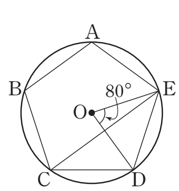
$2\angle x+54^\circ=180^\circ,\ 2\angle x=126^\circ,\ \angle x=63^\circ$ … ❸

$\therefore\ 63^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle BCE$의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❷ $\angle FBE$의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

18

그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면 원 O에서



$\angle ECD=\frac{1}{2}\angle DOE=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$ … ❶

이때 □ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle A+\angle BCE=180^\circ$ … ❷

즉, $\angle A+\angle C=\angle A+\angle BCE+\angle ECD$

$=180^\circ+40^\circ=220^\circ$ … ❸

$\therefore\ 220^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle ECD$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle A+\angle BCE$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle A+\angle C$의 크기를 바르게 구한다.	1

19

□ACQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQD=\angle CAP=100^\circ$ … ❶

또, □PQDB가 원 O′에 내접하므로

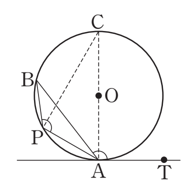
$\angle PBE=\angle PQD=100^\circ$ … ❷

$\therefore\ 100^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle PQD$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle PBE$의 크기를 바르게 구한다.	2

20

그림과 같이



지름 AC와 선분 CP를 그으면

$\angle CPA=\boxed{㉠\ \angle CAT}=90^\circ$ … ①

이다. 이때 $\angle BAC$와 $\angle BPC$는

$\boxed{㉡\ \overset{\frown}{BC}}$에 대한 원주각이므로

$\angle BAC=\boxed{㉢\ \angle BPC}$ … ②

즉, ①, ②에서

$\angle BAT=\angle BAC+\boxed{㉠\ \angle CAT}$

$=\boxed{㉢\ \angle BPC}+\boxed{㉣\ \angle CPA}$

$=\angle BPA$

채점기준	배점
㉠~㉣에 알맞은 것을 각각 바르게 쓴다.	4

21

$\overleftrightarrow{TA}$가 원 O에 접하므로

$\angle x=\angle BAT=46^\circ$ … ❶

원 O에서 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각 $\angle BAC$의 크기는 90°이다.

이때 $\angle ABC=\angle ADC=\angle y$이므로 $\triangle ACB$에서

$\angle y=90^\circ-46^\circ=44^\circ$ … ❷

$\therefore\ \angle x=46^\circ,\ \angle y=44^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	3

22

$\overleftrightarrow{TT'}$이 원 O에 접하므로 $\angle y=\angle BAT'=35^\circ$ … ❶

또, $\angle ABD=\angle DAT=25^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle DAB=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)=120^\circ$ … ❷

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle DCB+\angle DAB=180^\circ$에서

$\angle x+120^\circ=180^\circ$, $\angle x=60^\circ$ … ❸

$\therefore$ $\angle x=60^\circ$, $\angle y=35^\circ$

채점기준	배점
❶ $\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle DAB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle x$의 크기를 바르게 구한다.	2

23

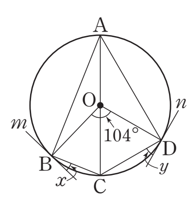
원 O에서 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 104^\circ=52^\circ$ … ❶

그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

직선 m이 원 O에 접하므로 $\angle BAC=\angle x$

직선 n이 원 O에 접하므로 $\angle CAD=\angle y$

… ❷



즉, $\angle x+\angle y=\angle BAC+\angle CAD=\angle BAD=52^\circ$

… ❸

$\therefore$ 52°

채점기준	배점
❶ $\angle BAD$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\overline{AC}$를 그어 $\angle BAC$, $\angle CAD$의 크기를 각각 $\angle x$, $\angle y$를 사용한 식으로 바르게 나타낸다.	2
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 바르게 구한다.	1

24

(1) $\overleftrightarrow{TS}$가 원 O에 접하므로 $\angle PAB=\angle SPB=55^\circ$ … ❶

$\therefore$ 55°

(2) $\overleftrightarrow{TS}$가 원 O에 접하므로 $\angle ABP=\angle TPA=75^\circ$ … ❷

이때 $\square ABDC$가 원 O′에 내접하므로

$\angle ACD=\angle ABP=75^\circ$ … ❸

$\therefore$ 75°

채점기준	배점
❶ $\angle PAB$의 크기를 바르게 구한다.	2
❷ $\angle ABP$의 크기를 바르게 구한다.	2
❸ $\angle ACD$의 크기를 바르게 구한다.	2

Ⅶ. 통계

01 대푯값과 산포도

18 대푯값의 이해 ▶p. 108

교과서 기본예제 1

(1) 6 (2) 33

교과서 기본예제 2

(1) 없다. (2) 7

대표문제

(1) (평균)$=\boxed{\frac{1+3+3+2+1+3+2+46+3+2}{10}=\frac{66}{10}=6.6}$(표)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 3,\ 46}$이므로 중앙값은

$\boxed{\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}=2.5}$(표)

$\therefore$ 평균 : $\boxed{6.6}$표, 중앙값 : $\boxed{2.5}$표

(2) $\boxed{\text{중앙값}}$이 대푯값으로 적절하다. 그 이유는

$\boxed{\text{변량 중에서 46표와 같이 극단적인 값이 있기 때문이다.}}$

유사문제

(1) (평균)$=\frac{1+2+2+3+15+2+4+2+3+1}{10}$

$=\frac{35}{10}=3.5$(시간) … (+1점)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 15이므로

중앙값은 $\frac{2+2}{2}=2$(시간) … (+2점)

$\therefore$ 평균 : 3.5시간, 중앙값 : 2시간

(2) 중앙값이 대푯값으로 적절하다. 그 이유는 변량 중에서 15시간과 같이 극단적인 값이 있기 때문이다. … (+3점)

특별하게 연습하기

▶p. 110

01

$\boxed{\frac{a+b+c}{3}}=4$이므로

$a+b+c=\boxed{12}$

즉, 5개의 변량 1, a, b, c, 2의 평균은

$\boxed{\frac{1+a+b+c+2}{5}=\frac{15}{5}=3}$

$\therefore$ $\boxed{3}$

01-1

$\frac{x+y+z}{3}=12$이므로 $x+y+z=36$ … ❶

즉, 5개의 변량 8, x, y, z, 11의 평균은

$\frac{8+x+y+z+11}{5}=\frac{55}{5}=11$ … ❷

$\therefore$ 11

채점기준	배점
❶ $x+y+z$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 8, x, y, z, 11의 평균을 바르게 구한다.	3

02

A분단의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{4,\ 5,\ 8,\ 8,\ 10}$이므로 중앙값은 $\boxed{8}$회이다.

즉, $a=\boxed{8}$

또, B분단의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{2,\ 3,\ 6,\ 8,\ 10,\ 10}$이므로 중앙값은

$\boxed{\frac{6+8}{2}=\frac{14}{2}=7}$(회)이다. 즉, $b=\boxed{7}$

$\therefore$ $a+b=\boxed{8+7=15}$

02-1

1모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 12, 13, 15, 16이므로 중앙값은 13회이다.

즉, $a=13$ … ❶

또, 2모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 8, 10, 12, 13, 17이므로 중앙값은

$\frac{10+12}{2}=\frac{22}{2}=11$(회)이다. 즉, $b=11$ … ❷

$\therefore$ $a-b=13-11=2$ … ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ b의 값을 바르게 구한다.	2
❸ $a-b$의 값을 바르게 구한다.	1

03

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5}$이므로

중앙값은 $\boxed{3}$회이다.

또, 가장 많이 나타나는 변량은 $\boxed{3}$회이므로

최빈값은 $\boxed{3}$회이다.

$\therefore$ 중앙값 : $\boxed{3}$회, 최빈값 : $\boxed{3}$회

03-1

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5

이므로 중앙값은 3회이다. … ❶

또, 가장 많이 나타나는 변량은 5회이므로

최빈값은 5회이다. … ❷

$\therefore$ 중앙값 : 3회, 최빈값 : 5회

채점기준	배점
❶ 중앙값을 바르게 구한다.	3
❷ 최빈값을 바르게 구한다.	2

04

(1) (평균)$=\boxed{\frac{3+1+7+8+2+41+4+1+5}{9}=\frac{72}{9}=8}$(회)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 41}$이므로

중앙값은 $\boxed{4}$회이고, 최빈값은 $\boxed{1}$회이다.

$\therefore$ 평균 : $\boxed{8}$회, 중앙값 : $\boxed{4}$회, 최빈값 : $\boxed{1}$회

(2) $\boxed{\text{중앙값}}$이 대푯값으로 적절하다. 그 이유는

$\boxed{\text{변량 중에서 41회와 같이 극단적인 값이 있고, 최빈값인 1회는 9명 중에서 2명에 해당하기 때문이다.}}$

04-1

(1) (평균) $=\frac{2+8+6+5+7+43+9+4+10+6}{10}=\frac{100}{10}=10$(권)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 43이므로 중앙값은 $\frac{6+7}{2}=\frac{13}{2}=6.5$(권)이고, 최빈값은 6권이다. … ❶

∴ 평균 : 10권, 중앙값 : 6.5권, 최빈값 : 6권

(2) 중앙값이 대푯값으로 적절하다. 그 이유는 변량 중에서 43권과 같이 극단적인 값이 있고, 최빈값인 6권은 10명 중에서 2명에 해당하기 때문이다. … ❷

채점기준	배점
❶ 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 바르게 구한다.	4
❷ 대푯값으로 적절한 것을 제시하고, 그 이유를 바르게 설명한다.	3

19 대푯값이 주어졌을 때 변량 구하기 ▶p. 112

교과서 기본예제 1

(1) 15　　(2) 23

교과서 기본예제 2

17

대표문제

자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값은 $\boxed{8}$이므로

최빈값은 $\boxed{8}$이다.

즉, 평균도 $\boxed{8}$이므로

$$\frac{5+9+10+x+8+8+8}{7}=8$$
$$48+x=56,\ x=8$$

∴ $\boxed{8}$

유사문제

자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값은 9이므로
최빈값은 9이다. … (+2점)
즉, 평균도 9이므로

$$\frac{9+10+11+x+8+7+5+9+9}{9}=9$$

$68+x=81,\ x=13$ … (+3점)

∴ 13

특별하게 연습하기 ▶p. 114

01

평균이 $\boxed{8}$시간이므로

$$\boxed{\frac{x+1+14+5+8+12+5+14}{8}=8,\ x+59=64,\ x=5}$$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{1,\ 5,\ 5,\ 5,\ 8,\ 12,\ 14,\ 14}$이므로 중앙값은

$\boxed{\frac{5+8}{2}=\frac{13}{2}=6.5}$(시간)이고, 최빈값은 $\boxed{5}$시간이다.

∴ 중앙값 : $\boxed{6.5}$시간, 최빈값 : $\boxed{5}$시간

01-1

평균이 14점이므로 $\frac{11+8+15+18+x+21}{6}=14$

$73+x=84,\ x=11$ … ❶

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 11, 11, 15, 18, 21이므로 중앙값은

$\frac{11+15}{2}=\frac{26}{2}=13$(점)이고, 최빈값은 11점이다. … ❷

∴ 중앙값 : 13점, 최빈값 : 11점

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 중앙값과 최빈값을 각각 바르게 구한다.	3

02

(i) 자료 '11, 15, a, 20, 9'의 중앙값이 a이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 $\boxed{9,\ 11,\ a,\ 15,\ 20}$

즉, 가능한 a의 값은 $\boxed{11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15}$이다.

(ii) 자료 'a, 11, 16, 8, 13'의 중앙값이 11이므로
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{8,\ a,\ 11,\ 13,\ 16 \text{ 또는 } a,\ 8,\ 11,\ 13,\ 16}$

즉, 가능한 a의 값은 $\boxed{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 11}$이다.

(i), (ii)에서 자연수 a의 값은 $\boxed{11}$이다.

∴ $\boxed{11}$

02-1

(i) 자료 '2, 3, 10, 6, a'의 중앙값이 a이므로
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 3, a, 6, 10
즉, 가능한 a의 값은 3, 4, 5, 6이다. … ❶
(ii) 자료 'a, 3, 1, 8, 5'의 중앙값이 3이므로
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, a, 3, 5, 8 또는 a, 1, 3, 5, 8
즉, 가능한 a의 값은 1, 2, 3이다. … ❷
(i), (ii)에서 자연수 a의 값은 3이다. … ❸
$\therefore$ 3

채점기준	배점
❶ 첫 번째 자료에서 가능한 a의 값을 모두 바르게 제시한다.	2
❷ 두 번째 자료에서 가능한 a의 값을 모두 바르게 제시한다.	2
❸ a의 값을 바르게 구한다.	1

03

이 자료의 중앙값은 $\boxed{6}$이므로 평균도 $\boxed{6}$이다. 즉,

$\boxed{\dfrac{3+5+6+8+x}{5}=6,\ 22+x=30,\ x=8}$

이때 가장 많이 나타나는 변량은 $\boxed{8}$이므로

최빈값은 $\boxed{8}$이다.

$\therefore$ $\boxed{8}$

03-1

이 자료의 중앙값은 $\dfrac{11+13}{2}=\dfrac{24}{2}=12$이므로 평균도 12이다.

즉, $\dfrac{8+10+11+13+15+x}{6}=12$에서 $57+x=72$, $x=15$ … ❶

이때 가장 많이 나타나는 변량은 15이므로
최빈값은 15이다. … ❷
$\therefore$ 15

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	3
❷ 최빈값을 바르게 구한다.	2

04

평균이 6이므로

$\boxed{\dfrac{3+8+a+6+7+b+9+4}{8}=6,\ a+b+37=48,\ a+b=11}$

이때 최빈값이 9이고 $a<b$이므로 $b=\boxed{9}$

따라서 $a=\boxed{11-9=2}$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$\boxed{2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 9}$이므로

중앙값은 $\boxed{\dfrac{6+7}{2}=\dfrac{13}{2}=6.5}$

$\therefore$ $\boxed{6.5}$

04-1

평균이 10이므로 $\dfrac{5+10+9+13+a+10+8+12+9+b}{10}=10$

$a+b+76=100$, $a+b=24$ … ❶
이때 최빈값이 9이고 $a<b$이므로 $a=9$
따라서 $b=24-9=15$ … ❷
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 12, 13, 15이므로
중앙값은 $\dfrac{9+10}{2}=\dfrac{19}{2}=9.5$ … ❸
$\therefore$ 9.5

채점기준	배점
❶ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	3
❸ 중앙값을 바르게 구한다.	2

20 산포도의 이해 ▶p. 116

교과서 기본예제 1

-6

교과서 기본예제 2

2

대표문제

(평균)$=\boxed{\dfrac{5+10+7+6+7}{5}=\dfrac{35}{5}=7}$(점)

즉, 각 변량에 대한 편차는

$\boxed{-2}$점, $\boxed{3}$점, $\boxed{0}$점, $\boxed{-1}$점, $\boxed{0}$점이므로

(분산)$=\boxed{\dfrac{(-2)^2+3^2+0^2+(-1)^2+0^2}{5}=\dfrac{14}{5}=2.8}$

$(\text{표준편차})=\boxed{\sqrt{2.8}}(\text{점})$

$\therefore$ 분산 : $\boxed{2.8}$, 표준편차 : $\boxed{\sqrt{2.8}}$점

유사문제

$(\text{평균})=\dfrac{8+15+12+9+6}{5}=\dfrac{50}{5}=10(^\circ\text{C})$ … (+2점)

즉, 각 변량에 대한 편차는 $-2\,^\circ\text{C}$, $5\,^\circ\text{C}$, $2\,^\circ\text{C}$, $-1\,^\circ\text{C}$, $-4\,^\circ\text{C}$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+5^2+2^2+(-1)^2+(-4)^2}{5}$

$=\dfrac{50}{5}=10$ … (+3점)

$(\text{표준편차})=\sqrt{10}(^\circ\text{C})$ … (+1점)

$\therefore$ 분산 : 10, 표준편차 : $\sqrt{10}\,^\circ\text{C}$

특별하게 연습하기

▶p. 118

01

편차의 총합은 $\boxed{0}$이므로

$$\boxed{\begin{array}{l} x+8+(-2)+3+2x=0,\ 3x+9=0 \\ 3x=-9,\ x=-3 \end{array}}$$

$\therefore$ $\boxed{-3}$

01-1

편차의 총합은 0이므로

$-3+x+(-1)+1+2+y+4=0$

$x+y+3=0$, $x+y=-3$

$\therefore$ -3

채점기준	배점
$x+y$의 값을 바르게 구한다.	4

02

학생 A의 편차를 a점으로 놓으면 편차의 총합은 $\boxed{0}$이므로

$$\boxed{\begin{array}{l} a+(-5)+1+2+(-6)=0 \\ a-8=0,\ a=8 \end{array}}$$

즉, 학생 A의 편차는 $\boxed{8}$점이다.

이때 5명의 수학 성적의 평균이 80점이고, 학생 A의 편차가 $\boxed{8}$점이므로 학생 A의 수학 성적은

$\boxed{80+8=88}(\text{점})$

$\therefore$ $\boxed{88}$점

02-1

은하의 편차를 a cm로 놓으면 편차의 총합은 0이므로

$2+5+a+(-4)+1+0=0$, $a+4=0$, $a=-4$

즉, 은하의 편차는 -4 cm이다. … ❶

이때 6명의 키의 평균이 164 cm이고,

은하의 편차가 -4 cm이므로

은하의 키는 $164-4=160(\text{cm})$ … ❷

$\therefore$ 160 cm

채점기준	배점
❶ 은하의 편차를 바르게 구한다.	2
❷ 은하의 키를 바르게 구한다.	3

03

$(\text{평균})=\boxed{\dfrac{2+4+6+8+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6}$

즉, 각 변량에 대한 편차는

$\boxed{-4}$, $\boxed{-2}$, $\boxed{0}$, $\boxed{2}$, $\boxed{4}$이므로

$(\text{분산})=\boxed{\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8}$

$\therefore$ $\boxed{8}$

03-1

$(\text{평균})=\dfrac{10+11+7+5+9+12}{6}=\dfrac{54}{6}=9$ … ❶

즉, 각 변량에 대한 편차는 1, 2, -2, -4, 0, 3이므로

$(\text{분산})=\dfrac{1^2+2^2+(-2)^2+(-4)^2+0^2+3^2}{6}=\dfrac{34}{6}=\dfrac{17}{3}$ … ❷

$\therefore$ $\dfrac{17}{3}$

채점기준	배점
❶ 평균을 바르게 구한다.	2
❷ 분산을 바르게 구한다.	3

04

(1) 편차의 총합은 $\boxed{0}$이므로

$$\boxed{x+2+(-2)+3+0=0,\ x+3=0,\ x=-3}$$

$\therefore$ $\boxed{-3}$

(2) $(\text{분산})=\boxed{\dfrac{(-3)^2+2^2+(-2)^2+3^2+0^2}{5}=\dfrac{26}{5}=5.2}$

$(\text{표준편차})=\boxed{\sqrt{5.2}}$ kg

$\therefore$ 분산 : $\boxed{5.2}$, 표준편차 : $\boxed{\sqrt{5.2}}$ kg

04-1

(1) 편차의 총합은 0이므로

$3+(-1)+2+x+0+1+(-3)=0$

$x+2=0$, $x=-2$ … ❶

$\therefore$ -2

(2) $(\text{분산})=\dfrac{3^2+(-1)^2+2^2+(-2)^2+0^2+1^2+(-3)^2}{7}$

$=\dfrac{28}{7}=4$ … ❷

$(\text{표준편차})=\sqrt{4}=2(\text{개})$ … ❸

$\therefore$ 분산 : 4, 표준편차 : 2개

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 분산을 바르게 구한다.	3
❸ 표준편차를 바르게 구한다.	1

21 산포도의 비교와 분석

▶p. 120

교과서 기본예제 1

A, C, B, D

대표문제

$(\text{A조의 평균})=\boxed{\dfrac{30+40+50+60+70}{5}=\dfrac{250}{5}=50}(\text{점})$

$(\text{B조의 평균})=\boxed{\dfrac{20+30+50+70+80}{5}=\dfrac{250}{5}=50}(\text{점})$

A조의 편차는 $\boxed{-20\text{점},\ -10\text{점},\ 0\text{점},\ 10\text{점},\ 20\text{점}}$이므로

$(\text{분산})=\boxed{\dfrac{(-20)^2+(-10)^2+0^2+10^2+20^2}{5}=\dfrac{1000}{5}=200}$

B조의 편차는 $\boxed{-30\text{점},\ -20\text{점},\ 0\text{점},\ 20\text{점},\ 30\text{점}}$이므로

$(\text{분산})=\boxed{\dfrac{(-30)^2+(-20)^2+0^2+20^2+30^2}{5}=\dfrac{2600}{5}=520}$

즉, A조의 표준편차는 $\boxed{\sqrt{200}=10\sqrt{2}}$(점),

B조의 표준편차는 $\boxed{\sqrt{520}=2\sqrt{130}}$(점)이므로

$\boxed{\text{A}}$조가 성적이 더 고르다.

$\therefore$ A조 : $\boxed{10\sqrt{2}}$점, B조 : $\boxed{2\sqrt{130}}$점, $\boxed{\text{A}}$조

유사문제

$(\text{진희의 평균})=\dfrac{5+10+8+7+10}{5}=\dfrac{40}{5}=8(\text{점})$

$(\text{경수의 평균})=\dfrac{7+8+7+10+8}{5}=\dfrac{40}{5}=8(\text{점})$ …(+2점)

진희의 편차는 -3점, 2점, 0점, -1점, 2점이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+2^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\dfrac{18}{5}=3.6$

경수의 편차는 -1점, 0점, -1점, 2점, 0점이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-1)^2+0^2+(-1)^2+2^2+0^2}{5}=\dfrac{6}{5}=1.2$ … (+4점)

즉, 진희의 표준편차는 $\sqrt{3.6}$점, 경수의 표준편차는 $\sqrt{1.2}$점이므로

경수의 점수가 더 고르다. … (+2점)

$\therefore$ 진희 : $\sqrt{3.6}$점, 경수 : $\sqrt{1.2}$점, 경수

특별하게 연습하기

▶p. 122

01

표준편차가 $\boxed{\text{작을수록}}$ 성적이 고르게 분포되어 있는 것이므로 성적이 가장 고르게 분포된 반은 표준편차가 가장 $\boxed{\text{작은}}$ 반인 $\boxed{1}$반이다.

$\therefore$ $\boxed{1}$반

01-1

표준편차가 작을수록 득점이 고르게 분포되어 있는 것이므로 득점이 가장 고르게 분포된 농구 선수는 표준편차가 가장 작은 농구 선수인 태섭이다.

$\therefore$ 태섭

채점기준	배점
득점이 가장 고르게 분포된 농구 선수를 바르게 찾는다.	4

02

(1) 영희 : $\boxed{\dfrac{7\times3+8\times4+9\times3}{3+4+3}=\dfrac{80}{10}=8}$ (점)

나은 : $\boxed{\dfrac{6\times2+7\times2+8\times2+9\times2+10\times2}{2+2+2+2+2}=\dfrac{80}{10}=8}$ (점)

세영 : $\boxed{\dfrac{6\times3+7+8\times2+9+10\times3}{3+1+2+1+3}=\dfrac{80}{10}=8}$ (점)

∴ 영희 : $\boxed{8}$점, 나은 : $\boxed{8}$점, 세영 : $\boxed{8}$점

(2) 평균이 $\boxed{8}$점으로 모두 같으므로 변량이 $\boxed{8}$점 주위에 몰려 있는 학생부터 차례대로 나열하면 $\boxed{\text{영희}}$, $\boxed{\text{나은}}$, $\boxed{\text{세영}}$이다.

∴ $\boxed{\text{영희}}$, $\boxed{\text{나은}}$, $\boxed{\text{세영}}$

02-1

(1) A : $\dfrac{3\times2+4\times2+5\times2+6\times2+7\times2}{2+2+2+2+2}=\dfrac{50}{10}=5$(시간)

B : $\dfrac{3\times3+4+5\times2+6+7\times3}{3+1+2+1+3}=\dfrac{50}{10}=5$(시간)

C : $\dfrac{3+4\times2+5\times4+6\times2+7}{1+2+4+2+1}=\dfrac{50}{10}=5$(시간) … ❶

∴ A : 5시간, B : 5시간, C : 5시간

(2) 평균이 5시간으로 모두 같으므로 변량이 5시간 주위에 몰려 있는 분단부터 차례대로 나열하면 C, A, B이다. … ❷

∴ C, A, B

채점기준	배점
❶ 세 분단의 TV 시청 시간의 평균을 각각 바르게 구한다.	3
❷ 산포도가 작은 분단부터 차례대로 바르게 나열한다.	3

03

A반과 B반 모두 평균이 $\boxed{74}$점이므로

두 반 전체 학생들의 국어 성적의 평균은 $\boxed{74}$점이다.

또, 두 반 전체 학생들의 국어 성적의 분산은

$\boxed{\dfrac{20\times80+30\times90}{20+30}=\dfrac{4300}{50}=86}$

∴ 평균 : $\boxed{74}$점, 분산 : $\boxed{86}$

03-1

1반과 2반 모두 평균이 65점이므로
두 반 전체 학생들의 영어 성적의 평균은 65점이다. … ❶
또, 두 반 전체 학생들의 영어 성적의 분산은

$\dfrac{10\times10+20\times25}{10+20}=\dfrac{600}{30}=20$ … ❷

∴ 평균 : 65점, 분산 : 20

채점기준	배점
❶ 두 반 전체 학생들의 영어 성적의 평균을 바르게 구한다.	2
❷ 두 반 전체 학생들의 영어 성적의 분산을 바르게 구한다.	3

04

남학생과 여학생의 체육 수행평가 점수의 표준편차가 각각 3점, 2점이므로 분산은 각각 $\boxed{3^2=9}$, $\boxed{2^2=4}$이다.

이때 남학생과 여학생의 체육 수행평가 점수의 평균이 같으므로 전체 학생들의 체육 수행평가 점수의 분산은

$\boxed{\dfrac{6\times9+4\times4}{6+4}=\dfrac{70}{10}=7}$

즉, 전체 학생들의 체육 수행평가 점수의 표준편차는 $\boxed{\sqrt{7}}$점이다.

∴ $\boxed{\sqrt{7}}$점

04-1

남학생과 여학생의 음악 점수의 표준편차가 각각 2점, $\sqrt{3}$점이므로 분산은 각각 $2^2=4$, $(\sqrt{3})^2=3$이다. … ❶
이때 남학생과 여학생의 음악 점수의 평균이 같으므로 전체 학생들의 음악 점수의 분산은

$\dfrac{12\times4+8\times3}{12+8}=\dfrac{72}{20}=3.6$ … ❷

즉, 전체 학생들의 음악 점수의 표준편차는 $\sqrt{3.6}$점이다. … ❸
∴ $\sqrt{3.6}$점

채점기준	배점
❶ 남학생과 여학생의 음악 점수의 분산을 각각 바르게 구한다.	2
❷ 전체 학생들의 음악 점수의 분산을 바르게 구한다.	3
❸ 전체 학생들의 음악 점수의 표준편차를 바르게 구한다.	1

22 평균, 분산, 표준편차의 응용 ▶p. 124

교과서 기본예제 1

165

교과서 기본예제 2

10

대표문제

평균이 4이므로

$$\boxed{\frac{1+2+4+x+y}{5}=4,\ 7+x+y=20,\ x+y=13}$$

또, 표준편차가 2이므로 분산은 $\boxed{2^2=4}$ 이다. 즉,

$$\frac{(1-4)^2+(2-4)^2+(4-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{5}=4$$

$$9+4+x^2-8x+16+y^2-8y+16=20$$

$$x^2+y^2-8(x+y)+45=20,\ x^2+y^2-104+45=20$$

$$x^2+y^2=79$$

$\therefore$ $\boxed{79}$

유사문제

평균이 8이므로 $\dfrac{10+6+x+5+y+8}{6}=8$

$29+x+y=48,\ x+y=19$ … (+2점)

또, 표준편차가 $\sqrt{3}$이므로 분산은 $(\sqrt{3})^2=3$이다.

즉,

$$\frac{(10-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(5-8)^2+(y-8)^2+(8-8)^2}{6}=3$$

$4+4+x^2-16x+64+9+y^2-16y+64=18$

$x^2+y^2-16(x+y)+145=18,\ x^2+y^2-304+145=18$

$x^2+y^2=177$ … (+5점)

$\therefore$ 177

특별하게 연습하기

▶p. 126

01

표준편차가 $\sqrt{10}$이므로 분산은 $\boxed{(\sqrt{10})^2=10}$ 이다.

즉,

$$\frac{(-1)^2+a^2+2^2+b^2+5^2}{5}=10,\ 1+a^2+4+b^2+25=50$$

$$a^2+b^2+30=50,\ a^2+b^2=20$$

$\therefore$ $\boxed{20}$

01-1

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 분산은 $(\sqrt{6})^2=6$이다. … ❶

즉, $\dfrac{2^2+a^2+(-3)^2+b^2+(-1)^2}{5}=6$

$4+a^2+9+b^2+1=30,\ a^2+b^2+14=30$

$a^2+b^2=16$ … ❷

$\therefore$ 16

채점기준	배점
❶ 분산을 바르게 구한다.	2
❷ a^2+b^2의 값을 바르게 구한다.	3

02

평균이 12이므로

$$\boxed{\frac{10+12+14+x+y}{5}=12,\ 36+x+y=60,\ x+y=24}$$

또, 분산이 4이므로

$$\frac{(10-12)^2+(12-12)^2+(14-12)^2+(x-12)^2+(y-12)^2}{5}=4$$

$$4+4+x^2-24x+144+y^2-24y+144=20$$

$$x^2+y^2-24(x+y)+296=20,\ x^2+y^2-576+296=20$$

$$x^2+y^2=300$$

$\therefore$ $\boxed{300}$

02-1

평균이 8이므로 $\dfrac{5+7+10+x+y}{5}=8$

$22+x+y=40,\ x+y=18$ … ❶

또, 분산이 3.6이므로

$\dfrac{(5-8)^2+(7-8)^2+(10-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}=3.6$

$9+1+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64=18$

$x^2+y^2-16(x+y)+142=18$

$x^2+y^2-288+142=18,\ x^2+y^2=164$ … ❷

$\therefore$ 164

채점기준	배점
❶ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ x^2+y^2의 값을 바르게 구한다.	4

03

$a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 5이므로 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=\boxed{5}$

또, 분산이 2이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=\boxed{2}$

즉, 변량 $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$에 대하여

$(\text{평균})=\boxed{\dfrac{3a+3b+3c+3d}{4}=\dfrac{3(a+b+c+d)}{4}=3\times5=15}$

$(\text{분산})=\boxed{\begin{aligned}&\dfrac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2}{4}\\&=\dfrac{3^2\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}\\&=9\times2=18\end{aligned}}$

$\therefore$ 평균 : $\boxed{15}$, 분산 : $\boxed{18}$

03-1

변량 a, b, c, d, e의 평균이 10이므로 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=10$

또, 분산이 5이므로

$$\dfrac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2}{5}=5$$

… ❶

즉, 변량 $4a$, $4b$, $4c$, $4d$, $4e$에 대하여

$(\text{평균})=\dfrac{4a+4b+4c+4d+4e}{5}=\dfrac{4(a+b+c+d+e)}{5}$

$=4\times10=40$ … ❷

(분산)

$=\dfrac{(4a-40)^2+(4b-40)^2+(4c-40)^2+(4d-40)^2+(4e-40)^2}{5}$

$=\dfrac{4^2\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2\}}{5}$

$=16\times5=80$ … ❸

$\therefore$ 평균 : 40, 분산 : 80

채점기준	배점
❶ a, b, c, d, e의 평균과 분산에 대한 식을 각각 바르게 세운다.	2
❷ $4a$, $4b$, $4c$, $4d$, $4e$의 평균을 바르게 구한다.	2
❸ $4a$, $4b$, $4c$, $4d$, $4e$의 분산을 바르게 구한다.	3

04

실제 자료를 a, b, 4, 7, 잘못 본 자료를 a, b, 3, 8로 놓자.

이때 두 자료의 변량의 총합은 $\boxed{\text{같으므로}}$

평균은 변화가 없다. 즉, 실제 자료의 평균은 $\boxed{6}$이다.

잘못 본 자료의 분산이 10이므로

$\boxed{\begin{aligned}&\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(3-6)^2+(8-6)^2}{4}=10\\&(a-6)^2+(b-6)^2+9+4=40,\ (a-6)^2+(b-6)^2=27\end{aligned}}$

따라서 실제 자료의 분산은

$\boxed{\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(4-6)^2+(7-6)^2}{4}=\dfrac{27+4+1}{4}=8}$

$\therefore$ $\boxed{8}$

04-1

실제 자료를 a, b, 7, 3, 잘못 본 자료를 a, b, 4, 6으로 놓자.

이때 두 자료의 변량의 총합은 같으므로 평균은 변화가 없다.

즉, 실제 자료의 평균은 3이다. … ❶

잘못 본 자료의 분산이 26이므로

$$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(4-3)^2+(6-3)^2}{4}=26$$

$(a-3)^2+(b-3)^2+1+9=104$, $(a-3)^2+(b-3)^2=94$ … ❷

따라서 실제 자료의 분산은

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(7-3)^2+(3-3)^2}{4}=\dfrac{94+16}{4}=27.5$ … ❸

$\therefore$ 27.5

채점기준	배점
❶ 실제 자료의 평균을 바르게 구한다.	2
❷ 잘못 본 자료의 분산을 이용하여 등식을 바르게 제시한다.	2
❸ 실제 자료의 분산을 바르게 구한다.	2

자신있게 쫑내기

▶p. 128

01

$\dfrac{x+y+z}{3}=15$이므로 $x+y+z=45$ … ❶

즉, 4개의 변량 10, $2x-7$, $2y+3$, $2z$의 평균은

$\dfrac{10+2x-7+2y+3+2z}{4}=\dfrac{2(x+y+z)+6}{4}$

$=\dfrac{96}{4}=24$ … ❷

$\therefore$ 24

채점기준	배점
❶ $x+y+z$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 10, $2x-7$, $2y+3$, $2z$의 평균을 바르게 구한다.	3

02

학생들은 모두 $2+3+6+7+2+2=22$(명)이므로

중앙값은 11등과 12등의 성적의 평균과 같다.

즉, $\dfrac{68+70}{2}=\dfrac{138}{2}=69$(점) … ❶

또, 가장 많이 나타나는 변량은 72점이므로

최빈값은 72점이다. … ❷

$\therefore$ 중앙값 : 69점, 최빈값 : 72점

채점기준	배점
❶ 중앙값을 바르게 구한다.	3
❷ 최빈값을 바르게 구한다.	2

03

(1) 자료의 변량이 숫자가 아닌 영화의 종류로 제시되어 있으므로 최빈값을 대푯값으로 사용하기에 적절하다. … ❶

∴ 최빈값

(2) 대푯값인 최빈값은 학생 수가 가장 많은 액션이다. … ❷

∴ 액션

채점기준	배점
❶ 대푯값으로 적절한 것을 바르게 제시한다.	3
❷ 대푯값을 바르게 구한다.	2

04

$(\text{평균})=\dfrac{0\times2+1\times3+2\times6+3\times3+4\times2+5\times2+6+7}{10}$

$=\dfrac{55}{20}=2.75(\text{개})$ … ❶

변량을 작은 값부터 크기순으로 나타내면

0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2,

2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7

이므로 중앙값은 $\dfrac{2+2}{2}=2(\text{개})$ … ❷

가장 많이 나타나는 변량은 2개이므로

최빈값은 2개이다. … ❸

∴ 평균 : 2.75개, 중앙값 : 2개, 최빈값 : 2개

채점기준	배점
❶ 평균을 바르게 구한다.	2
❷ 중앙값을 바르게 구한다.	3
❸ 최빈값을 바르게 구한다.	1

05

자료 A의 중앙값이 15이고 $a<b$이므로 $a=15$ … ❶

두 자료를 섞은 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 10, 11, 14, 15, 15, b, $b+1$, 21, 22, 22 … ❷

이때 중앙값은 $\dfrac{15+b}{2}=17$에서 $15+b=34$, $b=19$ … ❸

∴ $a=15$, $b=19$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 두 자료를 섞은 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 바르게 나열한다.	3
❸ b의 값을 바르게 구한다.	2

06

평균이 6이므로 $\dfrac{4+a+5+9+b+7+5}{7}=6$

$30+a+b=42$, $a+b=12$ … ❶

따라서 $a+b=12$, $a-b=2$이므로 연립방정식

$\begin{cases} a+b=12 & \cdots ① \\ a-b=2 & \cdots ② \end{cases}$에서 ①+②를 하면 $2a=14$, $a=7$

$a=7$을 ②에 대입하면 $7-b=2$, $b=5$ … ❷

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 5, 5, 7, 7, 9

이므로 중앙값은 5이고, 최빈값도 5이다. … ❸

∴ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

채점기준	배점
❶ $a+b$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구한다.	2
❸ 중앙값과 최빈값을 각각 바르게 구한다.	2

07

자료의 변량 중에서 x를 제외한 모든 변량이 한 번씩만 나타나고 최빈값이 1개이므로 x의 값이 최빈값이 된다. … ❶

즉, 평균이 x이므로

$\dfrac{18+10+20+9+x+14+13}{7}=x$

$84+x=7x$, $-6x=-84$, $x=14$ … ❷

∴ 14

채점기준	배점
❶ x의 값이 최빈값임을 바르게 제시한다.	3
❷ x의 값을 바르게 구한다.	3

08

(1) 편차의 총합은 0이므로

$4+(-1)+(-4)+2x+(-x-1)=0$

$x-2=0$, $x=2$ … ❶

∴ 2

(2) 학생 5명의 운동 시간은 차례대로

164분, 159분, 156분, 164분, 157분 … ❷

즉, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

156분, 157분, 159분, 164분, 164분

이므로 중앙값은 159분이고, 최빈값은 164분이다. … ❸

∴ 중앙값 : 159분, 최빈값 : 164분

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 학생 5명의 운동 시간을 각각 바르게 제시한다.	2
❸ 중앙값과 최빈값을 각각 바르게 구한다.	2

09

편차의 총합은 0이므로

$3+(-1)+2+(-5)+x+2=0$

$x+1=0,\ x=-1$ … ❶

이때 $(\text{분산})=\dfrac{3^2+(-1)^2+2^2+(-5)^2+(-1)^2+2^2}{6}$

$=\dfrac{44}{6}=\dfrac{22}{3}$이므로

$(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{22}{3}}$ … ❷

$\therefore \sqrt{\dfrac{22}{3}}$

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 표준편차를 바르게 구한다.	3

10

평균이 14이므로 $\dfrac{12+15+14+x+11}{5}=14$

$52+x=70,\ x=18$ … ❶

즉, 각 변량에 대한 편차는 $-2,\ 1,\ 0,\ 4,\ -3$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+1^2+0^2+4^2+(-3)^2}{5}=\dfrac{30}{5}=6$ … ❷

$(\text{표준편차})=\sqrt{6}$ … ❸

∴ 분산 : 6, 표준편차 : $\sqrt{6}$

채점기준	배점
❶ x의 값을 바르게 구한다.	2
❷ 분산을 바르게 구한다.	3
❸ 표준편차를 바르게 구한다.	1

11

$(\text{평균})=\dfrac{10-a+10+10+a}{3}=\dfrac{30}{3}=10$ … ❶

즉, 각 변량에 대한 편차는 $-a,\ 0,\ a$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=\dfrac{2}{3}a^2$

또, 분산은 $(2\sqrt{6})^2=24$이므로

$\dfrac{2}{3}a^2=24,\ a^2=36,\ a=6\ (\because a\text{는 양수})$ … ❷

$\therefore 6$

채점기준	배점
❶ 평균을 바르게 구한다.	2
❷ 양수 a의 값을 바르게 구한다.	3

12

A조와 B조의 수학 수행평가 성적의 표준편차가 각각 a점, 3점이므로 분산은 각각 a^2, $3^2=9$이다. … ❶

또, 전체 20명의 수학 수행평가 성적의 표준편차가 $\sqrt{6}$점이므로 분산은 $(\sqrt{6})^2=6$이다. … ❷

이때 A조와 B조의 수학 수행평가 성적의 평균이 같으므로

$\dfrac{12\times a^2+8\times 9}{12+8}=6,\ \dfrac{12a^2+72}{20}=6$

$12a^2+72=120,\ 12a^2=48,\ a^2=4,\ a=\pm 2$

이때 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이므로 $a=2$ … ❸

$\therefore 2$

채점기준	배점
❶ A조, B조의 수학 수행평가 성적의 분산을 각각 바르게 구한다.	2
❷ 전체 20명의 수학 수행평가 성적의 분산을 바르게 구한다.	1
❸ a의 값을 바르게 구한다.	3

13

평균이 4이므로 $\dfrac{1+x+2+4+y+5}{6}=4$

$12+x+y=24,\ x+y=12$ … ❶

또, 표준편차가 2이므로 분산은 $2^2=4$이다. 즉,

$\dfrac{(1-4)^2+(x-4)^2+(2-4)^2+(4-4)^2+(y-4)^2+(5-4)^2}{6}=4$

$9+x^2-8x+16+4+y^2-8y+16+1=24$

$x^2+y^2-8(x+y)+46=24,\ x^2+y^2-96+46=24$

$x^2+y^2=74$ … ❷

$\therefore 74$

채점기준	배점
❶ $x+y$의 값을 바르게 구한다.	2
❷ x^2+y^2의 값을 바르게 구한다.	5

14

변량 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 5이므로 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$

또, 분산이 1이므로 $\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=1$

… ❶

즉, 변량 $2a-3,\ 2b-3,\ 2c-3,\ 2d-3$에 대하여

$(\text{평균})=\dfrac{2a-3+2b-3+2c-3+2d-3}{4}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d)-12}{4}=2\times 5-3=7$ … ❷

$(\text{분산})=\dfrac{(2a-3-7)^2+(2b-3-7)^2+(2c-3-7)^2+(2d-3-7)^2}{4}$

$=\dfrac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$

$=\dfrac{2^2\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$

$=4\times 1=4$ … ❸

∴ 평균 : 7, 분산 : 4

채점기준	배점
❶ a, b, c, d의 평균과 분산에 대한 식을 각각 바르게 세운다.	2
❷ $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$의 평균을 바르게 구한다.	2
❸ $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$의 분산을 바르게 구한다.	4

15

(1) A 펀드 : $\dfrac{8+10+9+7+13+13}{6}=\dfrac{60}{6}=10(\%)$

B 펀드 : $\dfrac{9+9+10+12+11+9}{6}=\dfrac{60}{6}=10(\%)$ … ❶

$\therefore$ A 펀드 : 10 %, B 펀드 : 10 %

(2) A 펀드의 편차는 $-2\,\%$, $0\,\%$, $-1\,\%$, $-3\,\%$, $3\,\%$, $3\,\%$이므로

분산은 $\dfrac{(-2)^2+0^2+(-1)^2+(-3)^2+3^2+3^2}{6}=\dfrac{32}{6}=\dfrac{16}{3}$

즉, A 펀드의 표준편차는 $\sqrt{\dfrac{16}{3}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\%)$

또, B 펀드의 편차는 $-1\,\%$, $-1\,\%$, $0\,\%$, $2\,\%$, $1\,\%$, $-1\,\%$이므로 분산은 $\dfrac{(-1)^2+(-1)^2+0^2+2^2+1^2+(-1)^2}{6}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

즉, B 펀드의 표준편차는 $\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(\%)$ … ❷

$\therefore$ A 펀드 : $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\,\%$, B 펀드 : $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,\%$

(3) 위험 부담이 적은 펀드는 상대적으로 수익률이 고른 펀드이다. 즉, 산포도가 작은 펀드에 가입해야 하므로 B 펀드에 가입해야 위험 부담이 적다. … ❸

$\therefore$ B 펀드

채점기준	배점
❶ A, B 두 펀드의 수익률의 평균을 각각 바르게 구한다.	2
❷ A, B 두 펀드의 수익률의 표준편차를 각각 바르게 구한다.	4
❸ A, B 두 펀드 중 어떤 펀드에 가입해야 하는지 구하고, 그 이유를 바르게 설명한다.	2

02 상관관계

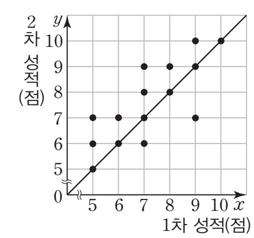
23 산점도의 이해

▶p. 134

교과서 기본예제 1

(1) 6명 (2) 6명

대표문제



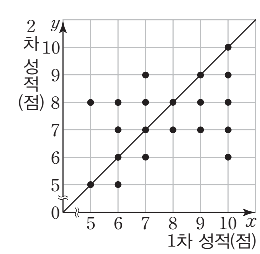
그림과 같이 대각선을 그으면 1차 수행평가 성적보다 2차 수행평가의 성적이 향상된 학생 수는 대각선의 $\boxed{\text{위}}$쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 $\boxed{7}$명이다.

즉, 이 학생들의 2차 수행평가 성적의 평균은

$$\boxed{\dfrac{6+7\times2+8+9\times2+10}{7}=\dfrac{56}{7}=8}(\text{점})$$

$\therefore$ $\boxed{8}$점

유사문제



그림과 같이 대각선을 그으면 1차 수행평가 성적보다 2차 수행평가 성적이 떨어진 학생 수는 대각선의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 9명이다. … (+3점)

즉, 이 학생들의 2차 성적의 평균은

$\dfrac{5+6\times2+7\times3+8\times2+9}{9}=\dfrac{63}{9}$

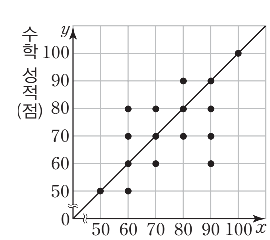
$=7(\text{점})$ … (+2점)

$\therefore$ 7점

특별하게 연습하기

▶p. 136

01



그림과 같이 대각선을 그으면 국어 성적보다 수학 성적이 높은 학생 수는 대각선의 $\boxed{\text{위}}$쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 모두 $\boxed{4}$명이다.

즉, 국어 성적보다 수학 성적이 높은 학생은 전체의

$\boxed{\frac{4}{16}\times 100=25}$ (%)

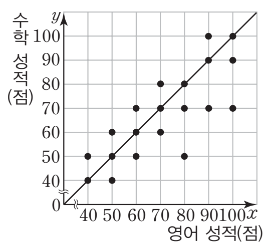
∴ $\boxed{25}$ %

01-1

그림과 같이 대각선을 그으면 수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생 수는 대각선의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 8명이다. … ❶

즉, 수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생은 전체의 $\frac{8}{20}\times 100=40(\%)$ … ❷

∴ 40 %

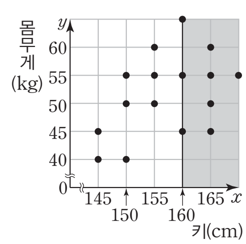


채점기준	배점
❶ 수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생 수를 바르게 구한다.	3
❷ 수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생은 전체의 몇 %인지 바르게 구한다.	2

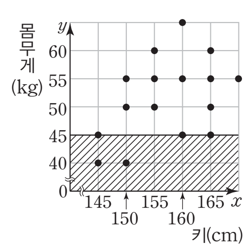
02

(1) 그림과 같이 선을 그으면 키가 160 cm 이상인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 $\boxed{8}$ 명이다.

∴ $\boxed{8}$ 명



(2) 그림과 같이 선을 그으면 몸무게가 45 kg 이하인 학생 수는 빗금친 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 $\boxed{5}$ 명이다. 즉, 몸무게가 45 kg 이하인 학생들의 키의 평균은



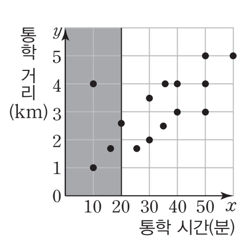
$\boxed{\frac{145\times 2+150+160+165}{5}=\frac{765}{5}=153}$ (cm)

∴ $\boxed{153}$ cm

02-1

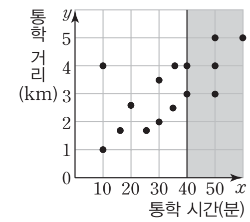
(1) 그림과 같이 선을 그으면 통학 시간이 20분 미만인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 제외)에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

∴ 3명 … ❶



(2) 그림과 같이 선을 그으면 통학 시간이 40분 이상인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다. … ❷

즉, 통학 시간이 40분 이상인 학생들의 통학 거리의 평균은



$$\frac{3\times 2+4\times 2+5\times 2}{6}=\frac{24}{6}=4(\text{km})$$ … ❸

∴ 4 km

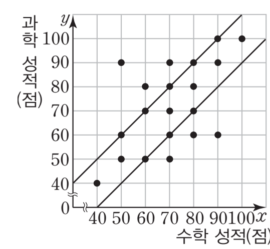
채점기준	배점
❶ 통학 시간이 20분 미만인 학생 수를 바르게 구한다.	2
❷ 통학 시간이 40분 이상인 학생 수를 바르게 구한다.	2
❸ 통학 시간이 40분 이상인 학생들의 통학 거리의 평균을 바르게 구한다.	2

03

점이 모두 $\boxed{20}$ 개이므로 전체 학생 수는 $\boxed{20}$ 명이다.

그림과 같이 두 직선을 그으면 수학 성적과 과학 성적의 차가 10점인 학생 수는 두 직선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 $\boxed{8}$ 명이다.

∴ $\boxed{20}$ 명, $\boxed{8}$ 명



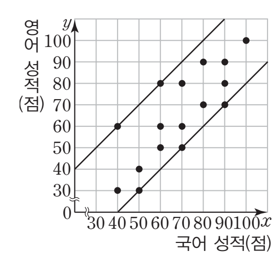
03-1

점이 모두 16개이므로 전체 학생 수는 16명이다. … ❶

그림과 같이 두 직선을 그으면 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점인 학생 수는 두 직선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 5명이다. … ❷

즉, 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점인 학생은 전체의 $\frac{5}{16}\times 100=31.25(\%)$ … ❸

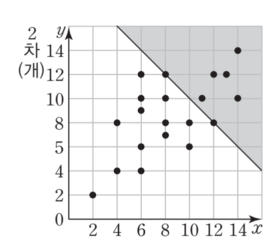
∴ 31.25 %



채점기준	배점
❶ 전체 학생 수를 바르게 구한다.	1
❷ 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점인 학생 수를 바르게 구한다.	3
❸ 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점인 학생은 전체의 몇 %인지 바르게 구한다.	2

04

그림과 같이 직선을 그으면 1차, 2차에 성공한 제기차기 개수의 합이 20개 이상인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 $\boxed{7}$ 명이다.



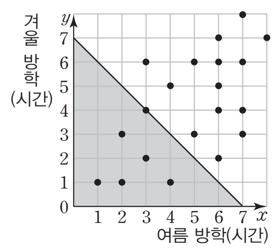
즉, 1차, 2차에 성공한 제기차기 개수의 합이 20개 이상인

학생은 전체의 $\boxed{\frac{7}{20}\times100=35}$ (%)

∴ $\boxed{35}$ %

04-1

그림과 같이 직선을 그으면 여름 방학과 겨울 방학을 합쳐 봉사 활동을 7시간보다 적게 한 학생 수는 색칠한 부분(경계선 제외)에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다. … ❶



즉, 여름 방학과 겨울 방학을 합쳐 봉사활동을 7시간보다 적게 한 학생은 전체의 $\frac{5}{20}\times100=25$(%) … ❷

∴ 25 %

채점기준	배점
❶ 봉사 활동을 7시간보다 적게 한 학생 수를 바르게 구한다.	3
❷ 봉사 활동을 7시간보다 적게 한 학생은 전체의 몇 %인지 바르게 구한다.	2

24 상관관계의 이해

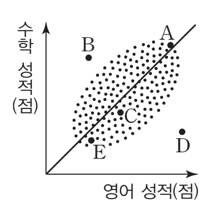
▶p. 138

교과서 기본예제 1

(1) (다) (2) (나)

대표문제

(1) 그림과 같이 대각선을 그으면 수학 성적에 비해 영어 성적이 가장 좋은 학생은 대각선의 $\boxed{\text{아래}}$쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 $\boxed{D}$이다.



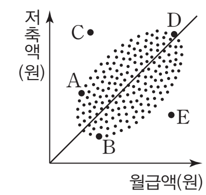
∴ $\boxed{D}$

(2) 영어 성적에 비해 수학 성적이 가장 좋은 학생은 대각선의 $\boxed{\text{위}}$쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 $\boxed{B}$이다.

∴ $\boxed{B}$

유사문제

(1) 그림과 같이 대각선을 그으면 월급에 비해 저축을 가장 많이 하는 사람은 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 C이다. … (+3점)



∴ C

(2) 월급에 비해 저축을 가장 적게 하는 사람은 대각선의 아래쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 E이다. … (+3점)

∴ E

특별하게 연습하기

▶p. 140

01

1차와 2차에서 얻은 점수 사이에는

$\boxed{\text{양의 상관관계}}$가 있다.

그 이유는 1차에서 얻은 점수가 높아질수록

2차에서 얻은 점수도 대체로 $\boxed{\text{높아지기}}$ 때문이다.

01-1

인터넷 사용 시간과 독서 시간 사이에는
음의 상관관계가 있다. … ❶
그 이유는 인터넷 사용 시간이 길어질수록
독서 시간이 대체로 짧아지기 때문이다. … ❷

채점기준	배점
❶ 인터넷 사용 시간과 독서 시간 사이의 상관관계를 바르게 제시한다.	2
❷ 상관관계를 제시한 이유를 바르게 설명한다.	3

02

(1) 양의 상관관계는 한쪽이 증가할 때 다른 한쪽도 대체로

$\boxed{\text{증가}}$하므로 $\boxed{ㄱ}$, $\boxed{ㄷ}$이다.

∴ $\boxed{ㄱ}$, $\boxed{ㄷ}$

(2) 음의 상관관계는 한쪽이 증가할 때 다른 한쪽은 대체로

$\boxed{\text{감소}}$하므로 $\boxed{ㄴ}$, $\boxed{ㄹ}$이다.

∴ $\boxed{ㄴ}$, $\boxed{ㄹ}$

02-1

(1) 양의 상관관계는 한쪽이 증가할 때 다른 한쪽도 대체로 증가하므로 ㄷ이다. … ❶

∴ ㄷ

(2) 음의 상관관계는 한쪽이 증가할 때 다른 한쪽은 대체로 감소하므로 ㄴ, ㄹ이다. … ❷

∴ ㄴ, ㄹ

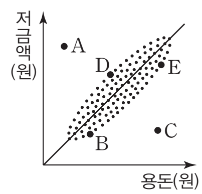
채점기준	배점
❶ 양의 상관관계가 있는 것만을 있는 대로 바르게 고른다.	2
❷ 음의 상관관계가 있는 것만을 있는 대로 바르게 고른다.	2

03

(1) 용돈이 많아질수록 저금액도 대체로 많아 지므로 양의 상관관계 가 있다.

∴ 양의 상관관계

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 용돈에 비해 저금을 가장 많이 하는 학생은 대각선의 위 쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 A 이다.



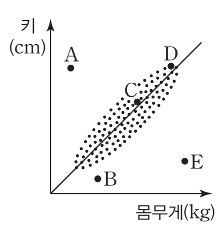
∴ A

03-1

(1) 몸무게가 증가할수록 키도 대체로 커지므로 양의 상관관계가 있다. … ❶

∴ 양의 상관관계

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 몸무게에 비해 키가 가장 작은 학생은 대각선의 아래쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 E이다. … ❷



∴ E

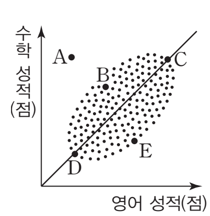
채점기준	배점
❶ 키와 몸무게의 상관관계를 제시하고, 그 이유를 바르게 설명한다.	2
❷ 몸무게에 비해 키가 가장 작은 학생을 바르게 제시한다.	3

04

(1) 영어 성적이 높아질수록 수학 성적도 대체로 높아 지므로 양의 상관관계 가 있다.

∴ 양의 상관관계

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 두 과목의 성적 차이가 가장 큰 학생은 대각선에서 가장 멀리 떨어진 A 이다.



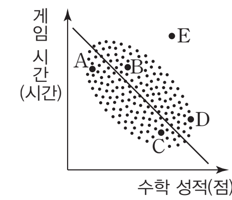
∴ A

04-1

(1) 수학 성적이 높아질수록 게임 시간은 대체로 짧아지므로 음의 상관관계가 있다. … ❶

∴ 음의 상관관계

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 게임 시간이 많으면서 수학 성적도 좋은 학생은 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 E이다. … ❷



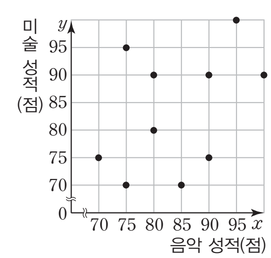
∴ E

채점기준	배점
❶ 수학 성적과 게임 시간의 상관관계를 제시하고, 그 이유를 바르게 설명한다.	2
❷ 게임 시간이 많으면서 수학 성적도 좋은 학생을 바르게 제시한다.	3

자신있게 쫑내기

▶p. 142

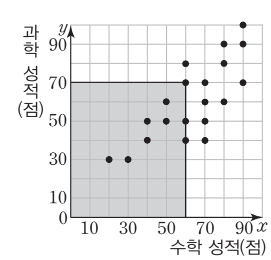
01



채점기준	배점
음악 성적과 미술 성적 사이의 관계를 나타낸 산점도를 바르게 그린다.	4

02

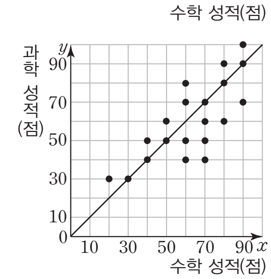
(1) 그림과 같이 직사각형을 그리면 수학 성적이 60점 이하이고, 과학 성적이 70점 이하인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 9명이다. … ❶



∴ 9명

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 과학 성적이 수학 성적보다 우수한 학생 수는 대각선보다 위에 있는 점의 개수와 같으므로 7명이다. … ❷

즉, 과학 성적이 수학 성적보다 우수한 학생의 상대도수는 $\frac{7}{20}=0.35$ … ❸



∴ 0.35

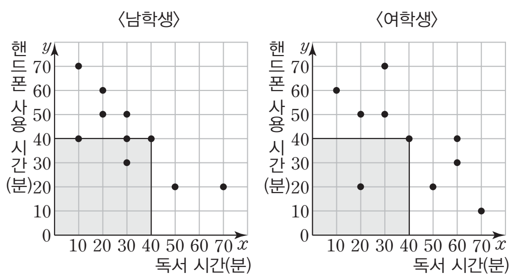
채점기준	배점
❶ 수학 성적이 60점 이하이고, 과학 성적이 70점 이하인 학생 수를 바르게 구한다.	2
❷ 과학 성적이 수학 성적보다 우수한 학생 수를 바르게 구한다.	2
❸ 과학 성적이 수학 성적보다 우수한 학생의 상대도수를 바르게 구한다.	2

03

(1) 지수네 반 남학생의 산점도에서 점이 10개이고, 여학생의 산점도에서 점이 10개이므로 남학생과 여학생은 각각 10명이다. … ❶

∴ 남학생 : 10명, 여학생 : 10명

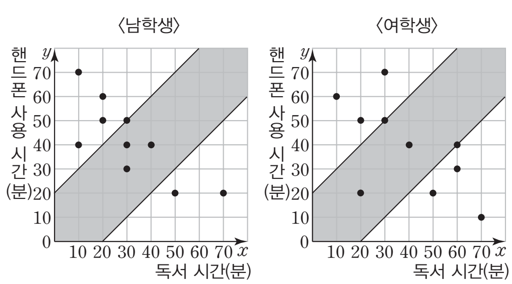
(2)



그림과 같이 직사각형을 각각 그리면 독서 시간과 핸드폰 사용 시간이 모두 40분 이하인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 $4+2=6$(명) … ❷

∴ 6명

(3)



그림과 같이 두 직선을 각각 그으면 독서 시간과 핸드폰 사용 시간의 차가 20분 이하인 학생 수는 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 남학생은 4명, 여학생은 4명이다. … ❸

즉, 독서 시간과 핸드폰 사용 시간의 차가 20분 이하인

남학생의 독서 시간의 평균은 $\frac{30\times3+40}{4}=\frac{130}{4}=32.5$(분),

여학생의 독서 시간의 평균은 $\frac{20+30+40+60}{4}=\frac{150}{4}=37.5$(분)

∴ 남학생 : 32.5분, 여학생 : 37.5분 … ❹

채점기준	배점
❶ 지수네 반 남학생과 여학생 수를 각각 바르게 구한다.	2
❷ 독서 시간과 핸드폰 사용 시간이 모두 40분 이하인 학생 수를 바르게 구한다.	2
❸ 독서 시간과 핸드폰 사용 시간의 차가 20분 이하인 남학생 수와 여학생 수를 각각 바르게 구한다.	2
❹ 독서 시간과 핸드폰 사용 시간의 차가 20분 이하인 남학생과 여학생의 독서 시간의 평균을 각각 바르게 구한다.	4

04

그림의 산점도에서 한쪽이 증가하면 다른 한쪽도 대체로 증가하므로 양의 상관관계가 있다. … ❶

ㄱ. 물건의 가격과 판매량은 음의 상관관계가 있다.

ㄴ. 운동량과 심장 박동 수는 양의 상관관계가 있다.

ㄷ. 키와 앉은키는 양의 상관관계가 있다.

ㄹ. 버스의 이동 거리와 남은 연료의 양은 음의 상관관계가 있다.

따라서 두 변량 사이의 산점도가 대체로 그림과 같은 모양이 되는 것은 ㄴ, ㄷ이다. … ❷

∴ ㄴ, ㄷ

채점기준	배점
❶ 산점도에서 상관관계를 바르게 제시한다.	2
❷ 두 변량 사이의 산점도가 대체로 그림과 같은 모양이 되는 것을 바르게 고른다.	3

05

운동량과 키 증가량은 양의 상관관계가 있고

스트레스량과 키 증가량은 음의 상관관계가 있으며

식사량과 키 증가량은 상관관계가 없다. … ❶

즉, 우진이가 키가 크기 위해 해야 할 가장 효과적인 방법은 스트레스량을 줄이고 운동량을 늘리는 것이다. … ❷

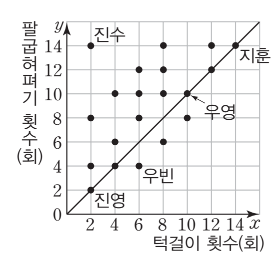
채점기준	배점
❶ 운동량, 스트레스량, 식사량과 키 증가량과의 상관관계를 각각 바르게 제시한다.	3
❷ 우진이가 키가 크기 위해 해야 할 가장 효과적인 방법을 바르게 제시한다.	3

06

(1) 턱걸이 횟수가 많아질수록 팔굽혀펴기 횟수도 대체로 많아지므로 양의 상관관계가 있다. … ❶

∴ 양의 상관관계

(2) 그림과 같이 대각선을 그으면 턱걸이 횟수와 팔굽혀펴기 횟수가 같은 학생 수는 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 5명이다. … ❷



즉, 턱걸이 횟수와 팔굽혀펴기 횟수가 같은 학생은 전체의

$\frac{5}{20}\times100=25(\%)$ … ❸

∴ 25 %

(3) 턱걸이 횟수와 팔굽펴혀기 횟수가 모두 가장 많은 학생은 지훈이다. … ❹

∴ 지훈

(4) 턱걸이에 비해 팔굽혀펴기를 가장 잘 하는 학생은 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 진수이다. … ❺

∴ 진수

채점기준	배점
❶ 턱걸이 횟수와 팔굽혀펴기 횟수 사이의 상관관계를 바르게 제시한다.	2
❷ 턱걸이 횟수와 팔굽혀펴기 횟수가 같은 학생 수를 바르게 구한다.	2
❸ 턱걸이 횟수와 팔굽혀펴기 횟수가 같은 학생은 전체의 몇 %인지 바르게 구한다.	1
❹ 턱걸이와 팔굽혀펴기를 모두 가장 잘 하는 학생을 바르게 구한다.	1
❺ 턱걸이에 비해 팔굽혀펴기를 가장 잘 하는 학생을 바르게 구한다.	2

MEMO

MEMO