빠른 정답

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

개념체크 & 계산력훈련 6~7p

1 (1) ○ (2) × (3) × (4) ×
2 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×
3 (1) $x=0$ 또는 $x=-3$ (2) $x=3$ 또는 $x=-4$
4 (1) $x=-4$ 또는 $x=1$ (2) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
(3) $x=-1$ (중근) (4) $x=\frac{1}{2}$ (중근)
5 (1) $x=\pm\sqrt{5}$ (2) $x=\pm\sqrt{3}$
(3) $x=1\pm\sqrt{2}$ (4) $x=-3$ 또는 $x=1$
6 (1) $x=2\pm\sqrt{5}$ (2) $x=-3\pm\sqrt{7}$
7 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$
(3) $x=-2\pm\sqrt{3}$ (4) $x=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$
8 (1) $x=-4$ 또는 $x=3$ (2) $x=-1$ 또는 $x=3$
(3) $x=-1$ 또는 $x=2$ (4) $x=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$

기출 Best 8~11p

01 ①	**02** ③	**03** ②	**04** ③	**05** ⑤
06 ③	**07** ④	**08** ②	**09** ⑤	**10** ①
11 ③	**12** ②	**13** ⑤	**14** ⑤	**15** ③
16 ①	**17** ④	**18** ⑤	**19** ⑤	**20** ②
21 ④	**22** ①	**23** ④		

기출 Best 쌍둥이 12~15p

01 ②	**02** ④	**03** ③	**04** ①	**05** ③
06 ①	**07** ②	**08** ④	**09** ①	**10** ⑤
11 ②	**12** ⑤	**13** ③	**14** ②	**15** ②
16 ③	**17** ④	**18** ②	**19** ③	**20** ④
21 ②	**22** ⑤	**23** ④		

집중 공략 16~19p

1 ⑤ **2** ② **3** ① **4** ②

서술형 문제 20~23p

1 -1 **2** (1) -1 (2) $x=-2$ **3** $x=1$
4 $x=-3\pm2\sqrt{3}$

실전 문제 1회 24~27p

01 ②	**02** ③	**03** ⑤	**04** ①	**05** ⑤
06 ④	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ④	**10** ①
11 ③	**12** ②	**13** ②	**14** ③	**15** ②
16 ②	**17** ②	**18** (1) $\frac{7}{3}$	(2) $\frac{31}{9}$	
19 (1) 2	(2) $x=5$	**20** 4	**21** $x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{4}$	

실전 문제 2회 28~31p

01 ②	**02** ②	**03** ③	**04** ①	**05** ④
06 ①	**07** ③	**08** ⑤	**09** ②	**10** ①
11 ①	**12** ②	**13** ②	**14** ①	**15** ③
16 ⑤	**17** ③	**18** $a=-2,\ b=3$		**19** 2

20 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=6$ **21** $a=4,\ b=2$

최다 오답 문제 32p

②

02 이차방정식의 활용

개념체크 & 계산력훈련

34~35p

1 (1) 2 (2) 0 (3) 1 (4) 2

2 (1) $(x-2)(x-3)=0$ (2) $2(x+1)(x-4)=0$

(3) $\frac{1}{2}(x-4)(x+2)=0$ (4) $-\frac{2}{3}(x+5)^2=0$

3 (1) $2x^2+2x-12=0$ (2) $-2x^2-10x-8=0$

4 (1) $x-5$ (2) $x(x-5)=66$

(3) 큰 수: 11, 작은 수: 6

5 (1) $x(x+2)=35$ (2) 5, 7

6 (1) $60t-5t^2=0$ (2) 12초

7 (1) $9-x$ (2) $x(9-x)=20$

(3) 5 cm

8 (1) $(18-x)(10-x)=128$ (2) 2 m

기출 Best

36~38p

01 ②	02 ③	03 ③	04 ④	05 ⑤
06 ⑤	07 ⑤	08 ⑤	09 ②	10 ④
11 ③	12 ②	13 ⑤	14 ②	15 ⑤
16 ④	17 ⑤	18 ②		

기출 Best 쌍둥이

39~41p

01 ③	02 ①	03 ②	04 ②	05 ①
06 ③	07 ②	08 ②	09 ①	10 ③
11 ②	12 ①	13 ④	14 ①	15 ④
16 ④	17 ③	18 ⑤		

집중공략

42~43p

1 ② 2 ④

서술형 문제

44~45p

1 (1) $x=-1$ 또는 $x=4$ (2) $a=3$, $b=-4$

(3) $2x^2+2x-24=0$

2 (1) $x^2-2x-3=0$ (2) 5

실전 문제 1회

46~48p

01 ④	02 ②	03 ③	04 ①	05 ④
06 ①	07 ③	08 ④	09 ③	10 ①
11 ⑤	12 ④	13 6	14 36	

15 4초 후 16 (1) $60x-2x^2$ (2) 15

실전 문제 2회

49~51p

01 ⑤	02 ①	03 ④	04 ②	05 ①
06 ①	07 ②	08 ④	09 ⑤	10 ④
11 ③	12 ④			

13 (1) $\alpha=2$, $\beta=-3$ (2) $x^2-x-6=0$

14 (1) $x^2-x-12=0$ (2) $x=-3$ 또는 $x=4$

15 (1) $x^2+x-56=0$

(2) 동생의 나이: 7살, 언니의 나이: 9살

16 (1) $x^2-10x+21=0$ (2) 7 cm

최다 오답 문제

52p

⑤

Ⅳ 이차함수

01 이차함수와 그 그래프

개념체크 & 계산력훈련 54~55p

1 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

2 (1) -3 (2) 0 (3) -3 (4) 8

3 (1) $(0,\ 0)$ (2) $x=0$ (3) $y=-x^2$

4 (1) $(0,\ 0)$ (2) 위로 (3) 증가 (4) $y=2x^2$

5 (1) $y=3x^2+2$ (2) $y=-2x^2-1$

6 (1) $y=2(x+2)^2$ (2) $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$

7 (1) $(3,\ 2)$, $x=3$ (2) $(-1,\ 4)$, $x=-1$ (3) $(2,\ -1)$, $x=2$

8 $a>0$, $p>0$, $q=0$

기출 Best 56~59p

01 ④	02 ②	03 ③	04 ⑤	05 ④
06 ②	07 ②	08 ④	09 ②	10 ④
11 ②	12 ④	13 ①	14 ①	15 ①
16 ②	17 ②	18 ⑤	19 ⑤	20 ③
21 ④	22 ①	23 ③, ⑤	24 ④	

기출 Best 쌍둥이 60~63p

01 ③	02 ④	03 ①	04 ③	05 ⑤
06 ④	07 ⑤	08 ①	09 ②	10 ③
11 ②	12 ②	13 ④	14 ②	15 ①
16 ②	17 ③	18 ④	19 ④	20 ②
21 ③	22 ①	23 ③	24 ②	

집중 공략 64~65p

1 ③ 2 ②

서술형 문제 66~67p

1 -9 2 $y=-(x-2)^2+3$

실전 문제 1회 68~71p

01 ⑤	02 ②	03 ③	04 ①	05 ④
06 ④	07 ⑤	08 ④	09 ①	10 ④
11 ⑤	12 ②	13 ③	14 ①	15 ④
16 ①	17 ⑤	18 ②	19 6	20 0
21 8	22 1			

실전 문제 2회 72~75p

01 ④	02 ④	03 ①	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ①	08 ①	09 ②	10 ④
11 ③	12 ⑤	13 ②	14 ④	15 ④
16 ⑤	17 ②	18 ⑤	19 -1	
20 8	21 15	22 12		

최다 오답 문제 76p

④

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

개념체크 & 계산력훈련
78~79p

1 (1) $y=(x-2)^2-5$　(2) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$

2 (1) $(0,\ -3)$, $x=0$　(2) $(1,\ 4)$, $x=1$

(3) $(-3,\ 19)$, $x=-3$　(4) $(-2,\ 1)$, $x=-2$

3 (1) $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$

(2) $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$, $(2,\ 0)$, $(0,\ -6)$

4 $a<0$, $b>0$, $c>0$

5 (1) $y=2(x-2)^2-1$　(2) $y=-(x+1)^2-1$

6 $y=-(x-2)^2+5$

7 $y=3x^2-12x+7$

8 (1) $y=2x^2-2$　(2) $y=x^2-2x-8$

기출 Best
80~83p

01 ③	02 ②	03 ⑤	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ⑤	08 ⑤	09 ②	10 ④
11 ④	12 ⑤	13 ②	14 ①	15 ①
16 ④	17 ④	18 ④	19 ①	20 ⑤
21 ②	22 ①			

기출 Best 쌍둥이
84~87p

01 ④	02 ④	03 ①	04 ④	05 ③
06 ⑤	07 ⑤	08 ①	09 ③	10 ④
11 ⑤	12 ⑤	13 ⑤	14 ⑤	15 ①
16 ④	17 ④	18 ⑤	19 ①	20 ①
21 ⑤	22 ③			

집중 공략
88~91p

1 ②　**2** ④　**3** ①　**4** ③

서술형 문제
92~95p

1 (1) x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼

(2) 축의 방정식: $x=-1$, 꼭짓점: $(-1,\ 3)$

2 1　**3** 12

4 -40

실전 문제 1회
96~99p

01 ②	02 ①	03 ①	04 ②	05 ⑤
06 ①	07 ③	08 ②	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ②	13 ③	14 ①	15 ④
16 ④	17 ①	18 ①		

19 (1) $y=2(x-2)^2-7$　(2) $(2,\ -7)$　(3) $x=2$

20 (1) $\mathrm{A}(0,\ 6)$, $\mathrm{B}(-2,\ 0)$, $\mathrm{C}(6,\ 0)$　(2) 24

21 10　**22** $y=-3x^2+12x+15$

실전 문제 2회
100~103p

01 ⑤	02 ⑤	03 ③	04 ④	05 ⑤
06 ①	07 ①	08 ④	09 ④	10 ⑤
11 ③	12 ③	13 ⑤	14 ⑤	15 ⑤
16 ②	17 ③			

18 (1) $y=(x+a)^2-a^2-a+2$

(2) $(-a,\ -a^2-a+2)$　(3) -1, 2

19 -5　**20** $\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$　**21** 8

최다 오답 문제
104p

②

부록

실전 모의고사 • 1회

106~109p

01 ③	02 ④	03 ⑤	04 ⑤	05 ⑤
06 ④	07 ①	08 ①	09 ⑤	10 ⑤
11 ②	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ②
16 ⑤	17 ④	18 ④	19 ⑤	20 ③

21 (1) 4 (2) $x=1$

22 (1) $a\le\frac{25}{24}$ (2) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

23 8초 후 24 18 25 3

실전 모의고사 • 2회

110~113p

01 ④	02 ④	03 ⑤	04 ②	05 ①
06 ④	07 ③	08 ②	09 ④	10 ⑤
11 ②	12 ⑤	13 ④	14 ⑤	15 ⑤
16 ⑤	17 ④	18 ④	19 ③	20 ⑤

21 4 22 $x=1$

23 (1) $x^2=2(x-3)^2-7$

(2) 형의 나이 : 11살, 동생의 나이 : 8살

24 $k=-3$ 또는 $k=-1$ 25 $f(x)=-x^2+2x+15$

실전 모의고사 • 3회

114~117p

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ②	08 ④	09 ①	10 ②
11 ④	12 ①	13 ②	14 ⑤	15 ⑤
16 ②	17 ③	18 ②	19 ④	20 ②

21 11 22 $m=4$ 또는 $m=12$

23 (1) $(15-x)(10-x)=104$ (2) 2 m

24 0 25 1

족집게 마무리 객관식 80선

118~131p

01 ③	02 ②	03 ⑤	04 ②	05 ④
06 ④	07 ①	08 ①	09 ②	10 ①
11 ②	12 ①	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 ①	17 ④	18 ⑤	19 ③	20 ②
21 ③	22 ④	23 ⑤	24 ④	25 ⑤
26 ⑤	27 ⑤	28 ③	29 ②	30 ②
31 ①	32 ④	33 ④	34 ②	35 ⑤
36 ①	37 ③	38 ④	39 ①	40 ②
41 ④	42 ②	43 ①	44 ④	45 ③
46 ①	47 ①	48 ③	49 ⑤	50 ②
51 ③	52 ③	53 ③	54 ②	55 ④
56 ②	57 ①	58 ④	59 ④	60 ③
61 ②	62 ④	63 ⑤	64 ②	65 ②
66 ⑤	67 ④	68 ⑤	69 ①, ⑤	70 ⑤
71 ⑤	72 ④	73 ⑤	74 ③	75 ⑤
76 ④	77 ②	78 ②	79 ②	80 ②

족집게 마무리 서술형 20선

132~136p

01 $x=3$ 02 15 03 24

04 (1) $a=3$, $b=0$ (2) $x=-3$ 또는 $x=0$

05 $m\ge-3$ 06 $x=-7$ 또는 $x=2$ 07 7

08 (4, 0) 09 2초 후 10 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 11 45

12 (1) 3 (2) $-3<b<0$ 13 $\frac{8}{3}$ 14 2

15 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$ 16 5

17 (1) $y=3(x-1)^2+1$ (2) (1, 1) (3) $x=1$ 18 -2

19 32 20 9

고난도 기출문제

137~144p

01 ③	02 ④	03 ④	04 ⑤	05 ②
06 ④	07 ②	08 ③	09 ④	10 ⑤
11 ③	12 ①	13 ②	14 ④	15 ②
16 ④	17 ②	18 ④	19 ⑤	20 ⑤
21 ③	22 ④	23 ③	24 ④	25 ②
26 ④	27 ④	28 ②	29 ②	30 ②
31 ③	32 ③			

파이널 모의고사 • 1회

145~148p

01 ④	02 ③	03 ⑤	04 ③	05 ②
06 ②	07 ⑤	08 ①	09 ④	10 ②
11 ④	12 ③	13 ④	14 ⑤	15 ⑤
16 ④	17 ④	18 ①	19 ④	20 ⑤

21 5　22 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

23 (1) $(40-x)(25-x)=700$　(2) 5　24 4　25 0

파이널 모의고사 • 2회

149~152p

01 ②	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ⑤	07 ②	08 ④	09 ①	10 ②
11 ③	12 ②	13 ①	14 ②	15 ③
16 ①	17 ③	18 ③	19 ⑤	20 ⑤

21 (1) $\frac{1}{2}$　(2) $x=2$　22 0, 1　23 2

24 $y=-\frac{1}{9}(x+2)^2+3$　25 $x=-3$, $\left(-3,\ -\frac{3}{2}\right)$

파이널 모의고사 • 3회

153~156p

01 ⑤	02 ④	03 ①	04 ②	05 ③
06 ⑤	07 ①	08 ④	09 ④	10 ④
11 ④	12 ③	13 ②, ③	14 ③	15 ④
16 ②	17 ⑤	18 ①	19 ④	20 ②

21 $a=-5$, $b=2$　22 13 cm　23 $\sqrt{3}$

24 (1) $y=-3(x+4)^2+17$　(2) -6, -2　25 6

파이널 모의고사 • 4회

157~160p

01 ④	02 ③	03 ③	04 ④	05 ③
06 ③	07 ③	08 ⑤	09 ②	10 ④
11 ②	12 ③	13 ③	14 ④, ⑤	15 ③
16 ④	17 ④	18 ④	19 ③	20 ④

21 $a=4$, $k=-16$　22 $x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$　23 -5

24 -5　25 (1) 3　(2) $y=-x^2-2x+3$

파이널 모의고사 • 5회

161~164p

01 ⑤	02 ②	03 ②	04 ⑤	05 ④
06 ②	07 ②	08 ②	09 ③	10 ③
11 ①	12 ⑤	13 ③	14 ④	15 ③
16 ④	17 ④	18 ④	19 ②	20 ④

21 32　22 $x=-1$ 또는 $x=6$

23 (1) $(x+2)(x-2)=8x+5$　(2) 11　24 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$, $\frac{16}{9}$

25 18

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

기출 Best

8~11p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.

① 이차방정식

② $x+6=0$ (일차방정식)

③ 미지수가 분모에 있으므로 이차방정식이 아니다.

④ $x^2+6x+9=x^2+2x$, $4x+9=0$ (일차방정식)

⑤ $x^2-5x=2x^3-1$, $2x^3-x^2+5x-1=0$ (이차방정식이 아니다.)

02 방정식 $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

$\therefore a\neq0$

03 [ ] 안의 수를 x에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $81\neq9$

② $4+6=10$

③ $4\times9+33-3=66\neq0$

④ $1\times6=6\neq9$

⑤ $2^2=4\neq-6+30=24$

04 $x^2-5x+a=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-10+a=0$

$\therefore a=6$

05 $x^2-5x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-5+\dfrac{1}{a}=0$

$\therefore a+\dfrac{1}{a}=5$

06 이차방정식 $3(x+1)(x-2)=0$에서

$x+1=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

07 $x^2-16=6x$에서 $x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

08 $2x^2-x-10=0$에서 $(2x-5)(x+2)=0$

$\therefore x=\dfrac{5}{2}$ 또는 $x=-2$

09 $x^2+ax-12=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9-3a-12=0$, $-3a=3$, $a=-1$

이때 처음 이차방정식이 $x^2-x-12=0$이므로

$(x+3)(x-4)=0$, $x=-3$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다.

10 $x^2-ax-a^2-1=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-2a-a^2-1=0$, $a^2+2a-3=0$

$(a+3)(a-1)=0$, $a=-3$ ($\because a<0$)

처음 이차방정식은 $x^2+3x-10=0$이므로

$(x+5)(x-2)=0$, $x=-5$ 또는 $x=2$

즉, 다른 한 근이 $x=-5$이므로 $b=-5$

$\therefore a+b=-8$

11 이차방정식 $x^2-3x+2=0$에서

$(x-1)(x-2)=0$, $x=1$ 또는 $x=2$

이때 큰 근인 $x=2$가 이차방정식 $2x^2+x-a=0$의 근이므로

$8+2-a=0$

$\therefore a=10$

12 ① $(x-1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=3$

② $x^2-2x+1=0$, $(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$ (중근)

③ $2x^2+x-3=0$, $(2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$

④ $x^2-5x-6=0$, $(x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=6$

⑤ $x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$

13 $k+1=\left(\dfrac{6}{2}\right)^2$, $k+1=9$

$\therefore k=8$

14 $9=\left\{\dfrac{-2(a-3)}{2}\right\}^2$, $9=(a-3)^2$, $a=6$ ($\because a>0$)

이때 처음 이차방정식이 $x^2-6x+9=0$이므로

$(x-3)^2=0$, $x=3$ (중근)

즉, $k=3$

$\therefore a+k=9$

15 이차방정식 $x^2+2x=0$에서

$x(x+2)=0$, $x=0$ 또는 $x=-2$

이차방정식 $2x^2-8=0$에서

$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$, $x=-2$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$이다.

16 이차방정식 $2(x-a)^2=b$에서

$(x-a)^2=\frac{b}{2}$, $x-a=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$, $x=a\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$

이때 $a=-1$, $\frac{b}{2}=7$이므로 $a=-1$, $b=14$

$\therefore ab=-14$

[다른 풀이]

$x=-1\pm\sqrt{7}$에서

$x+1=\pm\sqrt{7}$, $(x+1)^2=7$, $2(x+1)^2=14$

즉, $a=-1$, $b=14$이므로 $ab=-14$

17 x에 대한 이차방정식 $(x+p)^2=k$가 해를 가지려면 $k\geq 0$이어야 한다.

18 이차방정식 $x^2-8x+5=0$에서

$x^2-8x=-5$, $x^2-8x+16=-5+16$, $(x-4)^2=11$

즉, $a=4$, $b=11$이므로

$a+b=15$

19 이차방정식 $x^2-4x-7=0$에서

$x^2-4x=\boxed{7}$

$x^2-4x+\boxed{4}=\boxed{7}+\boxed{4}$

$(x-\boxed{2})^2=\boxed{11}$

$\therefore x=\boxed{2\pm\sqrt{11}}$

20 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$에 $a=1$, $b=-5$, $c=1$을 대입하면

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

21 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times a\times 1}}{2a}=\frac{5\pm\sqrt{25-4a}}{2a}$

이때 $2a=6$, $25-4a=b$이므로

$a=3$, $b=13$

$\therefore b-a=10$

22 양변에 10을 곱하면

$2x^2+5x-2=0$

근의 공식에 의하여

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

23 양변에 6을 곱하면

$(x-3)^2-2(x-4)=6$, $x^2-6x+9-2x+8=6$

$x^2-8x+11=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\times11}}{1}=4\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=4\pm\sqrt{5}$

기출 Best 쌍둥이 12~15p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$ 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① $x^2+3x=-x^2+1$, $2x^2+3x-1=0$ (이차방정식)

② $x^3+x=2x^2+1$, $x^3-2x^2+x-1=0$ (이차방정식이 아니다.)

③ 이차방정식

④ $x^2-1=x$, $x^2-x-1=0$ (이차방정식)

⑤ 이차방정식

02 $2(x-1)^2-1=ax^2-2x-5$에서

$2(x^2-2x+1)-1=ax^2-2x-5$

$2x^2-4x+1=ax^2-2x-5$, $(2-a)x^2-2x+6=0$

이때 x에 대한 이차방정식이 되려면 $2-a\neq0$이어야 한다.

$\therefore a\neq2$

03 [ ] 안의 수를 x에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $4\times(-1)=-4\neq0$　② $36+24-12=48\neq0$

③ $2\times4-8=0$　④ $(-5)^2=25\neq9$

⑤ $2\times4+2-6=4\neq0$

04 $x^2-10x+2a-5=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9+30+2a-5=0$, $2a=-34$

$\therefore a=-17$

05 $x^2-3x-1=0$에 $x=\alpha$를 대입하면

$\alpha^2-3\alpha-1=0$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-3-\frac{1}{\alpha}=0$

$\therefore \alpha-\frac{1}{\alpha}=3$

06 이차방정식 $(3x-2)(x+5)=0$에서

$3x-2=0$ 또는 $x+5=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-5$

07 $x^2+2=x+8$에서 $x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

08 $2x^2-9x-5=0$에서 $(2x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$

09 $x^2-ax-4a-3=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9+3a-4a-3=0$, $-a=-6$, $a=6$

이때 처음 이차방정식이 $x^2-6x-27=0$이므로

$(x+3)(x-9)=0$, $x=-3$ 또는 $x=9$

따라서 다른 한 근은 $x=9$이다.

10 $4x^2-ax+a(a-6)=0$에 $x=-1$을 대입하면

$4+a+a^2-6a=0$, $a^2-5a+4=0$

$(a-1)(a-4)=0$, $a=4$ ($\because a>1$)

이때 처음 이차방정식이 $4x^2-4x-8=0$이므로

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$, $x=-1$ 또는 $x=2$

즉, 다른 한 근이 $x=2$이므로 $b=2$

$\therefore a-b=2$

11 이차방정식 $2x^2+5x-3=0$에서

$(2x-1)(x+3)=0$, $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

이때 작은 근인 $x=-3$이 이차방정식 $ax^2+2ax+a-8=0$의 근이므로

$9a-6a+a-8=0$, $4a=8$

$\therefore a=2$

12 ① $(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$

② $x(x-3)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=3$

③ $x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

④ $x^2-2x+1=1$, $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$

⑤ $(2x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

13 $k-2=\left(\frac{8}{2}\right)^2$, $k-2=16$

$\therefore k=18$

14 $4x^2+12x-2a+4=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2+3x-\frac{1}{2}a+1=0$, $-\frac{1}{2}a+1=\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$-\frac{1}{2}a+1=\frac{9}{4}$, $-\frac{1}{2}a=\frac{5}{4}$, $a=-\frac{5}{2}$

이때 처음 이차방정식이 $4x^2+12x+9=0$이므로

$(2x+3)^2=0$, $x=-\frac{3}{2}$ (중근)

즉, $b=-\frac{3}{2}$이므로 $a+b=-4$

15 이차방정식 $x^2+7x+10=0$에서

$(x+5)(x+2)=0$, $x=-5$ 또는 $x=-2$

이차방정식 $x^2-2x-8=0$에서

$(x+2)(x-4)=0$, $x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$이다.

16 이차방정식 $2(x-1)^2=20$에서

$(x-1)^2=10$, $x-1=\pm\sqrt{10}$, $x=1\pm\sqrt{10}$

즉, $p=1$, $q=10$이므로

$p+q=11$

17 x에 대한 이차방정식 $(x+3)^2=a+2$가 해를 가지려면 $a+2\ge 0$이어야 한다.

$\therefore a\ge -2$

18 이차방정식 $x^2-x-1=0$에서

$x^2-x=1$, $x^2-x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}$, $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

즉, $A=-\frac{1}{2}$, $B=\frac{5}{4}$이므로

$A+B=\frac{3}{4}$

19 이차방정식 $x^2+4x+1=0$에서

$x^2+4x=\boxed{-1}$

$x^2+4x+\boxed{4}=\boxed{-1}+\boxed{4}$

$(x+\boxed{2})^2=\boxed{3}$

$x+\boxed{2}=\boxed{\pm\sqrt{3}}$

$\therefore x=\boxed{-2\pm\sqrt{3}}$

20 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$에 $a=2$, $b=-3$, $c=-1$을 대입하면

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

21 근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-a\times(-3)}}{a}=\frac{1\pm\sqrt{1+3a}}{a}$

이때 $a=3$, $1+3a=b$이므로

$a=3$, $b=10$

$\therefore a+b=13$

22 양변에 10을 곱하면

$2x^2-x-3=0$, $(2x-3)(x+1)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$

23 양변에 12를 곱하면

$3(x-1)(x+3)=4x(x-2)$, $3(x^2+2x-3)=4x^2-8x$

$x^2-14x+9=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-1\times 9}}{1}=7\pm 2\sqrt{10}$

$\therefore x=7\pm 2\sqrt{10}$

집중공략

16~19p

1 $x^2-5x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-5a+1=0$

$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-5+\frac{1}{a}=0$, $a+\frac{1}{a}=5$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}+a+\frac{1}{a}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2+a+\frac{1}{a}$

$=5^2-2+5=28$

2 $(k-2)x^2+(k^2+3)x-6k+5=0$에 $x=1$을 대입하면

$k-2+k^2+3-6k+5=0$

$k^2-5k+6=0$, $(k-2)(k-3)=0$

$k=2$ 또는 $k=3$

이때 주어진 이차방정식의 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로

$k-2\neq 0$, 즉 $k\neq 2$

$\therefore k=3$

즉, 주어진 이차방정식이 $x^2+12x-13=0$이므로

$(x+13)(x-1)=0$, $x=-13$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근이 $x=-13$이므로 $a=-13$

$\therefore a+k=-10$

3 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 b^2-4ac의 값이 0이어야 한다.

이때 $a=4k$, $b=-2(k-3)$, $c=1$이므로

$b^2-4ac=\{-2(k-3)\}^2-4\times 4k\times 1$

$=4(k-3)^2-16k$

$=4k^2-40k+36$

즉, $4k^2-40k+36=0$에서

$k^2-10k+9=0$, $(k-1)(k-9)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=9$

4 주어진 식을 정리하면

$(2x+y)^2-7(2x+y)+6=0$

공통부분 $2x+y$를 A로 치환하면

$A^2-7A+6=0$, $(A-1)(A-6)=0$, $A=1$ 또는 $A=6$

$2x+y=1$ 또는 $2x+y=6$

이때 x, y가 자연수이므로 $2x+y$의 값은 3 이상의 자연수이다.

즉, $2x+y=6$이므로 $2x+y=6$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 4)$, $(2, 2)$이다.

따라서 구하는 개수는 2이다.

서술형 문제

20~23p

1 $x^2+mx-m-3=0$에 $x=-1$을 대입하면

$1-m-m-3=0$, $-2m-2=0$, $-2m=2$ …… ❶

$\therefore m=-1$ …… ❷

채점기준	배점
❶ $x=-1$을 대입하여 식을 바르게 정리하였다.	3
❷ m의 값을 바르게 구하였다.	2

2 (1) $x^2+ax+2a-4=0$에 $x=3$을 대입하면

$9+3a+2a-4=0$, $5a=-5$, $a=-1$ …… ❶

$\therefore -1$

(2) 처음 이차방정식이 $x^2-x-6=0$이므로

$(x+2)(x-3)=0$, $x=-2$ 또는 $x=3$ …… ❷

즉, 다른 한 근은 $x=-2$이다. …… ❸

$\therefore x=-2$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ 처음 이차방정식을 제시하고, 근을 바르게 구하였다.	3
❸ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

3 이차방정식 $x^2-5x+4=0$에서

$(x-1)(x-4)=0$, $x=1$ 또는 $x=4$ …… ❶

이차방정식 $0.1x^2+0.9x-1=0$에서 양변에 10을 곱하면

$x^2+9x-10=0$, $(x+10)(x-1)=0$

$x=-10$ 또는 $x=1$ …… ❷

이때 공통인 근은 $x=1$이다. …… ❸

$\therefore x=1$

채점기준	배점
❶ 첫 번째 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
❷ 두 번째 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
❸ 공통인 근을 바르게 구하였다.	1

4 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+6x=3$ …… ❶

양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$를 더하면

$x^2+6x+9=3+9$ ······ ❷

좌변을 완전제곱식으로 나타내고, 우변을 정리하면

$(x+3)^2=12$ ······ ❸

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$x+3=\pm\sqrt{12}$, $x=-3\pm2\sqrt{3}$ ······ ❹

$\therefore x=-3\pm2\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
❷ 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
❸ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
❹ 제곱근을 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회

24~27p

01 ㄱ. 이차방정식

ㄴ. $4x-5=0$ (일차방정식)

ㄷ. $x^2-2x+1=x^2-3x$, $x+1=0$ (일차방정식)

ㄹ. $2x^2-4=x^2+x$, $x^2-x-4=0$ (이차방정식)

따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

02 $ax^2+3=(x-2)(x+5)$에서

$ax^2+3=x^2+3x-10$, $(a-1)x^2-3x+13=0$

이때 이차방정식이 되려면 $a-1\neq0$이어야 한다.

$\therefore a\neq1$

03 $x^2+3x+2=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+3a+2=0$, $a^2+3a=-2$

$\therefore 2a^2+6a+7=2(a^2+3a)+7$

$=2\times(-2)+7$

$=3$

04 $x^2+2ax-3=0$에 $x=3$을 대입하면

$9+6a-3=0$, $6a=-6$, $a=-1$

이때 처음 이차방정식이 $x^2-2x-3=0$이므로

$(x+1)(x-3)=0$, $x=-1$ 또는 $x=3$

즉, 다른 한 근은 $x=-1$이다.

$3x^2-7x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면

$3+7+b=0$, $b=-10$

$\therefore a+b=-11$

05 이차방정식 $(x-1)^2=9$에서

$x-1=\pm3$, $x=1\pm3$, $x=4$ 또는 $x=-2$

이때 작은 근인 $x=-2$가 이차방정식 $x^2+2mx+m^2=0$의 근이므로

$4-4m+m^2=0$, $(m-2)^2=0$, $m=2$ (중근)

$\therefore m=2$

06 $x-y=A$로 치환하면

$A(A-1)=12$, $A^2-A-12=0$

$(A+3)(A-4)=0$, $A=-3$ 또는 $A=4$

$x-y=-3$ 또는 $x-y=4$

이때 $x>y$이므로 $x-y=4$

07 ㄱ. $(x-1)(x-2)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=2$

ㄴ. $(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$ (중근)

ㄷ. $(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$ (중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

08 $2k+4=\left(\frac{12}{2}\right)^2$, $2k+4=36$, $2k=32$

$\therefore k=16$

09 이차방정식 $x^2+3x-10=0$에서

$(x+5)(x-2)=0$, $x=-5$ 또는 $x=2$

이차방정식 $3x^2-4x-4=0$에서

$(3x+2)(x-2)=0$, $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

따라서 공통인 근은 $x=2$이다.

10 주어진 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-1$이므로

$x^2-3x+a=0$에 $x=-1$을 대입하면

$1+3+a=0$, $a=-4$

$3x^2-2bx-4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$3+2b-4=0$, $2b=1$, $b=\frac{1}{2}$

$\therefore ab=-2$

11 이차방정식 $2x^2+4x-3=0$에서

$x^2+2x-\frac{3}{2}=0$, $x^2+2x=\frac{3}{2}$

$x^2+2x+1=\frac{3}{2}+1$, $(x+1)^2=\frac{5}{2}$

즉, $p=1$, $q=\frac{5}{2}$이므로 $p+q=\frac{7}{2}$

12 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

$\therefore x=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

13 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$$

즉, $A=17$, $B=4$이므로

$A+B=21$

14 $\dfrac{1}{4}x^2=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{6}$의 양변에 12를 곱하면

$3x^2=4x+2$, $3x^2-4x-2=0$

근의 공식에 $a=3$, $b=-4$, $c=-2$를 대입하면

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{40}}{6}=\frac{4\pm2\sqrt{10}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$$

즉, $A=12$, $B=-4$, $C=10$이므로

$A+B+C=18$

15 $\dfrac{1}{6}x^2+\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{4}=0$의 양변에 12를 곱하면

$2x^2+4x-3=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{(-2)^2-2\times(-3)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{2}$$

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{10}}{2}$

16 양변에 6을 곱하면

$2x^2+8x=3x^2+6x-6$, $x^2-2x-6=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-6)}}{1}=1\pm\sqrt{7}$$

$\therefore x=1\pm\sqrt{7}$

17 $3(2x+y)^2-16(2x+y)+5=0$에서 $2x+y=A$로 치환하면

$3A^2-16A+5=0$, $(3A-1)(A-5)=0$

$A=\dfrac{1}{3}$ 또는 $A=5$

$2x+y=\dfrac{1}{3}$ 또는 $2x+y=5$

이때 x, y가 자연수이므로 $2x+y=5$

즉, $2x+y=5$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

$(1, 3)$, $(2, 1)$이다.

따라서 구하는 개수는 2이다.

18 (1) $3x^2-7x+3=0$에 $x=\alpha$를 대입하면

$3\alpha^2-7\alpha+3=0$, $\alpha^2-\dfrac{7}{3}\alpha+1=0$ ······ ❶

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-\dfrac{7}{3}+\dfrac{1}{\alpha}=0$, $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{7}{3}$ ······ ❷

$\therefore \dfrac{7}{3}$

(2) $\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)^2-2=\left(\dfrac{7}{3}\right)^2-2=\dfrac{31}{9}$ ······ ❸

$\therefore \dfrac{31}{9}$

채점기준	배점
❶ α에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}$의 값을 바르게 구하였다.	3

19 (1) $(k-1)x^2-(k^2+3)x+2(k+3)=0$에 $x=2$를 대입하면

$4(k-1)-2(k^2+3)+2(k+3)=0$

$-2k^2+6k-4=0$, $k^2-3k+2=0$ ······ ❶

$(k-1)(k-2)=0$, $k=2$ ($\because k\neq1$) ······ ❷

$\therefore 2$

(2) 처음 이차방정식이 $x^2-7x+10=0$이므로

$(x-2)(x-5)=0$, $x=2$ 또는 $x=5$ ······ ❸

즉, 다른 한 근은 $x=5$이다. ······ ❹

$\therefore x=5$

채점기준	배점
❶ k에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 처음 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
❹ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

20 $2x^2-8x+3m-4=0$에서

$x^2-4x+\dfrac{3m-4}{2}=0$ ······ ❶

이 이차방정식이 중근을 가지려면 $\dfrac{3m-4}{2}=\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2$에서

······ ❷

$\dfrac{3m-4}{2}=4$, $3m-4=8$, $3m=12$, $m=4$ ······ ❸

$\therefore 4$

채점기준	배점
❶ x^2의 계수를 1로 바르게 바꾸었다.	2
❷ 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시하였다.	2
❸ m의 값을 바르게 구하였다.	2

21 주어진 이차방정식의 양변을 2로 나누면

$x^2+\dfrac{5}{2}x-2=0$ ······ ❶

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+\dfrac{5}{2}x=2$ ······ ❷

양변에 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{16}$를 더하면

$$x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=2+\frac{25}{16} \quad \cdots\cdots ❸$$

좌변을 완전제곱식으로 나타내고, 우변을 정리하면

$$\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{57}{16} \quad \cdots\cdots ❹$$

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$$x+\frac{5}{4}=\pm\frac{\sqrt{57}}{4},\ x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{4} \quad \cdots\cdots ❺$$

$\therefore\ x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{4}$

채점기준	배점
❶ x^2의 계수를 1로 바르게 바꾸었다.	1
❷ 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
❸ 양변에 더해야 할 수를 바르게 더하였다.	2
❹ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
❺ 제곱근을 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2

실전 문제 2회

28~31p

01 $2(x^2+1)=x^2-2x$에서

$2x^2+2=x^2-2x,\ x^2+2x+2=0$

즉, $a=2,\ b=2$이므로

$a+b=4$

02 $(ax+3)(x-2)=x^2-2(x-4)(x+1)$에서

$ax^2-2ax+3x-6=x^2-2(x^2-3x-4)$

$ax^2-2ax+3x-6=-x^2+6x+8$

$(a+1)x^2-(2a+3)x-14=0$

이때 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a+1\neq0$이어야 한다.

$\therefore\ a\neq-1$

03 $x=-1$을 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

(가) $1\neq-1$ (나) $(-2)\times0=0$

(다) $1+1-2=0$ (라) $(-2)^2=4\neq0$

(마) $1+2-3=0$ (바) $2\neq-1-3=-4$

따라서 $x=-1$을 해로 갖는 것은 (나), (다), (마)의 3개이다.

04 $x=3-\sqrt{2}$에서 $x-3=-\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$(x-3)^2=2,\ x^2-6x+9=2,\ x^2-6x=-7$

$\therefore\ a=-7$

05 (i) $A+B=3x^2+4x-15=0$에서

$(3x-5)(x+3)=0,\ x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=-3$

(ii) $AB=(x^2-x-12)(2x^2+5x-3)\neq0$에서

$(x+3)(x-4)(2x-1)(x+3)\neq0$

$x\neq-3,\ x\neq4,\ x\neq\frac{1}{2}$

따라서 (i), (ii)를 모두 만족시키는 x의 값은 $\frac{5}{3}$이다.

06 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4(a-1)+2(a^2-1)+2(a-1)=0,\ 2a^2+6a-8=0$

$a^2+3a-4=0,\ (a+4)(a-1)=0$

$a=-4\ (\because\ a\neq1)$

이때 처음 이차방정식이 $-5x^2-15x-10=0$이므로

$x^2+3x+2=0,\ (x+2)(x+1)=0$

$x=-2$ 또는 $x=-1$

즉, 다른 한 근이 $x=-1$이므로 $b=-1$

$\therefore\ a+b=-5$

07 이차방정식 $(x-1)(x+2)=-2x-2$에서

$x^2+x-2=-2x-2,\ x^2+3x=0$

$x(x+3)=0,\ x=0$ 또는 $x=-3$

즉, $a=0,\ b=-3\ (\because\ a>b)$

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$에 $a=0,\ b=-3$을 대입하면

$x^2-3=0,\ x^2=3,\ x=\pm\sqrt{3}$

따라서 두 근의 차는 $\sqrt{3}-(-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

08 이차방정식 $(x+1)(2x-1)=(x+1)^2$에서

$2x^2+x-1=x^2+2x+1,\ x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0,\ x=-1$ 또는 $x=2$

즉, $\alpha=2,\ \beta=-1\ (\because\ \alpha>\beta)$이므로

$2\alpha-\beta=4+1=5$

09 주어진 이차방정식이 중근을 가지면 공통부분 $x-\frac{2}{3}$를 A로 치환하였을 때, A에 대한 이차방정식도 중근을 가져야 한다.

$2A^2+4A=k$에서

$A^2+2A=\frac{k}{2},\ A^2+2A+1=\frac{k}{2}+1,\ (A+1)^2=\frac{k}{2}+1$

이때 중근을 가지려면 $\frac{k}{2}+1=0$이어야 한다.

즉, $(A+1)^2=0$에서 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=0$이므로 $x=-\frac{1}{3}$ (중근)

10 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k=0$이 중근을 가지므로

$(k+1)^2-4k=0,\ (k-1)^2=0,\ k=1$

이차방정식 $x^2+(k-4)x-28=0$에 $k=1$을 대입하면

$x^2-3x-28=0,\ (x+4)(x-7)=0$

$x=-4$ 또는 $x=7$

따라서 작은 근은 $x=-4$이다.

11 이차방정식 $(x+3)^2=\frac{1}{2}$에서

$$x+3=\pm\sqrt{\frac{1}{2}},\ x=-3\pm\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{2}}{2}$$

즉, $A=-6$, $B=2$이므로

$$A-B=-8$$

12 ㄱ. $k=0$이면 $x(x-4)=0$, $x=0$ 또는 $x=4$ (참)

ㄴ. $k=4$이면 $(x-2)^2=0$, $x=2$ (중근) (참)

ㄷ. $k=-4$이면 $x^2-4x=4$, $x^2-4x+4=4+4$, $(x-2)^2=8$

$$x-2=\pm\sqrt{8},\ x=2\pm2\sqrt{2}$$

즉, 두 개의 무리수인 근을 갖는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

13 $2x^2-3x-2=0$의 양변을 $\boxed{2}$로 나누면

$$x^2-\frac{3}{2}x-1=0,\ x^2-\frac{3}{2}x=1$$

양변에 $\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2=\frac{9}{16}$를 더하면

$$x^2-\frac{3}{2}x+\boxed{\frac{9}{16}}=1+\boxed{\frac{9}{16}},\ \left(x-\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{25}{16}}$$

$$x-\boxed{\frac{3}{4}}=\pm\boxed{\frac{5}{4}},\ x=\frac{3}{4}\pm\frac{5}{4}$$

$$\therefore\ x=\boxed{-\frac{1}{2}}\text{ 또는 }x=2$$

14 근의 공식에 의하여 $x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-8b}}{4}$이므로

$$-a=3,\ a^2-8b=17$$

즉, $a=-3$, $b=-1$이므로

$$a+b=-4$$

15 이차방정식 $x^2-10x+21=0$에서

$$(x-3)(x-7)=0,\ x=3\text{ 또는 }x=7$$

즉, $a+b=3$ 또는 $a+b=7$이 될 확률을 구하면 된다.

(i) $a+b=3$인 경우

$$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (2,\ 1)$$

(ii) $a+b=7$인 경우

$$(a,\ b)=(1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (5,\ 2),\ (6,\ 1)$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{2}{36}+\frac{6}{36}=\frac{2}{9}$

16 $x^2+ax-12$가 다음과 같이 인수분해되면 해는 모두 정수이다.

$(x-1)(x+12)$이면 $a=11$

$(x+1)(x-12)$이면 $a=-11$

$(x-2)(x+6)$이면 $a=4$

$(x+2)(x-6)$이면 $a=-4$

$(x-3)(x+4)$이면 $a=1$

$(x+3)(x-4)$이면 $a=-1$

따라서 정수 a의 값이 될 수 있는 수는

±1, ±4, ±11의 6개이다.

17 이차방정식 $(x+1)^2=2x^2-1$에서

$$x^2+2x+1=2x^2-1,\ x^2-2x-2=0$$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}}{1}=1\pm\sqrt{3}$$

즉, $\alpha=1-\sqrt{3}$, $\beta=1+\sqrt{3}$ ($\because\ \alpha<\beta$)

이때 $1-\sqrt{3}<n<1+\sqrt{3}$을 만족시키는 정수 n은 0, 1, 2의 3개이다.

18 이차방정식 $3x^2+2x-1=0$에서

$$(3x-1)(x+1)=0,\ x=\frac{1}{3}\text{ 또는 }x=-1 \quad \cdots\cdots ❶$$

(i) 이차방정식 $x^2-(a+2)x+a+1=0$의 한 근이 $x=-1$이므로

$$1+a+2+a+1=0,\ 2a=-4,\ a=-2 \quad \cdots\cdots ❷$$

(ii) 이차방정식 $3x^2+(b-1)x-1=0$의 한 근이 $x=\frac{1}{3}$이므로

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}(b-1)-1=0,\ \frac{1}{3}b=1,\ b=3 \quad \cdots\cdots ❸$$

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $3x^2+2x-1=0$의 근을 바르게 구하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ b의 값을 바르게 구하였다.	2

19 이차방정식 $(-2a+1)x^2+(a^2+1)x+2=0$에 $x=2$를 대입하면

$$4(-2a+1)+2(a^2+1)+2=0$$

$$2a^2-8a+8=0,\ a^2-4a+4=0 \quad \cdots\cdots ❶$$

$$(a-2)^2=0,\ a=2\ (\text{중근})$$

즉, 상수 a의 값은 2이다. ······ ❷

$\therefore\ 2$

채점기준	배점
❶ a에 대한 이차식으로 바르게 정리하였다.	3
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2

20 $x^2+6x+a=0$에 $x=2$를 대입하면

$$4+12+a=0,\ a=-16 \quad \cdots\cdots ❶$$

$x^2+bx+20=0$에 $x=2$를 대입하면

$$4+2b+20=0,\ 2b=-24,\ b=-12 \quad \cdots\cdots ❷$$

이차방정식 $3x^2+ax+b=0$에 $a=-16$, $b=-12$를 대입하면

$$3x^2-16x-12=0,\ (3x+2)(x-6)=0$$

$$x=-\frac{2}{3}\text{ 또는 }x=6 \quad \cdots\cdots ❸$$

$$\therefore\ x=-\frac{2}{3}\text{ 또는 }x=6$$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$의 해를 바르게 구하였다.	2

21 (다)에서 공통부분 $a-b$를 A로 치환하면

$A^2+7A-18=0$, $(A+9)(A-2)=0$

$A=-9$ 또는 $A=2$

$a-b=-9$ 또는 $a-b=2$ …… ❶

이때 (가)에 의하여 $a>b$이므로

$a-b=2$ …… ❷

(나)에서 $a+b=6$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$a=4$, $b=2$ …… ❸

$\therefore a=4$, $b=2$

채점기준	배점
❶ (다)에서 가능한 $a-b$의 값을 구하였다.	3
❷ 조건 (가)를 만족시키는 $a-b$의 값을 구하였다.	2
❸ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 32p

이차방정식 $x^2-4x+2=0$에서 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}}{1}=2\pm\sqrt{2}$$

이때 $\alpha>\beta$이므로

$\alpha=2+\sqrt{2}$, $\beta=2-\sqrt{2}$

부등식 $\beta-2<n<\alpha-2$에서

$-\sqrt{2}<n<\sqrt{2}$

즉, 이 부등식을 만족시키는 정수 n은 -1, 0, 1의 3개이다.

02 이차방정식의 활용

기출 Best 36~38p

01 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac<0$인 것을 찾는다.

① $3^2-4\times1\times2=1$ ⇨ 서로 다른 두 근

② $(-3)^2-4\times3\times2=-15$ ⇨ 근이 없다.

③ $(-1)^2-4\times3\times(-2)=25$ ⇨ 서로 다른 두 근

④ $0^2-4\times1\times(-5)=20$ ⇨ 서로 다른 두 근

⑤ $4^2-4\times4\times1=0$ ⇨ 중근

02 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$\{-(k-2)\}^2-k=0$, $k^2-5k+4=0$

$(k-1)(k-4)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=4$

03 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$b'^2-ac>0$이어야 한다.

$2^2-2k>0$, $-2k>-4$

$\therefore k<2$

04 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$b^2-4ac>0$이어야 한다.

$(-3)^2-4k>0$, $-4k>-9$, $k<\frac{9}{4}$

이때 정수 k의 최댓값은 2이다.

$\therefore 2$

05 $6x^2+ax-b=6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)$

$=6x^2+x-1$

즉, $a=1$, $b=1$이므로 $a+b=2$

06 (i) 정민이는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+b=(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

즉, $b=-6$

(ii) 수영이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+ax+\square=(x+4)(x-3)=x^2+x-12$

즉, $a=1$

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+x-6=0$이므로

$(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

07 $x=-3+\sqrt{7}$에서 $x+3=\sqrt{7}$

양변을 제곱하면

$(x+3)^2=7$, $x^2+6x+9=7$, $x^2+6x+2=0$

$\therefore k=2$

08 $\frac{n(n-3)}{2}=90$에서

$n^2-3n=180,\ n^2-3n-180=0$

$(n+12)(n-15)=0,\ n=15\ (\because n>3)$

즉, 대각선의 개수가 90인 다각형은 십오각형이므로 십오각형의 변의 개수는 15이다.

09 $40t-5t^2=0$에서

$t^2-8t=0,\ t(t-8)=0,\ t=8\ (\because t>0)$

즉, 공이 지면에 떨어지는 것은 공을 쏘아 올린 지 8초 후이다.

10 두 자연수 중 큰 수를 x로 놓으면 작은 수는 $x-3$이므로

$x(x-3)=88,\ x^2-3x-88=0$

$(x+8)(x-11)=0,\ x=11\ (\because x$는 3보다 큰 자연수$)$

즉, 두 자연수 중 큰 수는 11이다.

11 연속하는 두 자연수를 $x,\ x+1$로 놓으면

$x^2+(x+1)^2=113,\ 2x^2+2x-112=0$

$x^2+x-56=0,\ (x+8)(x-7)=0$

$x=7\ (\because x$는 자연수$)$

즉, 연속하는 두 자연수는 7, 8이므로 이들의 합은 15이다.

12 형의 나이를 x살로 놓으면 동생의 나이는 $(x-4)$살이므로

$2(x-4)^2=x^2+17,\ 2x^2-16x+32=x^2+17$

$x^2-16x+15=0,\ (x-1)(x-15)=0$

$x=15\ (\because x>4)$

즉, 형의 나이는 15살이다.

13 모둠의 학생 수를 x로 놓으면 한 사람이 받을 초콜릿 수는 $(x-4)$이므로

$x(x-4)=60,\ x^2-4x-60=0$

$(x+6)(x-10)=0,\ x=10\ (\because x>4)$

즉, 이 모둠의 학생 수는 10이다.

14 일차함수 $y=\frac{a}{3}x-6$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$\frac{a}{3}<0,\ a<0$

$y=\frac{a}{3}x-6$에 $x=6a+3,\ y=a^2+2a$를 대입하면

$a^2+2a=a(2a+1)-6,\ a^2-a-6=0$

$(a+2)(a-3)=0,\ a=-2\ (\because a<0)$

15 $\overline{\mathrm{AP}}=x$ cm로 놓으면

$\overline{\mathrm{BP}}=(16-x)$ cm이므로 (단, $\overline{\mathrm{AP}}<\overline{\mathrm{BP}}$)

$x^2+(16-x)^2=130,\ 2x^2-32x+126=0$

$x^2-16x+63=0,\ (x-7)(x-9)=0$

$x=7\ (\because \overline{\mathrm{AP}}<\overline{\mathrm{BP}})$

즉, $\overline{\mathrm{AP}}=7$ cm, $\overline{\mathrm{BP}}=9$ cm이므로

두 정사각형의 넓이의 차는 $9^2-7^2=32(\mathrm{cm}^2)$

16 $(12-x)(7+x)=48$이므로

$84+5x-x^2=48,\ x^2-5x-36=0$

$(x+4)(x-9)=0,\ x=9\ (\because 0<x<12)$

17 도로의 폭을 x m로 놓으면

$(30-x)(24-x)=520,\ x^2-54x+200=0$

$(x-4)(x-50)=0,\ x=4\ (\because 0<x<24)$

즉, 도로의 폭은 4 m이다.

18 직육면체 모양의 상자 밑면의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

$x^2+4\times 2x=48,\ x^2+8x-48=0$

$(x+12)(x-4)=0,\ x=4\ (\because x>0)$

즉, 상자 밑면의 한 변의 길이는 4 cm이다.

기출 Best 쌍둥이

39~41p

01 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac<0$인 것을 찾는다.

① $1^2-4\times 2\times(-4)=33$ ⇨ 서로 다른 두 근

② $(-4)^2-4\times 1\times 4=0$ ⇨ 중근

③ $3^2-4\times 1\times 5=-11$ ⇨ 근이 없다.

④ $(-5)^2-4\times 3\times 1=13$ ⇨ 서로 다른 두 근

⑤ $(-1)^2-4\times 1\times(-1)=5$ ⇨ 서로 다른 두 근

02 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$\{-(k-3)\}^2-4k=0,\ k^2-10k+9=0$

$(k-1)(k-9)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=9$

03 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$b^2-4ac>0$이어야 한다.

$1^2-8(k-1)>0,\ -8k+9>0,\ -8k>-9$

$\therefore k<\frac{9}{8}$

04 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$b'^2-ac>0$이어야 한다.

$(-2)^2-(k-1)>0,\ -k+5>0,\ -k>-5,\ k<5$

이때 정수 k의 최댓값은 4이다.

05 $2x^2+ax+b=2(x+2)(x-3)=2(x^2-x-6)$

$=2x^2-2x-12$

즉, $a=-2$, $b=-12$이므로

$a+b=-14$

06 (i) 유진이는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+q=(x+6)(x-2)=x^2+4x-12$

즉, $q=-12$

(ii) 희진이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+px+\square=(x+5)(x-6)=x^2-x-30$

즉, $p=-1$

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-x-12=0$이므로

$(x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

07 $x=4+\sqrt{7}$에서 $x-4=\sqrt{7}$

양변을 제곱하면

$(x-4)^2=7$, $x^2-8x+16=7$, $x^2-8x+9=0$

$\therefore k=9$

08 $\frac{n(n-3)}{2}=54$에서

$n^2-3n=108$, $n^2-3n-108=0$

$(n+9)(n-12)=0$, $n=12$ ($\because n>3$)

즉, 대각선의 개수가 54인 다각형은 십이각형이다.

09 $-5t^2+20t+25=0$에서

$t^2-4t-5=0$, $(t+1)(t-5)=0$, $t=5$ ($\because t>0$)

즉, 공이 지면에 떨어지는 것은 공을 쏘아 올린 지 5초 후이다.

10 두 자연수 중 큰 수를 x로 놓으면 작은 수는 $x-5$이므로

$x^2+(x-5)^2=157$, $2x^2-10x-132=0$

$x^2-5x-66=0$, $(x+6)(x-11)=0$

$x=11$ ($\because x$는 5보다 큰 자연수)

즉, 두 자연수 중 큰 수는 11이다.

11 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$로 놓으면

$x^2+(x+2)^2=802$, $2x^2+4x-798=0$

$x^2+2x-399=0$, $(x+21)(x-19)=0$

$x=19$ ($\because x$는 자연수)

즉, 연속하는 두 홀수는 19, 21이므로 이들의 합은 40이다.

12 동생의 나이를 x살로 놓으면 언니의 나이는 $(x+3)$살이므로

$(x+3)^2=2x^2-7$, $x^2+6x+9=2x^2-7$

$x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$

$x=8$ ($\because x>0$)

즉, 동생의 나이는 8살이다.

13 모둠의 학생 수를 x로 놓으면 한 사람이 받을 사탕 수는 $x-2$이므로

$x(x-2)=24$, $x^2-2x-24=0$

$(x+4)(x-6)=0$, $x=6$ ($\because x>2$)

즉, 이 모둠의 학생 수는 6이다.

14 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+5$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로

$\frac{a}{2}<0$, $a<0$

$y=\frac{a}{2}x+5$에 $x=a-1$, $y=a^2+2a+2$를 대입하면

$a^2+2a+2=\frac{a}{2}(a-1)+5$, $2a^2+4a+4=a^2-a+10$

$a^2+5a-6=0$, $(a+6)(a-1)=0$, $a=-6$ ($\because a<0$)

15 $\overline{BP}=x$ cm로 놓으면

$\overline{AP}=(12-x)$ cm이므로 (단, $\overline{AP}>\overline{BP}$)

$(12-x)^2+x^2=80$, $2x^2-24x+64=0$

$x^2-12x+32=0$, $(x-4)(x-8)=0$

$x=4$ ($\because \overline{AP}>\overline{BP}$)

즉, $\overline{BP}=4$ cm이므로 작은 정사각형의 넓이는 $4^2=16(\text{cm}^2)$

16 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이를 x m로 놓으면

$(x+4)(x-6)=264$, $x^2-2x-288=0$

$(x+16)(x-18)=0$, $x=18$ ($\because x>6$)

즉, 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이는 18 m이다.

17 길의 폭을 x m로 놓으면

$(12-x)(12-2x)=54$, $2x^2-36x+90=0$

$x^2-18x+45=0$, $(x-3)(x-15)=0$

$x=3$ ($\because 0<x<6$)

즉, 이 길의 폭은 3 m이다.

18 처음 정사각형 모양의 두꺼운 종이의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

$5(x-10)^2=200$, $(x-10)^2=40$

$x-10=\pm\sqrt{40}$, $x=10\pm2\sqrt{10}$

이때 $x>10$이므로 $x=10+2\sqrt{10}$

즉, 처음 정사각형 모양의 두꺼운 종이의 한 변의 길이는 $(10+2\sqrt{10})$ cm이다.

집중공략 42~43p

1 (i) 이차방정식 $x^2-2x+a+2=0$은 서로 다른 두 근을 가지므로 $b'^2-ac>0$이어야 한다.

$b'^2-ac=(-1)^2-(a+2)>0,\ -a-1>0$

$-a>1,\ a<-1$

(ii) 이차방정식 $2x^2+2(a-1)x+a^2-1=0$은 중근을 가지므로 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$(a-1)^2-2(a^2-1)=0,\ -a^2-2a+3=0$

$a^2+2a-3=0,\ (a+3)(a-1)=0$

$a=-3$ 또는 $a=1$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 a의 값은 -3이다.

2 점 P의 좌표를 $(a,\ -a+10)$으로 놓으면

$\overline{\text{OQ}}=a,\ \overline{\text{PQ}}=-a+10\ (0<a<5)$이므로

$\square\text{OQPR}=a(-a+10)=24,\ -a^2+10a-24=0$

$a^2-10a+24=0,\ (a-4)(a-6)=0$

$a=4\ (\because\ 0<a<5)$

즉, 점 P의 좌표는 $(4,\ 6)$이다.

서술형 문제 44~45p

1 (1) 이차방정식 $x^2-3x-4=0$에서

$(x+1)(x-4)=0,\ x=-1$ 또는 $x=4$ …… ❶

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=4$

(2) (1)의 결과에 의하여

$a=-1+4=3,\ b=-1\times4=-4$ …… ❷

$\therefore\ a=3,\ b=-4$

(3) 구하는 이차방정식은

$2(x+4)(x-3)=0,\ 2(x^2+x-12)=0$

$2x^2+2x-24=0$ …… ❸

$\therefore\ 2x^2+2x-24=0$

채점기준	배점
❶ 인수분해를 이용하여 해를 바르게 구하였다.	2
❷ $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식을 바르게 구하였다.	2

2 (1) 연속하는 세 자연수 중 가장 작은 수를 x로 놓으면 나머지 두 수는 $x+1,\ x+2$이므로

$(x+2)^2=x^2+(x+1)^2,\ x^2+4x+4=2x^2+2x+1$

$\therefore\ x^2-2x-3=0$ …… ❶

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x+1)(x-3)=0,\ x=-1$ 또는 $x=3$

이때 x는 자연수이므로 $x=3$이다. …… ❷

즉, 세 자연수 중 가장 큰 수는 $3+2=5$ …… ❸

$\therefore\ 5$

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 1회 46~48p

01 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$에서 $b'^2-ac>0$인 것을 찾는다.

① $(-2)^2-4\times1=0$ ⇨ 중근

② $(-10)^2-4\times25=0$ ⇨ 중근

③ $(-4)^2-2\times9=-2<0$ ⇨ 근이 없다.

④ $(-6)^2-1\times5=31>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

⑤ $(-6)^2-4\times13=-16<0$ ⇨ 근이 없다.

02 (i) 이차방정식 $2x^2-3x+k-1=0$은 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-3)^2-8(k-1)>0,\ -8k+17>0$

$-8k>-17,\ k<\dfrac{17}{8}$

(ii) 이차방정식 $x^2+(k-2)x+4=0$은 중근을 가지므로

$(k-2)^2-16=0,\ k^2-4k-12=0$

$(k+2)(k-6)=0,\ k=-2$ 또는 $k=6$

(i), (ii)에 의하여 $k=-2$

03 처음 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$으로 놓으면

(i) 아영이는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+b=(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$

즉, $b=-24$

(ii) 유진이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+ax+\square=(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$

즉, $a=-2$

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-2x-24=0$이므로

$(x+4)(x-6)=0,\ x=-4$ 또는 $x=6$

04 두 자연수 중 큰 수를 x로 놓으면 작은 수는 $x-4$이다.

$\therefore\ x^2+(x-4)^2=136$

05 n번째 가로열의 바둑돌의 수는 $n+1$, 세로열의 바둑돌의 수는 n이므로

$n(n+1)=132,\ n^2+n-132=0$

$(n+12)(n-11)=0,\ n=11\ (\because\ n$은 자연수$)$

즉, 바둑돌의 수가 132인 사각형 모양은 11번째이다.

06 무심결에 펼친 수학책의 두 쪽수를 각각 x, $x+1$로 놓으면

$x(x+1)=420$, $x^2+x-420=0$

$(x+21)(x-20)=0$, $x=20$ ($\because$ x는 자연수)

즉, 두 쪽수는 각각 20, 21이므로 이들의 합은 $20+21=41$

07 동생의 나이를 x살, 오빠의 나이를 $(x+3)$살로 놓으면

$x^2+(x+3)^2=185$, $2x^2+6x-176=0$

$x^2+3x-88=0$, $(x+11)(x-8)=0$

$\therefore$ $x=8$ ($\because$ $x>0$)

따라서 동생의 나이는 8살, 오빠의 나이는 11살이므로 오빠와 동생의 나이의 합은 $11+8=19$

08 $-5t^2+30t+40=80$에서

$-5t^2+30t-40=0$, $t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$, $t=2$ 또는 $t=4$

즉, 공이 두 번째로 지면으로부터의 높이가 80 m인 지점을 지나는 것은 공을 던진 지 4초 후이다.

09 점 P가 직선 $y=-2x+12$ 위의 점이므로 $b=-2a+12$

$\therefore$ $\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=-2a+12$ (단, $0<a<4$)

이때 $\square$OQPR$=a(-2a+12)=16$이므로

$-2a^2+12a-16=0$, $a^2-6a+8=0$

$(a-2)(a-4)=0$, $a=2$ ($\because$ $0<a<4$)

즉, 점 P의 좌표는 $(2, 8)$이므로 $a=2$, $b=8$

$\therefore$ $a+b=10$

10 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x m로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(3-x)$ m이므로

$(3-x)^2 : x^2=2:3$, $2x^2=3(3-x)^2$

$2x^2=3x^2-18x+27$, $x^2-18x+27=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-27}}{1}=9\pm3\sqrt{6}$$

$$x=9-3\sqrt{6}\left(\because \frac{3}{2}<x<3\right)$$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-3\sqrt{6})$ m이다.

11 구하는 시간을 x초로 놓으면

$(20-x)(16+4x)=20\times16$, $-4x^2+64x=0$

$x^2-16x=0$, $x(x-16)=0$

$x=16$ ($\because$ $0<x<20$)

즉, 넓이가 처음 직사각형과 같아지는 데 16초가 걸린다.

12 $(35-x)(20-x)=450$이므로

$x^2-55x+250=0$, $(x-5)(x-50)=0$

$x=5$ ($\because$ $0<x<20$)

13 두 근이 $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$이고, x^2의 계수가 10인 이차방정식은

$10\left(x+\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$, $10\left(x^2-\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}\right)=0$

$10x^2-3x-1=0$ ······ ❶

즉, $a=10$, $b=-3$, $c=-1$이므로 ······ ❷

$a+b+c=10+(-3)+(-1)=6$ ······ ❸

$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 구하였다.	2
❷ a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b+c$의 값을 바르게 구하였다.	1

14 연속하는 세 짝수를 x, $x+2$, $x+4$로 놓으면

$(x+4)^2=x^2+(x+2)^2-48$ ······ ❶

$x^2+8x+16=2x^2+4x-44$, $x^2-4x-60=0$

$(x+6)(x-10)=0$, $x=10$ ($\because$ x는 자연수) ······ ❷

이때 연속하는 세 짝수는 10, 12, 14이므로 구하는 합은

$10+12+14=36$ ······ ❸

$\therefore$ 36

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
❸ 세 짝수의 합을 바르게 구하였다.	2

15 구하는 시간을 x초 후로 놓으면 각각

$\overline{DP}=(20-2x)$ cm, $\overline{DQ}=x$ cm이므로

$\triangle DPQ=\frac{1}{2}x(20-2x)=24$ ······ ❶

$10x-x^2=24$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$, $x=4$ 또는 $x=6$ ······ ❷

즉, 처음으로 $\triangle$DPQ의 넓이가 24 cm^2가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다. ······ ❸

$\therefore$ 4초 후

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
❸ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

16 (1) 접은 부분의 한쪽 길이가 x cm이므로 색칠한 부분의 가로의 길이는 $(60-2x)$이다. ······ ❶

즉, 색칠한 부분의 넓이에서

$x(60-2x)=60x-2x^2$ ······ ❷

$\therefore$ $60x-2x^2$

(2) $60x-2x^2=450$, $x^2-30x+225=0$

$(x-15)^2=0$, $x=15$ (중근) ······ ❸

$\therefore$ 15

채점기준	배점
❶ 색칠한 부분의 가로의 길이를 x에 대하여 바르게 나타내었다.	1
❷ 색칠한 부분의 넓이를 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
❸ x의 값을 바르게 구하였다.	3

실전 문제 2회

47~51p

01 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가지므로

$(-3)^2-k=0$, $k=9$

이차방정식 $2x^2+x-1=0$에서

$(2x-1)(x+1)=0$, $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

02 $x=3+\sqrt{7}$에서 $x-3=\sqrt{7}$

양변을 제곱하면

$(x-3)^2=7$, $x^2-6x+9=7$, $x^2-6x+2=0$

즉, $a=-6$, $b=2$이므로 $a+b=-4$

03 $\langle x\rangle=A$로 치환하면

$A^2+3A-10=0$, $(A+5)(A-2)=0$

$A=2$ ($\because$ A는 자연수)

이때 $\langle x\rangle=2$이므로 자연수 x의 약수의 개수는 2이고, 이러한 자연수는 소수뿐이다.

즉, 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7이므로 이들의 총합은

$2+3+5+7=17$

04 십의 자리의 숫자를 x로 놓으면 일의 자리의 숫자는 $13-x$이므로

$x(13-x)=10x+(13-x)-18$, $-x^2+13x=9x-5$

$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$

$x=5$ ($\because$ x는 한 자리 자연수)

즉, 구하는 두 자리 자연수는 58이다.

05 $-5t^2+30t=40$에서

$t^2-6t+8=0$, $(t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$

따라서 축구공의 높이가 40 m 이상인 것은 공을 차 올린 지 2초 후부터 4초 후까지 2초 동안이다.

06 세로줄의 개수를 x로 놓으면 가로줄의 개수는 $42-x$이므로

$x(42-x)=440$, $x^2-42x+440=0$

$(x-20)(x-22)=0$, $x=22$ ($\because$ $21<x<42$)

즉, 세로줄의 개수는 22이다.

07 직선 $2x+my=3$이 제2사분면을 지나지 않으므로

$my=-2x+3$, $y=-\frac{2}{m}+\frac{3}{m}$에서 $-\frac{2}{m}>0$, $m<0$

$2x+my=3$에 $x=2m^2$, $y=m-2$를 대입하면

$4m^2+m^2-2m=3$, $5m^2-2m-3=0$

$(5m+3)(m-1)=0$, $m=-\frac{3}{5}$ ($\because$ $m<0$)

08 $\angle ABC=\angle ACB=72^\circ$이므로

$\angle DBA=\angle DBC=36^\circ$, $\angle BDC=72^\circ$

즉, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=x$로 놓으면

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$, $10:x=x:(10-x)$

$x^2=100-10x$, $x^2+10x=100$

$(x+5)^2=125$, $x=-5+5\sqrt{5}$ ($\because$ $0<x<10$)

즉, $\overline{BC}$의 길이는 $-5+5\sqrt{5}$이다.

09 학급 게시판의 가로의 길이를 x로 놓으면

$x:(x-2)=(x-2):2$, $x^2-4x+4=2x$

$x^2-6x+4=0$, $(x-3)^2=5$, $x=3+\sqrt{5}$ ($\because$ $x>2$)

즉, 학급 게시판의 가로의 길이는 $(3+\sqrt{5})$ m이다.

10 $\overline{BC}=2x$ cm로 놓으면 $\overline{AC}=(20-2x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times100\pi-\frac{1}{2}(10-x)^2\pi-\frac{1}{2}x^2\pi=24\pi$

$100-(10-x)^2-x^2=48$

$-2x^2+20x-48=0$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$, $x=4$ ($\because$ $0<x<5$)

즉, $\overline{BC}$의 길이는 $2\times4=8$(cm)

11 구하는 시간을 x초 후로 놓으면

$\overline{BP}=(15-x)$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times2x(15-x)=50$, $15x-x^2=50$

$x^2-15x+50=0$, $(x-5)(x-10)=0$, $x=5$ 또는 $x=10$

즉, 처음으로 $\triangle PBQ$의 넓이가 50 cm^{2}가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 5초 후이다.

12 $a+2b=20$이므로 $a=20-2b$로 놓고

$ab=42$에 $a=20-2b$를 대입하면

$(20-2b)b=42$, $-2b^2+20b-42=0$

$b^2-10b+21=0$, $(b-3)(b-7)=0$, $b=3$ ($\because$ $a>b$)

$a=20-2b$에 $b=3$을 대입하면 $a=14$

$\therefore a+b=17$

13 (1) 이차방정식 $2x^2+2x-12=0$에서

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$, $x=-3$ 또는 $x=2$

즉, $\alpha=2$, $\beta=-3$ ($\because \alpha>\beta$) …… ❶

$\therefore \alpha=2$, $\beta=-3$

(2) x^2의 계수가 1이고 두 수 3과 -2를 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-3)(x+2)=0$, $x^2-x-6=0$ …… ❷

$\therefore x^2-x-6=0$

채점기준	배점
❶ α, β의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 구하였다.	3

14 (1) 영수는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+q=(x+6)(x-2)=x^2+4x-12$

즉, $q=-12$ …… ❶

태희는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+px+\square=(x+4)(x-5)=x^2-x-20$

즉, $p=-1$ …… ❷

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-x-12=0$이다. …… ❸

$\therefore x^2-x-12=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x+3)(x-4)=0$, $x=-3$ 또는 $x=4$ …… ❹

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

채점기준	배점
❶ q의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ p의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 처음 이차방정식을 바르게 구하였다.	1
❹ 처음 이차방정식을 바르게 풀었다.	2

15 (1) 동생의 나이를 x살로 놓으면 언니의 나이는 $(x+2)$살이므로

$3x=(x+2)^2-60$, $3x=x^2+4x-56$

$x^2+x-56=0$ …… ❶

$\therefore x^2+x-56=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x+8)(x-7)=0$, $x=7$ ($\because x>0$) …… ❷

즉, 동생의 나이는 7살, 언니의 나이는 9살이다. …… ❸

$\therefore$ 동생의 나이: 7살, 언니의 나이: 9살

채점기준	배점
❶ x에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 동생과 언니의 나이를 각각 바르게 구하였다.	2

16 (1) 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)$ cm이므로

$x^2+(10-x)^2=58$, $x^2+x^2-20x+100=58$

$2x^2-20x+42=0$, $x^2-10x+21=0$ …… ❶

$\therefore x^2-10x+21=0$

(2) (1)의 결과에 의하여

$(x-3)(x-7)=0$, $x=7$ ($\because 5<x<10$) …… ❷

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다. …… ❸

$\therefore$ 7 cm

채점기준	배점
❶ x에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 바르게 구하였다.	1

최다 오답 문제 52p

평소 물건의 가격을 A원, 판매량을 B로 놓으면 인상 이전의 총 수익은 AB원이다.

물건의 가격을 x % 인상한 가격은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$원,

인상했을 때의 판매량은 $0.5x$ % 감소한

$B\left(1-\frac{0.5x}{100}\right)=B\left(1-\frac{x}{200}\right)$

인상했을 때의 총 수익이 인상 이전에 비해 12 % 증가했으므로

$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{x}{200}\right)=AB\left(1+\frac{12}{100}\right)$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{200}\right)=\frac{112}{100}$

$1+\frac{x}{200}-\frac{x^2}{20000}=\frac{112}{100}$, $x^2-100x+2400=0$

$(x-40)(x-60)=0$

$\therefore x=40$ ($\because x<50$)

Ⅳ 이차함수

01 이차함수와 그 그래프

기출 Best

56~59p

01 정리한 것이 y가 x에 대한 이차식인 것,
즉, $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.
이때 x^2항의 계수만 확인하면 된다.
④ $y=2x^3-2x^2-2x$ (이차함수가 아니다.)

02 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때,
$y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.
ㄱ. $y=\pi x^2$
(이차함수, π는 원주율이므로 문자가 아닌 계수로 본다.)
ㄴ. $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)
ㄷ. $y=4x$ (일차함수)
ㄹ. $y=100x$ (일차함수)
ㅁ. $y=x^2+(x+1)^2$, $y=2x^2+2x+1$ (이차함수)
따라서 y가 x의 이차함수인 것은 ㄱ, ㅁ이다.

03 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.
이때 $y=ax^2+ax+5$이므로 $a\neq0$

04 $f(1)=-1+2+3=4$, $f(-2)=-4-4+3=-5$이므로
$f(1)-f(-2)=4-(-5)=9$

05 $f(0)=c=-5$
$f(2)=8+2b-5=9$, $2b=6$, $b=3$
즉, $f(x)=2x^2+3x-5$
$\therefore f(1)=2+3-5=0$

06 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하려면 $a<0$이어야 한다. 즉, $a<0$인 것은 $y=-x^2$, $y=-5x^2$, $y=-2x^2$의 3개이다.

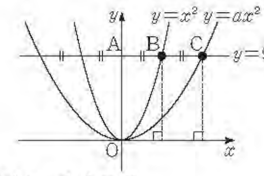
07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a>0$이어야 하고, 그래프의 폭은 a의 절댓값이 클수록 좁아진다.

08 x축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=\frac{4}{5}x^2$이다.
$y=\frac{4}{5}x^2$에 $x=-5$, $y=k$를 대입하면
$k=\frac{4}{5}\times25=20$

09 꼭짓점이 $(0,\ 0)$이므로 이차함수의 그래프의 식은 $y=ax^2$ 꼴이다. $y=ax^2$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면 $a=3$
따라서 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y=3x^2$이다.

10 ① y축 $(x=0)$을 축으로 한다.
② $a>0$이므로 아래로 볼록하다.
③ $x>0$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프이다.

11 $y=x^2$에 $y=9$를 대입하면
$x^2=9$, $x=\pm3$
$\therefore$ B(3, 9)
이때 $\overline{BC}=\overline{AB}=3$이므로 C(6, 9)
따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 C(6, 9)를 지나므로
$9=36a$, $a=\frac{1}{4}$

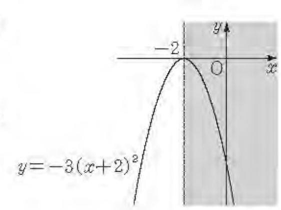


12 □ABCD가 정사각형이고, 점 C의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로
A$(-3,\ 9a)$, B$(-3,\ 0)$, D$(3,\ 9a)$
이때 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$6=9a$, $a=\frac{2}{3}$

13 $y=\frac{1}{2}x^2 \xrightarrow[3]{y축} y=\frac{1}{2}x^2+3$
따라서 $y=\frac{1}{2}x^2+3$에 $x=2$, $y=k$를 대입하면
$k=\frac{1}{2}\times4+3=5$

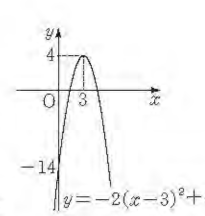
14 꼭짓점이 $(-2,\ 0)$인 이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2$ 꼴이다.
이때 점 $(0,\ -4)$를 지나므로
$y=a(x+2)^2$에 $x=0$, $y=-4$를 대입하면
$-4=4a$, $a=-1$
$\therefore y=-(x+2)^2$

15 이차함수 $y=-3(x+2)^2$의 그래프는 그림과 같다.
이때 $x>-2$에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



16 축의 방정식은 $x=7$, 꼭짓점의 좌표는 $(7,\ 6)$이므로
$a=7$, $b=7$, $c=6$
$\therefore a+b+c=20$

17 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다.
이때 위로 볼록하고 y절편이 -14이므로 그래프는 그림과 같다.
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.



18 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 -2는 변함이 없다.

19 $y=5(x+2)^2-3 \xrightarrow[y축:\ n]{x축:\ m} y=5(x-m+2)^2-3+n$

이때 $-m+2=-1$, $-3+n=1$이므로

$m=3$, $n=4$

$\therefore m+n=7$

20 $y=-2x^2 \xrightarrow[y축:\ 3]{x축:\ -1} y=-2(x+1)^2+3$

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x+1)^2+3$, $y=2(x+1)^2-3$

21 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ -3)$이므로 이차함수의 식은 $y=a(x+4)^2-3$ 꼴이다.

$y=a(x+4)^2-3$에 $x=0$, $y=5$를 대입하면

$5=16a-3$, $-16a=-8$, $a=\frac{1}{2}$

즉, $a=\frac{1}{2}$, $p=-4$, $q=-3$이므로 $a-p+q=\frac{3}{2}$

22 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{9}(x+2)^2+q$ 꼴이다.

$y=\frac{1}{9}(x+2)^2+q$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{9}\times9+q$, $q=-1$

즉, $p=-2$, $q=-1$이므로 $p+q=-3$

23 ③ 축의 방정식은 $x=1$이다.

⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

24 이차함수 $y=a(x-p)^2-q$의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ -q)$이고, 제2사분면 위의 점이므로

$p<0$, $-q>0$

즉, $p<0$, $q<0$

(i), (ii)에 의하여 $a<0$, $p<0$, $q<0$

기출 Best 쌍둥이

60~63p

01 정리한 것이 y가 x에 대한 이차식인 것, 즉, $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.

이때 x^2항의 계수만 확인하면 된다.

③ $y=x^2-4+x-x^2$, $y=x-4$ (일차함수)

02 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때, $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.

ㄱ. $y=\frac{1}{2}x^2$ (이차함수)

ㄴ. $y=\frac{1}{2}(x+2x)\times6$, $y=9x$ (일차함수)

ㄷ. $y=x(12-x)$, $y=-x^2+12x$ (이차함수)

ㄹ. $y=4\pi x^2$

(이차함수, π는 원주율이므로 문자가 아닌 계수로 본다.)

따라서 y가 x의 이차함수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

03 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

이때 $y=k^2x^2-3k(x^2+2x+1)$, $y=(k^2-3k)x^2-6kx-3k$

$k^2-3k\neq0$, $k(k-3)\neq0$

즉, $k\neq0$, $k\neq3$이어야 한다.

04 $f(1)=2+5-7=0$, $f(2)=8+10-7=11$이므로

$f(1)+f(2)=11$

05 $f(-1)=-1-a-b=1$, $a+b=-2$

$f(1)=-1+a-b=11$, $a-b=12$

두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=-7$

즉, $f(x)=-x^2+5x+7$이므로

$f(3)=-9+15+7=13$, $f(-2)=-4-10+7=-7$

$\therefore f(3)-f(-2)=20$

06 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a>0$이어야 한다. 즉, $a>0$인 것은 $y=3x^2$, $y=5x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=x^2$의 4개이다.

07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하려면 $a<0$이어야 하고, 그래프의 폭은 a의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

08 x축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=-\frac{3}{4}x^2$이다. $y=-\frac{3}{4}x^2$에 $x=-2$, $y=k$를 대입하면

$k=\left(-\frac{3}{4}\right)\times4=-3$

09 꼭짓점이 $(0,\ 0)$이므로 이차함수의 그래프의 식은 $y=ax^2$ 꼴이다. $y=ax^2$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=4a$, $a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 그래프의 식은 $y=-x^2$이다.

10 ① y축 $(x=0)$을 축으로 한다.

② y절편은 0이다.

④ a의 절댓값이 커질수록 그래프의 폭은 좁아진다.

⑤ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프이다.

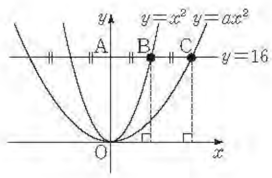
11 $y=x^2$에 $y=16$을 대입하면

$x^2=16$, $x=\pm4$

$\therefore$ B(4, 16)

이때 $\overline{BC}=\overline{AB}=4$이므로

C(8, 16)



따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 C(8, 16)을 지나므로

$16=64a$, $a=\frac{1}{4}$

12 □ABCD가 정사각형이고, 점 B의 좌표가 $(-4, 0)$이므로

A$(-4, 16a)$, C$(4, 0)$, D$(4, 16a)$

이때 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$8=16a$, $a=\frac{1}{2}$

13 $y=-4x^2 \xrightarrow[2]{y축} y=-4x^2+2$

따라서 $y=-4x^2+2$에 $x=-\frac{1}{4}$, $y=m$을 대입하면

$m=(-4)\times\frac{1}{16}+2=\frac{7}{4}$

14 꼭짓점이 $(3, 0)$인 이차함수의 식은 $y=a(x-3)^2$ 꼴이다.

이때 점 $\left(0, \frac{9}{2}\right)$를 지나므로

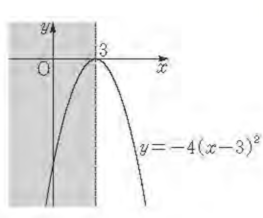
$y=a(x-3)^2$에 $x=0$, $y=\frac{9}{2}$를 대입하면

$\frac{9}{2}=9a$, $a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-3)^2$

15 이차함수 $y=-4(x-3)^2$의 그래프는 그림과 같다.

이때 $x<3$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

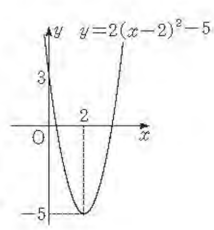


16 축의 방정식은 $x=-5$, 꼭짓점의 좌표는 $(-5, -10)$이다.

17 축의 방정식은 $x=2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$이다.

이때 아래로 볼록하고 y절편이 3이므로 그래프는 그림과 같다.

따라서 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.



18 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 3은 변함이 없다.

19 $y=(x-1)^2+2 \xrightarrow[y축:\ n]{x축:\ m} y=(x-m-1)^2+2+n$

이때 $-m-1=3$, $2+n=-1$이므로

$m=-4$, $n=-3$

$\therefore m-n=-1$

20 $y=3x^2 \xrightarrow[y축:\ -4]{x축:\ 1} y=3(x-1)^2-4$

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=3(x-1)^2-4$, $y=-3(x-1)^2+4$

21 꼭짓점의 좌표가 $(2, 4)$이므로 이차함수의 식은 $y=a(x-2)^2+4$ 꼴이다.

$y=a(x-2)^2+4$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면

$3=4a+4$, $-4a=1$, $a=-\frac{1}{4}$

즉, $a=-\frac{1}{4}$, $p=2$, $q=4$이므로

$apq=-2$

22 축의 방정식이 $x=3$이므로 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+q$ 꼴이다.

$y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+q$에 $x=5$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\left(-\frac{1}{2}\right)\times4+q$, $q=-4$

즉, $p=-3$, $q=-4$이므로

$p+q=-7$

23 ① 위로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=3$이다.

④ 이차함수 $y=2(x-3)^2$의 그래프와 폭이 같다.

⑤ $x>3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

24 이차함수 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프에 대하여

(i) 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(-p, q)$이고, 제4사분면 위의 점이므로

$-p>0$, $q<0$

즉, $p<0$, $q<0$

(i), (ii)에 의하여 $a>0$, $p<0$, $q<0$

집중 공략 64~65p

1 점 C의 x좌표를 $a\ (a>0)$로 놓으면

$$\mathrm{A}(-a,\ 2a^2),\ \mathrm{B}(-a,\ -a^2),\ \mathrm{C}(a,\ -a^2),\ \mathrm{D}(a,\ 2a^2)$$

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}$

이때 $\overline{\mathrm{BC}}=2a$, $\overline{\mathrm{CD}}=3a^2$이므로

$$2a=3a^2,\ 3a^2-2a=0,\ a(3a-2)=0,\ a=\frac{2}{3}\ (\because a>0)$$

즉, □ABCD는 한 변의 길이가 $\overline{\mathrm{BC}}=2a=\frac{4}{3}$인 정사각형이므로 □ABCD$=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

2 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$라 하면

(가)에서 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프와 모양과 폭이 같으므로 $a=-3$

(나)에서 축의 방정식은 $x=-1$이므로 $p=-1$

이때 구하는 이차함수의 식의 꼴은 $y=-3(x+1)^2+q$임을 알 수 있다.

(다)에서 $y=-3(x+1)^2+q$에 $x=1$, $y=-7$을 대입하면

$$-7=-12+q,\ q=5$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-3(x+1)^2+5$이다.

서술형 문제 66~67p

1 이차함수 $y=ax^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-4)^2+1$ …… ❶

(i) $y=a(x-4)^2+1$에 $x=5$, $y=-1$을 대입하면

$-1=a+1,\ a=-2$ …… ❷

(ii) $y=-2(x-4)^2+1$에 $x=2$, $y=k$를 대입하면

$k=-8+1=-7$ …… ❸

(i), (ii)에 의하여 $a+k=-2+(-7)=-9$ …… ❹

$\therefore -9$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ $a+k$의 값을 바르게 구하였다.	1

2 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로

구하는 이차함수의 식의 꼴은 $y=a(x-2)^2+3$이다. …… ❶

이때 이차함수의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$y=a(x-2)^2+3$에 $x=0$, $y=-1$을 대입하면

$-1=4a+3,\ -4a=4,\ a=-1$ …… ❷

즉, 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x-2)^2+3$이다. …… ❸

$\therefore y=-(x-2)^2+3$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	2

실전 문제 1회 68~71p

01 주어진 문장을 등식으로 나타내었을 때,

$y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.

① $y=2(x+3)$ (일차함수)

② $xy=24$, $y=\frac{24}{x}$ (반비례 관계)

③ $y=60x$ (일차함수)

④ $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)

⑤ $y=9x^2$ (이차함수)

02 $f(1)=0-4=-4$, $f(-1)=8-4=4$이므로

$$3f(1)+f(-1)=3\times(-4)+4=-8$$

03 $-\frac{5}{2}<-2$이므로 이차함수 $y=-\frac{5}{2}x^2$의 그래프는 위로 볼록하고, 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

따라서 그래프로 적당한 것은 ㉢이다.

04 (i) $y=ax^2$에 $x=2$, $y=4$를 대입하면

$4=4a,\ a=1$

(ii) $y=x^2$에 $x=b$, $y=9$를 대입하면

$9=b^2,\ b=-3\ (\because b<0)$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=-2$

05 (i) $y=3x^2$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면

$a=12$

(ii) 두 이차함수 $y=3x^2$, $y=bx^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로

$b=-3$

(i), (ii)에 의하여 $a-b=15$

06 ④ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 클수록 좁아진다. 즉, $|-2|<|4|$이므로 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프의 폭보다 좁다.

07 $y=-5x^2 \xrightarrow[q]{y축} y=-5x^2+q$

따라서 $y=-5x^2+q$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면

$3=-5+q,\ q=8$

08 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x축 위에 있으려면 $y=$(x에 대한 완전제곱식) 꼴이어야 한다.

⑤ $y=(x-3)^2$

09 $y=x^2 \xrightarrow[y\text{축}:\ b]{x\text{축}:\ a} y=(x-a)^2+b$

즉, $a=-2$, $b=1$이므로

$a+b=-1$

10 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이다.

① $(-2,\ 3)$ ② $(-1,\ -2)$

③ $(2,\ 2)$ ⑤ $(0,\ -3)$

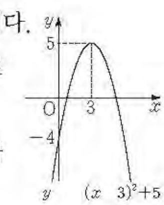
11 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 작을수록 넓다.

즉, $\left|-\frac{1}{4}\right|<\left|-\frac{1}{3}\right|<\left|\frac{1}{2}\right|<|-1|<|3|$이므로

그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ⑤이다.

12 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 5)$이다. 이때 위로 볼록하고 y절편이 -4이므로 그래프는 그림과 같다.

따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.



13 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 -1은 변함이 없다.

14 $y=-3x^2 \xrightarrow[y\text{축}:\ b]{x\text{축}:\ a} y=-3(x-a)^2+b$

즉, $a=-2$, $b=-4$이므로

$a+b=-6$

15 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1 \xrightarrow[\text{대칭}]{x\text{축}} y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$

이 그래프가 점 $(k,\ -7)$을 지나므로

$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$에 $x=k$, $y=-7$을 대입하면

$-7=-\frac{1}{2}(k+2)^2+1$, $\frac{1}{2}(k+2)^2=8$

$(k+2)^2=16$, $k+2=\pm4$, $k=2$ 또는 $k=-6$

이때 $k>0$이므로 $k=2$

16 $y=-2x^2 \xrightarrow[y\text{축}:\ 2]{x\text{축}:\ -3} y=-2(x+3)^2+2$

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x+3)^2+2$, $y=2(x+3)^2-2$

17 ① 위로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=2$이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -4)$이다.

④ 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

18 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여

(i) 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이고, 제4사분면 위의 점이므로

$p>0$, $q<0$

(i), (ii)에 의하여 $a>0$, $p>0$, $q<0$

19 $f(-2)=-8+2a+7=-7$이므로 $2a=-6$, $a=-3$ ······ ❶

즉, $f(x)=-2x^2+3x+7$이므로

$f(3)=-18+9+7=-2$

즉, $b=-2$이므로 ······ ❷

$ab=-3\times(-2)=6$ ······ ❸

$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ ab의 값을 바르게 구하였다.	1

20 (i) $y=-4x^2$에 $x=-1$, $y=a$를 대입하면

$a=-4$ ······ ❶

(ii) 두 이차함수 $y=-4x^2$, $y=bx^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로

$b=4$ ······ ❷

(i), (ii)에 의하여 $a+b=-4+4=0$ ······ ❸

$\therefore$ 0

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

21 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-p)^2+q$이다. ······ ❶

즉, $p=3$, $q=5$이므로 ······ ❷

$p+q=3+5=8$ ······ ❸

$\therefore$ 8

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ p, q의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $p+q$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 (가)에서 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 모양과 폭이 같으므로

$a=3$ …… ❶

(나)에서 축의 방정식은 $x=2$이므로 $p=2$ …… ❷

이때 이차함수의 식의 꼴은 $y=3(x-2)^2+q$이다.

(다)에서 $y=3(x-2)^2+q$에 $x=3$, $y=-1$을 대입하면

$-1=3+q$, $q=-4$ …… ❸

즉, $a=3$, $p=2$, $q=-4$이므로

$a+p+q=3+2+(-4)=1$ …… ❹

$\therefore$ 1

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ p의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ q의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ $a+p+q$의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 2회 72~75p

01 ④ $y=3x^2-3x^2-6x$, $y=-6x$ (일차함수)

02 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

$y=x^2+4x+4-ax^2+3x$, $y=(1-a)x^2+7x+4$

$1-a\neq0$, $a\neq1$

$\therefore$ $a\neq1$인 모든 실수

03 $f(3)=-9+15+a=2$, $a=-4$

즉, $f(x)=-x^2+5x-4$이므로

$f(b)=-b^2+5b-4=-10$, $b^2-5b-6=0$

$(b+1)(b-6)=0$, $b=-1$ ($\because$ $b<0$)

$\therefore$ $a+b=-5$

04 $y=-3x^2$에 $x=a$, $y=2a$를 대입하면

$2a=-3a^2$, $3a^2+2a=0$, $a(3a+2)=0$

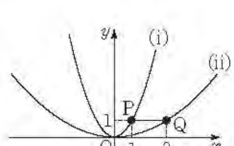
$a=-\frac{2}{3}$ ($\because$ $a\neq0$)

05 (i) $y=ax^2$에 $x=1$, $y=1$을 대입하면

$a=1$

(ii) $y=ax^2$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$1=9a$, $a=\frac{1}{9}$



(i), (ii)에 의하여 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 $\overline{PQ}$와 만나려면

$\frac{1}{9}\le a\le1$이어야 한다.

06 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 $\overline{PQ}$는 y축에 의하여 이등분된다.

즉, 점 P의 x좌표가 2이므로

$y=\frac{1}{2}\times4=2$

07 $\left|\frac{1}{2}\right|<|a|<|-2|$, 즉 $\frac{1}{2}<|a|<2$이어야 하므로

상수 a의 값으로 적절하지 않은 것은 ① -3이다.

08 ① 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 (라)이다.

09 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-2x^2$이다.

$y=-2x^2$에 $x=k$, $y=2k$를 대입하면

$2k=-2k^2$, $k^2+k=0$, $k(k+1)=0$

$\therefore$ $k=-1$ ($\because$ $k\neq0$)

10 $y=-\frac{1}{2}x^2+n$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면 $0=-2+n$, $n=2$

$y=x^2+m$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면 $0=4+m$, $m=-4$

즉, A$(0, 2)$, B$(-2, 0)$, C$(0, -4)$, D$(2, 0)$이므로

$\square$ABCD$=\triangle$ABD$+\triangle$BCD

$=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4=12$

11 꼭짓점이 $(-2, 0)$인 이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2$ 꼴이다.

즉, $p=-2$

$y=a(x+2)^2$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-2=4a$, $a=-\frac{1}{2}$

$\therefore$ $ap=1$

12 이차함수 $y=\frac{3}{4}(x+3)^2+k$의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, k)$이므로

$y=-2x+3$에 $x=-3$, $y=k$를 대입하면

$k=6+3=9$

13 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2-2 \xrightarrow[y축:\ n]{x축:\ m} y=-\frac{1}{3}(x-m-3)^2-2+n$

이때 $-m-3=1$, $-2+n=0$이므로

$m=-4$, $n=2$

$\therefore$ $\frac{m}{n}=-2$

14 $y=-2x^2 \xrightarrow[y축:\ -4]{x축:\ 1} y=-2(x-1)^2-4$

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x-1)^2-4$, $y=2(x-1)^2+4$

따라서 $y=2(x-1)^2+4$에 $x=k$, $y=22$를 대입하면

$22=2(k-1)^2+4$, $(k-1)^2=9$, $k=4$ ($\because k>0$)

15 (가), (나)에서 이차함수 $y=-2(x+1)^2-4$의 그래프와 폭이 같고, 아래로 볼록하므로 이차함수의 식의 꼴은 $y=2(x-p)^2+q$이다.

이때 (다)에서 꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로

이차함수의 식은 $y=2(x-2)^2+3$이다.

즉, $a=2$, $p=2$, $q=3$이므로

$a+p+q=7$

16 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이고 점 (0, -1)을 지나므로

$y=a(x-2)^2+1$에 $x=0$, $y=-1$을 대입하면

$-1=4a+1$, $-4a=2$, $a=-\frac{1}{2}$

따라서 그래프가 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$이다.

17 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q)이고, 제2사분면 위의 점이므로

$p<0$, $q>0$

(i), (ii)에 의하여 $a<0$, $p<0$, $q>0$

18 $y=ax^2$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면 $-1=4a$, $a=-\frac{1}{4}$

이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로

B$(-8, -16)$, C$(8, -16)$

이때 □ABCD는 $\overline{AD}=4$, $\overline{BC}=16$이고 높이가 15인 사다리꼴이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(4+16)\times15=150$

19 (i) $y=ax^2$에 $x=3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=9a$, $a=-\frac{2}{3}$ …… ❶

(ii) $y=-\frac{2}{3}x^2$에 $x=k$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하면

$-\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}k^2$, $k^2=\frac{9}{4}$, $k=\frac{3}{2}$ ($\because k>0$) …… ❷

(i), (ii)에 의하여 $ak=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{2}=-1$ …… ❸

$\therefore -1$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ ak의 값을 바르게 구하였다.	1

20 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동한 것이므로

$a=-\frac{1}{2}$ …… ❶

꼭짓점의 좌표가 $(-4, 6)$이므로 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x+4)^2+6$

즉, $p=-4$, $q=6$ …… ❷

$\therefore ap+q=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-4)+6=8$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ p, q의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $ap+q$의 값을 각각 바르게 구하였다.	1

21 이차함수 $y=-3(x-2)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-4)^2+q-3$ …… ❶

(i) $y=-3(x-4)^2+q-3$에 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-3+q-3$, $q=4$ …… ❷

(ii) $y=-3(x-4)^2+1$에 $x=6$, $y=k$를 대입하면

$k=-12+1=-11$ …… ❸

(i), (ii)에 의하여 $q-k=4-(-11)=15$ …… ❹

$\therefore 15$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ q의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❹ $q-k$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 이차함수 $y=kx^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로

점 D의 x좌표를 a $(a>0)$로 놓으면

A(a, a^2), B$(-a, a^2)$, C$\left(-a, -\frac{1}{3}a^2\right)$, D$\left(a, -\frac{1}{3}a^2\right)$

…… ❶

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{CD}=\overline{AD}$

이때 $\overline{CD}=2a$, $\overline{AD}=\frac{4}{3}a^2$이므로

$2a=\frac{4}{3}a^2$, $4a^2-6a=0$, $2a^2-3a=0$

$a(2a-3)=0$, $a=\frac{3}{2}$ ($\because a>0$) …… ❷

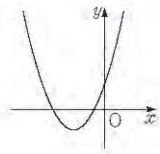
즉, □ABCD는 한 변의 길이가 $\overline{CD}=2a=3$인 정사각형이므로 둘레의 길이는 $4\times3=12$ …… ❸

$\therefore 12$

채점기준	배점
❶ 네 점의 좌표를 a에 대하여 각각 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	4
❸ 둘레의 길이를 바르게 구하였다.	2

최다 오답 문제 76p

제1, 2, 3사분면을 지나는 이차함수의 그래프를 대략적으로 그리면 그림과 같다.



포물선이 아래로 볼록하므로 $-a>0$, $a<0$

꼭짓점이 제3사분면 위에 있어야 한다.

⇨ 점 $(-p, q)$가 제3사분면 위의 점이다.

즉, $-p<0$, $q<0$에서 $p>0$, $q<0$

02 이차함수 ax^2+bx+c의 그래프

기출 Best 80~83p

01 $y=3(x^2-4x+4-4)+10=3(x-2)^2-2$

즉, $a=3$, $p=2$, $q=-2$이므로

$a+p+q=3$

02 $y=-(x^2-4x+4-4)-5=-(x-2)^2-1$

따라서 축의 방정식은 $x=2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$이다.

03 $y=x^2-8x+16-16+a=(x-4)^2+a-16$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(4, a-16)=(b, 2)$이므로

$a=18$, $b=4$

$\therefore a+b=22$

04 $y=\frac{1}{2}(x^2+4x+4-4)+1=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

아래로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=-2$이므로

$x<-2$에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$\therefore x<-2$

05 $y=x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+b=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+b-\frac{9}{4}$

이때 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, b-\frac{9}{4}\right)$이고, x축 위에 있어야 하므로 $b-\frac{9}{4}=0$, $b=\frac{9}{4}$

06 $y=0$일 때의 x의 값을 구한다.

$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$

$x=1$ 또는 $x=4$

즉, x축과의 교점이 A$(1, 0)$, B$(4, 0)$ 또는 A$(4, 0)$, B$(1, 0)$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=3$

07 $y=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$, y절편이 1이고, 위로 볼록한 그래프는 ⑤이다.

08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 클수록 좁아진다.

즉, $|1|<\left|\frac{3}{2}\right|<|-2|<|3|<|-4|$이므로

그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ⑤이다.

09 $y=x^2-6x+2$에서

$y=x^2-6x+9-9+2=(x-3)^2-7$

$y=x^2+2x+4$에서

$y=x^2+2x+1-1+4=(x+1)^2+3$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -7)$에서 $(-1,\ 3)$으로 이동했으므로 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 것이다.

즉, $m=-4$, $n=10$이므로

$m-n=-14$

10 $y=x^2+2x+1-1+2=(x+1)^2+1$

$y=(x+1)^2+1 \xrightarrow[y축:\ -2]{x축:\ 3} y=(x-2)^2-1$

$y=(x-2)^2-1$에 $x=-1$, $y=k$를 대입하면

$k=9-1=8$

11 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하면 x^2의 계수 a의 값은 변함이 없다.

12 $y=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-4=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}x^2+3x-4=0$, $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$, $x=2$ 또는 $x=4$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(2,\ 0)$, $(4,\ 0)$이다.

⑤ $x<3$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

13 (i) 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$, $b<0$

(iii) y절편이 양수이므로 $c>0$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $a>0$, $b<0$, $c>0$이다.

14 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여

오른쪽 아래로 향하므로 $a<0$, y절편이 양수이므로 $b>0$이다.

이차함수 $y=bx^2-x+a$의 그래프에 대하여

(i) $b>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

(ii) $b\times(-1)<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.

(iii) $a<0$이므로 y절편은 음수이다.

따라서 (i), (ii), (iii)을 모두 만족시키는 그래프는 ①이다.

15 이차방정식 $-x^2-5x+6=0$에서

$x^2+5x-6=0$, $(x+6)(x-1)=0$, $x=-6$ 또는 $x=1$

즉, $A(-6,\ 0)$, $B(1,\ 0)$

또, y절편이 6이므로 $C(0,\ 6)$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OC}=\frac{1}{2}\times7\times6=21$

16 $y=x^2+2x+1-1-3=(x+1)^2-4$

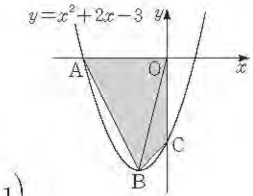
이차방정식 $x^2+2x-3=0$에서

$(x+3)(x-1)=0$, $x=-3$ 또는 $x=1$

즉, $A(-3,\ 0)$

꼭짓점의 좌표는 $B(-1,\ -4)$

y절편이 -3이므로 $C(0,\ -3)$



$\therefore\ \square OABC=\triangle OAB+\triangle OBC$

$=\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)+\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)$

$=\frac{15}{2}$

17 $y=4x^2-8x=4(x^2-2x+1-1)=4(x-1)^2-4$

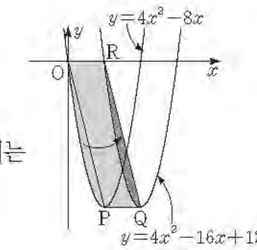
$y=4x^2-16x+12$

$=4(x^2-4x+4-4)+12$

$=4(x-2)^2-4$

즉, $P(1,\ -4)$, $Q(2,\ -4)$

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 OPQR의 넓이와 같다.



$\therefore\ \square OPQR=1\times4=4$

18 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-1$이라 하자.

$y=a(x-4)^2-1$에 $x=0$, $y=15$를 대입하면

$15=16a-1$, $a=1$

$\therefore\ y=(x-4)^2-1=x^2-8x+15$

19 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-4$라 하자.

$y=a(x-1)^2-4$에 $x=0$, $y=-3$을 대입하면

$-3=a-4$, $a=1$

즉, $y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$이므로

$b=-2$, $c=-3$

$\therefore\ b+c-a=-6$

20 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$라 하자.

$y=a(x-2)^2+q$에 $x=0$, $y=1$을 대입하면

$4a+q=1$

$y=a(x-2)^2+q$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$q=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=3$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

21 y절편이 5이므로 $c=5$

$y=ax^2+bx+5$에 $x=-1$, $y=11$을 대입하면

$11=a-b+5$, $a-b=6$

$y=ax^2+bx+5$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면

$3=a+b+5$, $a+b=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-4$

$\therefore\ abc=-40$

22 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$이라 하자.

$y=a(x+5)(x-1)$에 $x=0$, $y=5$를 대입하면

$5=-5a$, $a=-1$

$\therefore y=-(x+5)(x-1)=-x^2-4x+5$

기출 Best 쌍둥이 84~87p

01 $y=-(x^2-4x+4-4)+5=-(x-2)^2+9$

이때 $a=-1$, $p=2$, $q=9$이므로

$a+p+q=10$

02 $y=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+1=\frac{1}{3}(x-3)^2-2$

따라서 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$이다.

03 $y=-2(x^2-4x+4-4)+a=-2(x-2)^2+a+8$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(2, a+8)=(b, 5)$이므로

$a=-3$, $b=2$

$\therefore a+b=-1$

04 $y=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+1=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$이므로

$x<1$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$\therefore x<1$

05 $y=2(x^2+2x+1-1)-a+3=2(x+1)^2-a+1$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -a+1)$이고, x축 위에 있어야 하므로 $-a+1=0$, $a=1$

06 $y=0$일 때의 x의 값을 구한다.

$\frac{1}{3}x^2-x-6=0$, $x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0$, $x=-3$ 또는 $x=6$

즉, x축과의 교점이 $\mathrm{A}(-3, 0)$, $\mathrm{B}(6, 0)$ 또는 $\mathrm{A}(6, 0)$, $\mathrm{B}(-3, 0)$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=9$

07 $y=2(x^2-2x+1-1)+1=2(x-1)^2-1$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, y절편이 1이고, 아래로 볼록한 그래프는 ⑤이다.

08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 폭은 절댓값 a의 값이 클수록 좁아진다.

즉, $\left|\frac{1}{2}\right|<|-1|=|1|<|2|<|-3|$이므로

그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

09 $y=2x^2-4x+3$에서

$y=2(x^2-2x+1-1)+3=2(x-1)^2+1$

$y=2x^2-12x+3$에서

$y=2(x^2-6x+9-9)+3=2(x-3)^2-15$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$에서 $(3, -15)$로 이동했으므로 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -16만큼 평행이동한 것이다.

즉, $a=2$, $b=-16$이므로

$a+b=-14$

10 $y=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$

$y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4 \xrightarrow[y\text{축}:\,3]{x\text{축}:\,-1} y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$에 $x=4$, $y=k$를 대입하면

$k=1$

11 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하면 x^2의 계수 a의 값은 변함이 없다.

12 $y=3(x^2-2x+1-1)+4=3(x-1)^2+1$

⑤ 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$, y절편이 4이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

13 (ⅰ) 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

(ⅱ) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$, $b<0$

(ⅲ) y절편이 양수이므로 $c>0$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 $a<0$, $b<0$, $c>0$이다.

14 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여

오른쪽 위로 향하므로 $a>0$,

y절편이 음수이므로 $-b<0$, 즉 $b>0$

이차함수 $y=ax^2+bx-2$의 그래프에 대하여

(ⅰ) $a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

(ⅱ) $ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.

(ⅲ) y절편은 -2이다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)을 모두 만족시키는 그래프는 ⑤이다.

15 y절편이 12이므로 $\mathrm{A}(0, 12)$

이차방정식 $-x^2+4x+12=0$에서

$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$, $x=-2$ 또는 $x=6$

즉, $\mathrm{C}(6, 0)$

$y=-(x^2-4x+4-4)+12=-(x-2)^2+16$에서

꼭짓점의 좌표가 $(2, 16)$이므로 $\mathrm{D}(2, 0)$

$\therefore \triangle\mathrm{ADC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{DC}}\times\overline{\mathrm{OA}}=\frac{1}{2}\times4\times12=24$

16 $y=-\frac{1}{2}(x^2+4x+4-4)+1=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$에서

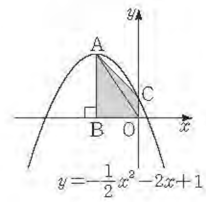
$\mathrm{A}(-2,\ 3)$, $\mathrm{B}(-2,\ 0)$

y절편이 1이므로 $\mathrm{C}(0,\ 1)$

$\therefore \square\mathrm{ABOC}=\triangle\mathrm{ABO}+\triangle\mathrm{AOC}$

$=\left(\frac{1}{2}\times2\times3\right)+\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)$

$=4$



17 $y=x^2+6x+2=x^2+6x+9-9+2=(x+3)^2-7$

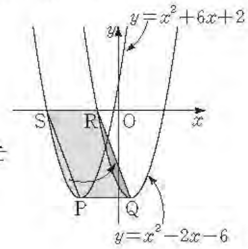
$y=x^2-2x-6=x^2-2x+1-1-6$

$=(x-1)^2-7$

즉, $\mathrm{P}(-3,\ -7)$, $\mathrm{Q}(1,\ -7)$

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 PQRS의 넓이와 같다.

$\therefore \square\mathrm{PQRS}=4\times7=28$



18 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-2$라 하자.

$y=a(x-3)^2-2$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=4a-2$, $a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$

19 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+3$이라 하자.

$y=a(x-1)^2+3$에 $x=3$, $y=-1$을 대입하면

$-1=4a+3$, $-4a=4$, $a=-1$

즉, $y=-(x-1)^2+3=-x^2+2x+2$이므로

$b=2$, $c=2$

$\therefore a-b+c=-1$

20 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+q$라 하자.

$y=a(x+4)^2+q$에 $x=0$, $y=-7$을 대입하면

$16a+q=-7$

$y=a(x+4)^2+q$에 $x=-2$, $y=5$를 대입하면

$4a+q=5$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=9$

$\therefore y=-(x+4)^2+9=-x^2-8x-7$

21 y절편이 3이므로 $c=3$

$y=ax^2+bx+3$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=4a+2b+3$, $2a+b=0$

$y=ax^2+bx+3$에 $x=4$, $y=-5$를 대입하면

$-5=16a+4b+3$, $4a+b=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=2$

$\therefore a+b+c=4$

22 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-4)$라 하자.

$y=a(x-2)(x-4)$에 $x=6$, $y=8$을 대입하면

$8=8a$, $a=1$

$\therefore y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$

집중공략

88~91p

1 주어진 이차함수의 식을 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내면

$y=(x^2+2ax+a^2)-2a-1=(x+a)^2-2a-1$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-a,\ -2a-1)$이므로 제4사분면 위에 있으려면

$(-a,\ -2a-1)=(+,\ -)$

(i) $-a>0$에서 $a<0$

(ii) $-2a-1<0$에서 $-2a<1$, $a>-\frac{1}{2}$

(i), (ii)에 의하여 $-\frac{1}{2}<a<0$

2 점 B의 좌표를 $(a,\ 0)$으로 놓으면

$\mathrm{A}(a,\ -a^2+8a-12)$

이차함수 $y=-x^2+8x-12$에서

$y=-(x^2-8x+16-16)-12=-(x-4)^2+4$

이때 두 점 B, C는 축의 방정식 $x=4$에 대하여 대칭이므로

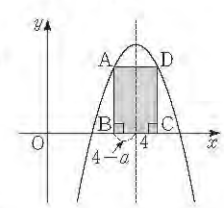
$\overline{\mathrm{BC}}=2(4-a)=8-2a$

(직사각형 ABCD의 둘레의 길이)

$=2(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}})$

$=2(-a^2+8a-12+8-2a)$

$=-2a^2+12a-8$

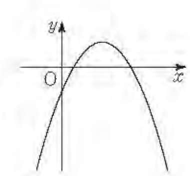


즉, $-2a^2+12a-8=10$, $a^2-6a+9=0$

$(a-3)^2=0$, $a=3$

$\therefore \mathrm{A}(3,\ 3)$

3 이차함수 $y=ax^2+bx-c$의 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지나므로 그림과 같다.



(i) 그래프의 모양이 위로 볼록이므로 $a<0$

(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0$, 즉 $b>0$

(iii) y절편이 음수이므로 $-c<0$, 즉 $c>0$

이때 이차함수 $y=cx^2-bx-a$의 그래프는 $c>0$이므로 아래로 볼록, $-bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽, $-a>0$이므로 y절편이 양수인 ①의 그래프이다.

4 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 18)$이므로 축의 방정식은 $x=1$이다.

이때 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x절편이 -2, 4임을 알 수 있다.

이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$라 하자.

$y=a(x+2)(x-4)$에 $x=1$, $y=18$을 대입하면

$18=-9a$, $a=-2$

즉, $y=-2(x+2)(x-4)=-2x^2+4x+16$이므로

$b=4$, $c=16$

$\therefore -a-b+c=14$

서술형 문제 92~95p

1 (1) 이차함수 $y=-2x^2-4x+1$에서

$y=-2(x^2+2x+1-1)+1=-2(x+1)^2+3$ …… ❶

즉, 이차함수 $y=-2(x+1)^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다. …… ❷

$\therefore$ x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼

(2) 축의 방정식은 $x=-1$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$이다. …… ❸

$\therefore$ 축의 방정식: $x=-1$, 꼭짓점: $(-1, 3)$

채점기준	배점
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ 평행이동의 방법을 바르게 제시하였다.	2
❸ 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 바르게구하였다.	2

2 이차함수 $y=-2x^2-12x-5$에서

$y=-2(x^2+6x+9-9)-5=-2(x+3)^2+13$ …… ❶

이때 이차함수 $y=-2(x+3)^2+13$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 이차함수의 그래프의 식은

$y=-2(x-2+3)^2+13-4=-2(x+1)^2+9$

$=-2x^2-4x+7$ …… ❷

즉, $a=-2$, $b=-4$, $c=7$이므로 …… ❸

$ab-c=-2\times(-4)-7=1$ …… ❹

$\therefore 1$

채점기준	배점
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ 평행이동한 이차함수의 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
❸ a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
❹ $ab-c$의 값을 바르게 구하였다.	1

3 $y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면

$a=-\frac{1}{2}\times 4=-2$ …… ❶

$y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=b$, $y=-8$을 대입하면

$-8=-\frac{1}{2}b^2$, $b=4$ ($\because b>0$) …… ❷

두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면

$\triangle OAB=\square ABDC-\triangle OCA-\triangle OBD$

$=\frac{1}{2}\times(2+8)\times 6-\frac{1}{2}\times 2\times 2-\frac{1}{2}\times 4\times 8$

$=12$ …… ❸

$\therefore 12$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $\triangle OAB$의 넓이를 바르게 구하였다.	3

4 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2-3$이라 하자.

$y=a(x+1)^2-3$에 $x=0$, $y=-5$를 대입하면

$-5=a-3$, $a=-2$ …… ❶

이때 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2-3$이다.

즉, $y=-2x^2-4x-5$이므로

$b=-4$, $c=-5$ …… ❷

$\therefore abc=-2\times(-4)\times(-5)=-40$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ abc의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 문제 1회 96~99p

01 $y=-2(x^2-6x+9-9)-16=-2(x-3)^2+2$

즉, $a=-2$, $p=3$, $q=2$이므로

$a-p-q=-7$

02 $y=-\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+1$

따라서 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$,

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$이다.

03 $y=x^2+ax+1$에 $x=1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=1+a+1$, $a=-4$

처음 이차함수의 식은 $y=x^2-4x+1$이므로

$y=x^2-4x+4-4+1=(x-2)^2-3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$이다.

04 $y=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+2k=\frac{1}{2}(x+1)^2+2k-\frac{1}{2}$

이때 꼭짓점의 좌표가 $\left(-1, 2k-\frac{1}{2}\right)$이고, 제3사분면 위에 있으려면

$\left(-1,\ 2k-\frac{1}{2}\right)=(-,\ -)$, 즉 $2k-\frac{1}{2}<0$이어야 한다.

$\therefore k<\frac{1}{4}$

05 $y=x^2+4x+4-4+a-3=(x+2)^2+a-7$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ a-7)$이고, x축에 접하려면

$a-7=0$이어야 한다.

$\therefore a=7$

06 $y=-2x^2+ax+10$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=-2-a+10$, $a=8$

$y=-2x^2+8x+10$에서 $y=0$일 때의 x의 값을 구한다.

$-2x^2+8x+10=0$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$, $x=-1$ 또는 $x=5$

즉, $A(-1,\ 0)$, $B(5,\ 0)$이므로 $\overline{AB}=6$

07 $y=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 1)$, y절편이 3이고, 아래로 볼록한 그래프이어야 하므로 적당한 것은 ③이다.

08 $y=-2(x^2-4x+4-4)-5=-2(x-2)^2+3$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$, y절편이 -5이고, 위로 볼록한 포물선이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

09 $y=-2x^2+4x-5$에서

$y=-2(x^2-2x+1-1)-5=-2(x-1)^2-3$

$y=-2x^2+12x-10$에서

$y=-2(x^2-6x+9-9)-10=-2(x-3)^2+8$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$에서 $(3,\ 8)$로 이동했으므로 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 11만큼 평행이동한 것이다.

즉, $p=2$, $q=11$이므로

$p+q=13$

10 $y=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-2=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{13}{2}$

④ 꼭짓점의 좌표가 $\left(3,\ -\frac{13}{2}\right)$, y절편이 -2이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 모든 사분면을 지난다.

11 (i) 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

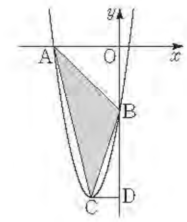
(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$, $b>0$

(iii) y절편이 음수이므로 $c<0$

④ $a-b+c=a+(-b)+c<0$

⑤ $a+b+c$의 부호는 판단할 수 없다.

12 $x^2+6x-7=0$, $(x+7)(x-1)=0$



$x=-7$ 또는 $x=1$

즉, $A(-7,\ 0)$

y절편이 -7이므로 $B(0,\ -7)$

$y=x^2+6x+9-9-7=(x+3)^2-16$

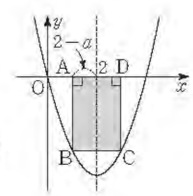
즉, 꼭짓점의 좌표는 $C(-3,\ -16)$

$\therefore \triangle ABC=\square OACD-\triangle OAB-\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times(7+3)\times16-\frac{1}{2}\times7\times7-\frac{1}{2}\times9\times3$

$=42$

13 점 A의 좌표를 $(a,\ 0)$으로 놓으면



$B(a,\ a^2-4a)$

$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$이므로 축의 방정식은 $x=2$이고, 두 점 A, D는 축의 방정식 $x=2$에 대하여 대칭이므로

$\overline{AD}=2(2-a)=4-2a$

이때 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 10이고 $\overline{AB}=-a^2+4a$이므로

$2\{(-a^2+4a)+(4-2a)\}=10$, $a^2-2a+1=0$

$(a-1)^2=0$, $a=1$

따라서 점 B의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

14 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+1$이라 하자.

$y=a(x-1)^2+1$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면

$3=a+1$, $a=2$

$\therefore y=2(x-1)^2+1=2x^2-4x+3$

15 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$라 하자.

(i) $y=a(x-2)^2+q$에 $x=0$, $y=5$를 대입하면

$4a+q=5$

(ii) $y=a(x-2)^2+q$에 $x=3$, $y=-4$를 대입하면

$a+q=-4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-7$

$\therefore y=3(x-2)^2-7=3x^2-12x+5$

16 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$라 하자.

$y=a(x+4)(x-2)$에 $x=0$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-8a$, $a=\frac{1}{2}$

즉, $y=\frac{1}{2}(x+4)(x-2)$

$=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-9)=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{9}{2}$

이때 꼭짓점의 좌표가 $\left(-1,\ -\frac{9}{2}\right)$이므로 $p=-1$, $q=-\frac{9}{2}$

$\therefore p-q=\frac{7}{2}$

17 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓으면

(가) $y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1$이므로 $p=-1$

(나) 폭이 같고, 위로 볼록한 포물선이므로 $a=-2$

(다) $y=-2(x+1)^2+q$에 $x=0$, $y=2$를 대입하면

$2=-2+q$, $q=4$

$\therefore y=-2(x+1)^2+4=-2x^2-4x+2$

18 $y=36$일 때의 x의 값을 구한다.

$36=30x-6x^2$, $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$, $x=2$ 또는 $x=3$

즉, 처음으로 공의 높이가 36 m가 되는 것은 2초 후이고, 다시 1초 후에 36 m가 된다.

$\therefore$ 1초 후

19 (1) $y=2x^2-8x+1$에서

$y=2(x^2-4x+4-4)+1=2(x-2)^2-7$ …… ❶

$\therefore y=2(x-2)^2-7$

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(2, -7)$이다. …… ❷

$\therefore (2, -7)$

(3) 축의 방정식은 $x=2$이다. …… ❸

$\therefore x=2$

채점기준	배점
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
❷ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구하였다.	1
❸ 축의 방정식을 바르게 구하였다.	1

20 (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에서

(i) y절편이 6이므로 A$(0, 6)$ …… ❶

(ii) 이차방정식 $-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0$에서

$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$

$x=-2$ 또는 $x=6$

즉, B$(-2, 0)$, C$(6, 0)$ …… ❷

$\therefore$ A$(0, 6)$, B$(-2, 0)$, C$(6, 0)$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AO}=\frac{1}{2}\times8\times6=24$ …… ❸

$\therefore 24$

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 B, C의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	4
❸ $\triangle$ABC의 넓이를 바르게 구하였다.	2

21 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$이므로

이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-2$라 하자.

$y=a(x-1)^2-2$에 $x=2$, $y=2$를 대입하면

$2=a-2$, $a=4$ …… ❶

이때 $y=4(x-1)^2-2=4x^2-8x+2$이므로

$b=-8$, $c=2$ …… ❷

$\therefore a-b-c=4-(-8)-2=10$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $a-b-c$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 x절편이 -1, 5이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$라 하자. …… ❶

$y=a(x+1)(x-5)$에 $x=0$, $y=15$를 대입하면

$15=-5a$, $a=-3$ …… ❷

즉, $y=-3(x+1)(x-5)=-3x^2+12x+15$ …… ❸

$\therefore y=-3x^2+12x+15$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2

실전 문제 2회

100~103p

01 $y=3x^2+6x-4=3(x^2+2x)-4$

$=3(x^2+2x+1-1)-4$

$=3(x+1)^2-7$

$\therefore$ ㉠: 3, ㉡: 2, ㉢: 1, ㉣: -7

02 $y=x^2-2ax+b$에 $(1, 4)$를 대입하면

$4=1-2a+b$, $b=2a+3$ …… ㉠

$y=x^2-2ax+a^2-a^2+b=(x-a)^2-a^2+b$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a^2+b)$이므로

$y=-2x+7$에 $x=a$, $y=-a^2+b$를 대입하면

$-a^2+b=-2a+7$, $-a^2+2a+3=-2a+7$ ($\because$ ㉠)

$a^2-4a+4=0$, $(a-2)^2=0$, $a=2$ (중근)

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $b=7$

$\therefore a+b=9$

03 $y=-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x+1-1)-1=-2(x-1)^2+1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$이다.

즉, $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$이므로

$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+1=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}$

이때 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$이므로 $a-b=\frac{1}{2}$

04 $y=\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+1=\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{2}{3}$

아래로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=-1$이므로 $x>-1$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$\therefore x>-1$

05 $y=x^2-4x+4-4+a=(x-2)^2+a-4$ ······ ㉠

축의 방정식이 $x=2$이고, $\overline{AB}=6$이므로

$\mathrm{A}(-1, 0)$, $\mathrm{B}(5, 0)$

이때 $y=(x+1)(x-5)=x^2-4x-5$이므로 $a=-5$

즉, ㉠에서 꼭짓점의 좌표는 $(2, a-4)=(2, -9)$이다.

06 이차함수 $y=-2x^2+x-3a$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $-2x^2+x-3a=0$이 서로 다른 두 근을 가져야 한다.

즉, $b^2-4ac>0$이어야 하므로

$1^2-4\times(-2)\times(-3a)>0$, $1-24a>0$, $-24a>-1$

$\therefore a<\frac{1}{24}$

07 $y=3(x^2-4x+4-4)+5=3(x-2)^2-7$

$y=3(x-2)^2-7 \xrightarrow[y축: q]{x축: p} y=3(x-p-2)^2-7+q$

$y=3(x-p-2)^2-7+q \xrightarrow[대칭]{x축} y=-3(x-p-2)^2+7-q$

즉, $a=-3$이므로

$y=-3(x^2+2x+1-1)+2=-3(x+1)^2+5$

이때 $-p-2=1$, $7-q=5$이므로 $p=-3$, $q=2$

$\therefore a+p+q=-4$

08 $y=-2(x^2+2x+1-1)+2=-2(x+1)^2+4$

ㄱ. 위로 볼록한 포물선이다.

ㄷ. 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

09 $f(1)=a+b+c=0$, $f(-1)=a-b+c>0$

$f(-2)=4a-2b+c>0$

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$, $b<0$

(iii) y절편이 양수이므로 $c>0$

③ $abc>0$ ④ $a+b-c<0$

10 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-ab<0$, $b<0$

y절편이 양수이므로 $-c>0$, $c<0$

이때 이차함수 $y=cx^2-bx-a$의 그래프는 $c<0$이므로 위로 볼록하고, 축은 $-bc<0$이므로 y축의 오른쪽에, y절편은 $-a>0$이므로 양수이다.

즉, 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

11 $y=-(x^2-2x+1-1)+3=-(x-1)^2+4$

이차방정식 $-x^2+2x+3=0$에서

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$, $x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $\mathrm{A}(1, 4)$, $\mathrm{B}(-1, 0)$, $\mathrm{C}(3, 0)$

이때 직선 $y=ax+b$가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이를 이등분하려면 $\overline{AC}$의 중점 $(2, 2)$를 지나야 하므로

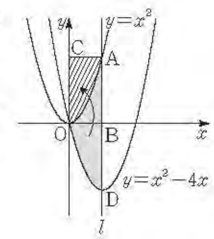
$a=\frac{2-0}{2-(-1)}=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}x+b$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{2}{3}+b$, $b=\frac{2}{3}$

$\therefore a+b=\frac{4}{3}$

12 $y=x^2-4x=x^2-4x+4-4=(x-2)^2-4$



즉, 직선 l은 $x=2$이므로 그림과 같이 직선 l과 두 이차함수의 그래프의 교점을 각각 A, D라 하면 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 OBAC의 넓이와 같다.

이때 $\mathrm{A}(2, 4)$이므로

$\square\mathrm{OBAC}=2\times4=8$

13 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2-3$이라 하자.

$y=a(x+1)^2-3$에 $x=0$, $y=-1$을 대입하면

$-1=a-3$, $a=2$

즉, $y=2(x+1)^2-3=2x^2+4x-1$이므로

$b=4$, $c=-1$

$\therefore a+b+c=5$

14 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$라 하자.

$y=a(x-1)^2+q$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면 $a+q=3$

$y=a(x-1)^2+q$에 $x=3$, $y=0$을 대입하면 $4a+q=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=4$

즉, $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$이므로

$b=2$, $c=3$

$\therefore -a+b+c=6$

15 y절편이 2이므로 $c=2$

$y=ax^2+bx+2$에 $x=1$, $y=-1$을 대입하면

$-1=a+b+2$, $a+b=-3$

$y=ax^2+bx+2$에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=a-b+2,\ a-b=1$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=-2$

$\therefore\ abc=4$

16 점 O를 좌표평면 위의 원점이라 하면 포물선 모양의 레일의 그래프는 꼭짓점이 $(0,\ 5)$이고, 점 $(4,\ 7)$을 지나는 포물선과 같다. 포물선 모양의 레일의 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2+5$라 하자.

$y=ax^2+5$에 $x=4,\ y=7$을 대입하면 $7=16a+5,\ a=\frac{1}{8}$

이때 $y=\frac{1}{8}x^2+5$에 $x=8,\ y=h$를 대입하면 $h=13$

$\therefore$ 13 m

17 $x=2$일 때의 y의 값을 구한다.

$y=-5x^2+60x$에 $x=2$를 대입하면

$y=-20+120=100$

즉, 로켓을 쏘아 올린 지 2초 후의 높이는 100 m이다.

18 (1) 이차함수 $y=x^2+2ax-a+2$에서

$y=x^2+2ax+a^2-a^2-a+2$

$=(x+a)^2-a^2-a+2$ ······ ❶

$\therefore\ y=(x+a)^2-a^2-a+2$

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ -a^2-a+2)$이다. ······ ❷

$\therefore\ (-a,\ -a^2-a+2)$

(3) $y=2x$에 $x=-a,\ y=-a^2-a+2$를 대입하면

$-a^2-a+2=-2a,\ a^2-a-2=0$

$(a+1)(a-2)=0,\ a=-1$ 또는 $a=2$ ······ ❸

$\therefore\ -1,\ 2$

채점기준	배점
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
❷ 꼭짓점을 a에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	1
❸ 상수 a의 값을 바르게 구하였다.	3

19 이차함수 $y=-2x^2-8x-13$에서

$y=-2(x^2+4x+4-4)-13=-2(x+2)^2-5$ ······ ❶

이차함수 $y=-2(x+2)^2-5$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=2(x+2)^2+5$ ······ ❷

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 5)$이므로

그림과 같은 포물선의 꼭짓점이 $(-4,\ 2)$로 이동하려면 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동해야 한다.

즉, $a=-2,\ b=-3$ ······ ❸

$a+b=-5$ ······ ❹

$\therefore\ -5$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
❸ $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❹ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

20 점 A는 이차함수 $y=\frac{4}{3}x^2$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{A}\left(a,\ \frac{4}{3}a^2\right)$ ······ ❶

이때 $\triangle$AOB의 넓이가 18이므로

$\triangle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times12\times\frac{4}{3}a^2=18$

$8a^2=18,\ a^2=\frac{9}{4},\ a=\frac{3}{2}\ (\because\ a>0)$ ······ ❷

즉, $\mathrm{A}\left(a,\ \frac{4}{3}a^2\right)=\mathrm{A}\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$ ······ ❸

$\therefore\ \left(\frac{3}{2},\ 3\right)$

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 a에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	1
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2

21 주어진 세 점을 지나는 그래프의 식을 $y=ax^2+bx-3$이라 하자.

(i) $y=ax^2+bx-3$에 $x=2,\ y=-3$을 대입하면

$-3=4a+2b-3,\ 2a+b=0$

(ii) $y=ax^2+bx-3$에 $x=-2,\ y=5$를 대입하면

$5=4a-2b-3,\ 2a-b=4$

(i), (ii)의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-2$

즉, 세 점을 지나는 이차함수의 식은 $y=x^2-2x-3$이다. ······ ❶

이때 $y=x^2-2x+1-1-3=(x-1)^2-4$이므로

꼭짓점의 좌표는 $\mathrm{A}(1,\ -4)$ ······ ❷

또, 이차방정식 $x^2-2x-3=0$에서

$(x+1)(x-3)=0,\ x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $\mathrm{B}(-1,\ 0),\ \mathrm{C}(3,\ 0)$ 또는 $\mathrm{B}(3,\ 0),\ \mathrm{C}(-1,\ 0)$ ······ ❸

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ ······ ❹

채점기준	배점
❶ 세 점을 지나는 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	4
❷ 꼭짓점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❸ 점 B, C의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	2
❹ $\triangle$ABC의 넓이를 바르게 구하였다.	1

최다 오답 문제 104p

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 B(3, 2)를 지나는 경우

$2=9a,\ a=\frac{2}{9}$

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 D(1, 5)를 지나는 경우

$a=5$

이때 직사각형 ABCD의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면

$\frac{2}{9}<a<5$이어야 한다.

부록

실전 모의고사 • 1회

106~109p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 꼴인 것을 찾는다.

① 이차식

② $x-4=0$ (일차방정식)

③ 이차방정식

④ $-x^3+3x^2-4x+1=0$ (이차방정식이 아니다.)

⑤ $x^2-1=x^2+2x+3,\ -2x-4=0$ (일차방정식)

02 [ ] 안의 수를 x에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $9+9=18\neq0$　② $4\times4-2=14\neq0$

③ $0-0+1=1\neq0$　④ $9-6-3=0$

⑤ $3-1-1=1\neq0$

03 $x^2+4x-1=0$에 $x=p$를 대입하면

$p^2+4p-1=0,\ p^2+4p=1$

$\therefore p^2+4p+2=3$

04 $2a+5=\left(\frac{-6}{2}\right)^2,\ 2a+5=9,\ 2a=4,\ a=2$

이때 이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 근은

$(x-3)^2=0,\ x=3$ (중근)

즉, $m=3$이므로 $a+m=5$

05 이차방정식 $3(x-2)^2=18$에서

$(x-2)^2=6,\ x-2=\pm\sqrt{6},\ x=2\pm\sqrt{6}$

즉, $a=2,\ b=6$이므로

$a+b=8$

06 $x^2+6x=4,\ x^2+6x+9=13,\ (x+3)^2=13$

즉, $p=3,\ q=13$이므로

$p+q=16$

07 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$$

08 양변에 6을 곱하면

$3(x+1)(x-3)=2x(x+2),\ 3x^2-6x-9=2x^2+4x$

$x^2-10x-9=0$

이때 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-(-9)}}{1}=5\pm\sqrt{34}$$

09 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac<0$인 것을 찾는다.

① $(-1)^2-4\times2\times(-1)=9>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

② $3^2-4\times1\times(-6)=33>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

③ $6^2-4\times9\times1=0$ ⇨ 중근

④ $0^2-4\times1\times(-10)=40>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

⑤ $(-3)^2-4\times2\times2=-7<0$ ⇨ 근이 없다.

10 조건에 맞는 이차방정식은 $2(x+4)(x-5)=0$이다.

$2(x^2-x-20)=0$, $2x^2-2x-40=0$

즉, $a=2$, $b=-2$, $c=-40$이므로

$a+b-c=40$

11 $-5t^2+40t+100=160$, $t^2-8t+12=0$

$(t-2)(t-6)=0$, $t=2$ 또는 $t=6$

따라서 공의 높이가 처음으로 160 m가 되는 순간은 공을 던져 올린 지 2초 후이다.

12 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

$y=3x^2-5x-3kx+kx^2=(k+3)x^2-(3k+5)x$

즉, $k+3\neq0$, $k\neq-3$

13 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

즉, 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례대로 나열하면 (가), (다), (라), (나)이다.

∴ (가), (다), (라), (나)

14 꼭짓점의 좌표는 다음과 같다.

① $(0, 0)$: 원점

② $(0, 3)$: y축 위의 점

③ $(3, 0)$: x축 위의 점

④ $(-3, 2)$: 제2사분면

⑤ $(2, 1)$: 제1사분면

15 $y=2(x-1)^2-3 \xrightarrow[y축:\ 4]{x축:\ -3} y=2(x+3-1)^2-3+4$

즉, $y=2(x+2)^2+1$에 $x=a$, $y=1$을 대입하면

$1=2(a+2)^2+1$, $(a+2)^2=0$, $a=-2$

16 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 (p, q)이고, 제1사분면 위의 점이므로

$p>0$, $q>0$

(i), (ii)에 의하여 $a<0$, $p>0$, $q>0$

17 $y=x^2-6x+a$에 $x=2$, $y=-5$를 대입하면

$-5=4-12+a$, $a=3$

이차함수 $y=x^2-6x+3$에서

$y=x^2-6x+9-9+3=(x-3)^2-6$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $(3, -6)$이다.

18 $y=-x^2-4x+4$에서

$y=-(x^2+4x+4-4)+4=-(x+2)^2+8$

$y=-x^2-2x+12$에서

$y=-(x^2+2x+1-1)+12=-(x+1)^2+13$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 8)$에서 $(-1, 13)$으로 이동한 것과 같으므로 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

즉, $a=1$, $b=5$이므로

$a+b=6$

19 $y=-(x^2-6x+9-9)-7=-(x-3)^2+2$

⑤ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

20 (i) y절편이 12이므로 C$(0, 12)$

(ii) 이차방정식 $-x^2-4x+12=0$에서

$x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$

$x=-6$ 또는 $x=2$

즉, A$(-6, 0)$, B$(2, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times12=48$

21 (1) $x^2-ax+3=0$에 $x=3$을 대입하면

$9-3a+3=0$, $-3a=-12$, $a=4$ …… ❶

∴ 4

(2) 처음 이차방정식이 $x^2-4x+3=0$이므로

$(x-1)(x-3)=0$, $x=1$ 또는 $x=3$

즉, 다른 한 근은 $x=1$이다. …… ❷

$\therefore x=1$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	3

22 (1) $(-5)^2-4\times6\times a\geq0$이어야 하므로 …… ❶

$25-24a\geq0$, $-24a\geq-25$, $a\leq\frac{25}{24}$ …… ❷

$\therefore a\leq\frac{25}{24}$

(2) $a\leq\frac{25}{24}$이고 a가 자연수이므로 $a=1$ …… ❸

이때 처음 이차방정식은 $6x^2-5x+1=0$이므로

$(2x-1)(3x-1)=0$, $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ …… ❹

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

채점기준	배점
❶ 해를 가지기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	1
❷ a의 값의 범위를 바르게 구하였다.	2
❸ 자연수 a의 값을 바르게 구하였다.	1
❹ 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

23 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 것을 x초 후로 놓으면 x초 후의 가로의 길이는 $(8+2x)$ cm, 세로의 길이는 $(12-x)$ cm이므로 그 넓이는

$(8+2x)(12-x)=96$ …… ❶

$-2x^2+16x=0$, $x^2-8x=0$

$x(x-8)=0$, $x=8$ ($\because 0<x<12$) …… ❷

즉, 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 것은 8초 후이다. …… ❸

$\therefore$ 8초 후

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 문제의 조건에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

24 원점을 꼭짓점으로 하므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하자.

$y=ax^2$에 $x=-2$, $y=8$을 대입하면

$8=4a$, $a=2$

$\therefore y=2x^2$ …… ❶

이때 $y=2x^2$에 $x=3$, $y=k$를 대입하면

$k=2\times9=18$ …… ❷

$\therefore$ 18

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	3
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	2

25 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$라 하자. …… ❶

$y=a(x-2)^2+q$에 $x=4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=4a+q$ …… ㉠

$y=a(x-2)^2+q$에 $x=-2$, $y=3$을 대입하면

$3=16a+q$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $q=-5$ …… ❷

이때 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5=\frac{1}{2}x^2-2x-3$에서

$b=-2$, $c=-3$ …… ❸

$\therefore abc=\frac{1}{2}\times(-2)\times(-3)=3$ …… ❹

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ a, q의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
❹ abc의 값을 바르게 구하였다.	1

실전 모의고사 • 2회

110~113p

01 우변을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ 꼴이어야 한다.

$3x^2-6x+8=ax^2+2x$, $(3-a)x^2-8x+8=0$

이때 x에 대한 이차방정식이 되려면 $3-a\neq0$이어야 한다.

$\therefore a\neq3$

02 $x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

03 정리한 식이 $a(x+b)^2=0$ $(a\neq0)$ 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① $(x-1)^2=0$ ② $(x+3)^2=0$

③ $(x-5)^2=0$ ④ $(2x+3)^2=0$

04 $x^2-6x+2=0$, $x^2-6x=-2$

$x^2-6x+\boxed{9}=-2+\boxed{9}$

$(x+\boxed{-3})^2=\boxed{7}$

$x+\boxed{-3}=\pm\boxed{\sqrt{7}}$

$\therefore x=\boxed{3\pm\sqrt{7}}$

05 근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2A}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{9-2A}}{2}$

이때 $9-2A=11$, $B=3$에서 $A=-1$, $B=3$이므로

$A+B=2$

06 공통부분 $2x+1$을 A로 치환하면

$A^2-2A-35=0$, $(A+5)(A-7)=0$

$A=2x+1$을 대입하면

$(2x+6)(2x-6)=0$, $4(x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

07 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-4ac>0$이어야 한다.

$(-5)^2-4\times3\times k>0$, $25-12k>0$

$-12k>-25$, $k<\frac{25}{12}$

이때 자연수 k는 1, 2의 2개이다.

08 (i) 주영이는 상수항을 바르게 보았으므로

$$(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -24이다.

(ii) 현수는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$$(x+5)(x-3)=x^2+2x-15$$

즉, 처음 이차방정식의 x의 계수는 2이다.

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로

$(x+6)(x-4)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$

09 $\frac{1}{2}n(n-3)=135,\ n^2-3n=270$

$n^2-3n-270=0,\ (n+15)(n-18)=0$

$n=18\ (\because n>3)$

즉, 대각선의 개수가 135인 다각형은 십팔각형이다.

10 한 개의 작은 직사각형의 넓이가 15이므로 작은 직사각형의 가로의 길이를 x로 놓으면, 세로의 길이는 $\frac{15}{x}$이다.

이때 $\overline{AB}=x+\frac{15}{x}$, $\overline{AD}=5x$이므로

$$\square ABCD=5x\left(x+\frac{15}{x}\right)=5x^2+75=120$$

$x^2=9,\ x=3\ (\because x>0)$

즉, $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=15$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는

$2(8+15)=46$

11 ① $y=\frac{1}{2}x(x-3)$ (이차함수)

② $y=2\pi x$ (일차함수)

③ $y=6x^2$ (이차함수)

④ $y=(x+1)(x-3)$ (이차함수)

⑤ $y=9x^2$ (이차함수)

12 $f(-1)=2-4-1=-3,\ f(1)=2+4-1=5$

$\therefore f(-1)+f(1)=2$

13 $\overline{BC}=3\overline{AC}$이고, $\overline{AC}=3$이므로 점 B의 x좌표는 9이다.

이때 A(3, 9)이므로 B(9, 9)

즉, $y=kx^2$에 $x=9$, $y=9$를 대입하면

$9=81k,\ k=\frac{1}{9}$

14 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-3x^2,\ y=3x^2$

15 조건 (가)에 의하여 이차함수의 식은 $y=ax^2$ 꼴이다.

조건 (나)에서 아래로 볼록한 포물선임을 알 수 있으므로 $a>0$이다.

조건 (다)에서 $|a|>\frac{5}{2}$이어야 한다.

즉, ⑤가 가장 알맞은 이차함수의 식이다.

16 $y=ax^2 \xrightarrow[2]{x축} y=a(x-2)^2$

이때 $y=a(x-2)^2$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$2=4a,\ a=\frac{1}{2}$

17 $y=-2(x^2-6x+9-9)-16=-2(x-3)^2+2$

즉, $a=-2$, $p=3$, $q=2$이므로 $a+p+q=3$

18 이차방정식 $x^2-8x+a=0$의 해가 서로 다른 두 근을 가져야 하므로

$(-4)^2-a>0,\ 16-a>0,\ a<16$

19 $y=x^2-2x+1-1-3=(x-1)^2-4$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -4)$이고, 아래로 볼록한 포물선이며 y절편이 -3인 그래프는 ③이다.

20 ① 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

② 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0,\ b>0$

③ $f(1)>0$이므로 $a+b+c>0$

④ $f(-2)<0$이므로 $4a-2b+c<0$

⑤ $f\left(\frac{1}{3}\right)>0$이므로 $\frac{1}{9}a+\frac{1}{3}b+c=\frac{1}{9}(a+3b+9c)>0$

즉, $a+3b+9c>0$

21 $x^2-ax-4+a=0$에 $x=4$를 대입하면

$16-4a-4+a=0,\ -3a=-12,\ a=4$ …… ❶

이때 처음 이차방정식은 $x^2-4x=0$이므로

$x(x-4)=0,\ x=0$ 또는 $x=4$

즉, $b=0$이므로 …… ❷

$a+b=4+0=4$ …… ❸

$\therefore 4$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 이차방정식 $x^2+3x-4=0$에서

$(x+4)(x-1)=0,\ x=-4$ 또는 $x=1$ …… ❶

이차방정식 $0.5x^2-0.4x-0.1=0$의 양변에 10을 곱하면

$5x^2-4x-1=0$, $(5x+1)(x-1)=0$

$x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$ …… ❷

즉, 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=1$이다. …… ❸

$\therefore x=1$

채점기준	배점
❶ 첫 번째 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2
❷ 두 번째 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	3
❸ 두 이차방정식의 공통인 해를 바르게 제시하였다.	1

23 (1) 동생의 나이는 $(x-3)$살이므로

$x^2=2(x-3)^2-7$ …… ❶

$\therefore x^2=2(x-3)^2-7$

(2) 이차방정식 $x^2=2(x-3)^2-7$에서

$x^2=2x^2-12x+18-7$, $x^2-12x+11=0$

$(x-1)(x-11)=0$, $x=11$ ($\because x>3$) …… ❷

따라서 형의 나이는 11살, 동생의 나이는 8살이다. …… ❸

∴ 형의 나이: 11살, 동생의 나이: 8살

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 형의 나이와 동생의 나이를 각각 바르게 구하였다.	1

24 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 이차함수의 그래프의 식은

$y=(x+2)^2-3$ …… ❶

$y=(x+2)^2-3$에 $x=k$, $y=-2$를 대입하면

$-2=(k+2)^2-3$, $(k+2)^2=1$

$k+2=\pm1$, $k=-3$ 또는 $k=-1$ …… ❷

$\therefore k=-3$ 또는 $k=-1$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	3
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	3

25 x절편이 -3, 5이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-5)$라 하자. …… ❶

$y=a(x+3)(x-5)$에 $x=0$, $y=15$를 대입하면

$15=-15a$, $a=-1$ …… ❷

즉, $f(x)=-(x+3)(x-5)=-x^2+2x+15$ …… ❸

$\therefore f(x)=-x^2+2x+15$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $f(x)$를 ax^2+bx+c 꼴로 바르게 나타내었다.	2

실전 모의고사 • 3회 114~117p

01 (다) $3x-1=0$이므로 일차방정식이다.

(라) $x^2-4x+4=x^2+4$, $-4x=0$이므로 일차방정식이다.

(마) 이차식이다.

따라서 이차방정식은 (가), (나)로 2개이다.

02 $3x^2+5x-2=0$에서

$(x+2)(3x-1)=0$, $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

03 $x^2-7x+10=0$에서 $(x-2)(x-5)=0$, $x=2$ 또는 $x=5$

두 근 중 작은 근은 $x=2$이므로

$x^2+16x-a=0$에 $x=2$를 대입하면

$4+32-a=0$, $a=36$

04 ㄱ. $q=0$이면 $(x-p)^2=0$, $x=p$ (중근)

ㄴ. $q>0$이면 $x-p=\pm\sqrt{q}$, $x=p\pm\sqrt{q}$이므로 두 근의 절댓값은 다르다.

ㄷ. $p=0$, $q>0$이면 $x^2=q$, $x=\pm\sqrt{q}$이므로 두 근의 합은

$\sqrt{q}+(-\sqrt{q})=0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

05 $3x^2+6x+2=0$에서 근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-3\times2}}{3}=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$

즉, $A=-3$, $B=3$이므로 $A+B=0$

06 $2x^2-5x+a-4=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(a-4)}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{57-8a}}{4}$

이므로 해가 모두 유리수가 되려면 $57-8a$가 0이거나 자연수의 제곱인 수이어야 한다. 즉, $57-8a=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$

$8a=57, 56, 53, 48, 41, 32, 21, 8$

이때 a가 자연수이므로 $a=7, 6, 4, 1$

따라서 구하는 합은 $1+4+6+7=18$

07 $(x+8)(x-4)=0$, $x^2+4x-32=0$

08 $x=1+\sqrt{5}$에서 $x-1=\sqrt{5}$, $(x-1)^2=5$

$x^2-2x+1=5$, $x^2-2x-4=0$

즉, $-2k=-4$이므로 $k=2$

09 작은 수를 x로 놓으면 큰 수는 $x+4$이므로

$x^2=6(x+4)+16$, $x^2-6x-40=0$

$(x+4)(x-10)=0$, $x=-4$ 또는 $x=10$

이때 $x>0$이므로 $x=10$

따라서 작은 수는 10이다.

10 $mx+2y=2$에서 $2y=-mx+2$, $y=-\dfrac{m}{2}x+1$

제4사분면을 지나지 않으므로 $-\dfrac{m}{2}>0$, $m<0$

$mx+2y=2$에 $x=m-1$, $y=m^2$을 대입하면

$m(m-1)+2m^2=2$, $m^2-m+2m^2=2$, $3m^2-m-2=0$

$(3m+2)(m-1)=0$, $m=-\dfrac{2}{3}$ ($\because m<0$)

11 $y=(2-x)^2-ax^2+3x$에서

$y=x^2-4x+4-ax^2+3x=(1-a)x^2-x+4$

이때 이차함수이려면 $1-a\neq0$, 즉 $a\neq1$이어야 한다.

12 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로

$6=4a$, $a=\dfrac{3}{2}$

즉, $y=\dfrac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ b)$를 지나므로

$b=\dfrac{3}{2}\times16=24$

$\therefore 2a-b=-21$

13 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x^2+2$

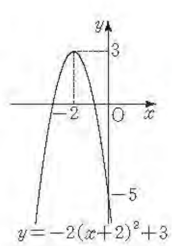
② $\dfrac{3}{4}\neq(-3)\times\dfrac{1}{4}+2=\dfrac{5}{4}$

14 $y=2(x-3)^2+1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$-y=2(x-3)^2+1$, $y=-2(x-3)^2-1$

15 이차함수 $y=-2(x+2)^2+3$의 그래프는 그림과 같다.

⑤ $x<-2$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



16 $y=-4(x^2-6x+9-9)-34$

$=-4(x-3)^2+2$

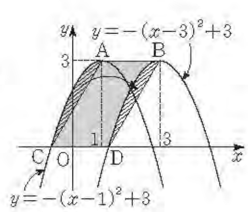
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 2)$이고 축의 방정식은 $x=3$이다.

17 $y=-(x^2-6x+9-9)+3=-(x-3)^2+12$

이므로 $x>3$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

18 $A(1,\ 3)$, $B(3,\ 3)$이고 사각형 ACDB는 평행사변형이다. 즉, 구하는 넓이는 평행사변형 ACDB의 넓이와 같으므로

$2\times3=6$



19 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+5$로 놓으면

점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=4a+5$, $-4a=4$, $a=-1$

즉, $y=-(x-2)^2+5=-(x^2-4x+4)+5=-x^2+4x+1$

이므로 $b=4$, $c=1$

$\therefore a+b+2c=5$

20 포물선의 식을 $y=ax^2+bx+3$으로 놓고

$x=2$, $y=19$를 대입하면

$19=4a+2b+3$, $4a+2b=16$, $2a+b=8$ …… ㉠

$x=-1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a-b+3$, $a-b=-5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=6$

즉, $y=x^2+6x+3=x^2+6x+9-9+3=(x+3)^2-6$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -6)$이다.

21 이차방정식 $x^2+3x-1=0$의 한 근이 $x=\alpha$이므로

$\alpha^2+3\alpha-1=0$ …… ❶

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha+3-\dfrac{1}{\alpha}=0$, $\alpha-\dfrac{1}{\alpha}=-3$ …… ❷

$\therefore \alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha-\dfrac{1}{\alpha}\right)^2+2=(-3)^2+2=11$ …… ❸

채점기준	배점
❶ α에 대한 이차식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ $\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}$의 값을 바르게 구하였다.	3

22 $4(m-3)=\left(\dfrac{m}{2}\right)^2$이어야 하므로 …… ❶

$4m-12=\dfrac{m^2}{4}$, $m^2-16m+48=0$

$(m-4)(m-12)=0$, $m=4$ 또는 $m=12$ …… ❷

$\therefore m=4$ 또는 $m=12$

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 중근을 가질 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ m의 값을 바르게 구하였다.	3

23 (1) 길을 제외한 부분의 넓이가 $104\ m^2$이므로

$(15-x)(10-x)=104$ …… ❶

$\therefore (15-x)(10-x)=104$

(2) 이차방정식 $(15-x)(10-x)=104$에서

$x^2-25x+46=0$, $(x-2)(x-23)=0$

$x=2$ ($\because 0<x<10$) …… ❷

따라서 길의 폭은 2 m이다. …… ❸

$\therefore$ 2 m

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 길의 폭을 바르게 구하였다.	2

24 이차함수 $y=2x^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-b=2(x-a)^2-4$, $y=2(x-a)^2-4+b$ …… ❶

이 그래프가 이차함수 $y=2(x+3)^2-1$의 그래프와 일치하므로

$-a=3$, $-4+b=-1$

즉, $a=-3$, $b=3$이므로 …… ❷

$a+b=-3+3=0$ …… ❸

$\therefore 0$

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $a+b$의 값을 바르게 구하였다.	2

25 $y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$에서

$b=-6$, $c=8$ …… ❶

이차함수 $y=x^2-6x+8$의 그래프가 점 $(3, k)$를 지나므로

$k=9-18+8=-1$ …… ❷

$\therefore b+c+k=-6+8+(-1)=1$ …… ❸

채점기준	배점
❶ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❷ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ $b+c+k$의 값을 바르게 구하였다.	1

족집게 마무리 객관식 80선

118~131p

01 ① 이차방정식이 아니다.

② 일차방정식

④ $x^2+x=x^2+4x$, $-3x=0$ (일차방정식)

⑤ $2x^2+x=2x^2-2x+3x$, $2x^2+x=2x^2+x$ (항등식)

02 $(a^2-6)x^2+4x+3=(ax+3)(x-2)$에서

$(a^2-6)x^2+4x+3=ax^2-(2a-3)x-6$

$(a^2-a-6)x^2+(2a+1)x+9=0$

이때 $a^2-a-6\neq0$이어야 하므로 $(a+2)(a-3)\neq0$

$\therefore a\neq-2$, $a\neq3$

03 [ ] 안의 수를 x에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

① $1-2-3=-4\neq0$

② $1-3+5=3\neq0$

③ $(-6)\times(-8)=48\neq0$

④ $3+1-2=2\neq0$

⑤ $6\times2=12$

04 $(a+3)x^2-6=a-6x$에 $x=-2$를 대입하면

$4(a+3)-6=a+12$, $4a+6=a+12$

$3a=6$, $a=2$

05 $x^2-5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-5a-1=0$ …… ㉠

$a\neq0$이므로 ㉠의 양변을 a로 나누면

$a-5-\frac{1}{a}=0$, $a-\frac{1}{a}=5$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=5^2+2=27$

06 이차방정식 $(x-3)(2x+1)=0$에서

$x-3=0$ 또는 $2x+1=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

07 $x^2+4x-12=x-8$에서

$x^2+3x-4=0$, $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

08 $(2x+3)(3x-1)=-4$에서

$6x^2+7x-3=-4$, $6x^2+7x+1=0$

$(6x+1)(x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$

09 $x^2+7x+2a=0$에 $x=5$를 대입하면

$25+35+2a=0$, $2a=-60$

이때 처음 이차방정식이 $x^2+7x-60=0$이므로

$(x+12)(x-5)=0$, $x=-12$ 또는 $x=5$

따라서 다른 한 근은 $x=-12$이다.

10 주어진 이차방정식에 $x=-2$를 대입하면

$4a-4+2a^2-2+2a-2=0$, $2a^2+6a-8=0$

$a^2+3a-4=0$, $(a+4)(a-1)=0$, $a=-4$ 또는 $a=1$

이때 $a-1\neq0$, 즉 $a\neq1$이어야 하므로 $a=-4$

$a=-4$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$-5x^2-15x-10=0$, $x^2+3x+2=0$

$(x+2)(x+1)=0$, $x=-2$ 또는 $x=-1$

즉, $b=-1$

$\therefore a+b=-5$

11 정리한 식이 $a(x+b)^2=0\ (a\neq0)$ 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① $(x-2)^2=0$

③ $(4x+1)^2=0$

④ $(3x-2)^2=0$

⑤ $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$

12 이차방정식 $x^2+4x-5=0$에서

$(x+5)(x-1)=0$, $x=-5$ 또는 $x=1$

이차방정식 $x^2+7x+10=0$에서

$(x+5)(x+2)=0$, $x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=-5$이다.

13 이차방정식 $3(x-3)^2=21$에서

$(x-3)^2=7$, $x-3=\pm\sqrt{7}$, $x=3\pm\sqrt{7}$

즉, $a=3$, $b=7$이므로 $ab=21$

14 $2x^2+4x-5=0$에서 $2x^2+4x=5$

$2(x^2+2x+1-1)=5$, $2(x+1)^2=7$

즉, $a=1$, $b=7$이므로 $a+b=8$

15 $x^2-6x+3=0$에서

$x^2-6x=-3$, $x^2-6x+9=-3+9$

$(x-3)^2=6$, $x-3=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{6}$

즉, $a=9$, $b=-3$, $c=6$이므로 $a+b-c=0$

16 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$$

17 양변에 10을 곱하면

$3x^2-4x=-1$, $3x^2-4x+1=0$

$(3x-1)(x-1)=0$, $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

18 양변에 6을 곱하면

$3x^2-2x(x-1)-6=0$, $x^2+2x-6=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-(-6)}}{1}=-1\pm\sqrt{7}$$

즉, $a=-1-\sqrt{7}$, $b=-1+\sqrt{7}$이므로

$b-a=2\sqrt{7}$

19 공통 부분 $x-1$을 A로 치환하면

$5A^2-4A-1=0$, $(5A+1)(A-1)=0$

$\{5(x-1)+1\}\{(x-1)-1\}=0$, $(5x-4)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{4}{5}$ 또는 $x=2$

20 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$(-k)^2-(-2k-1)=0$, $k^2+2k+1=0$

$(k+1)^2=0$, $k=-1$ (중근)

21 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$(-1)^2-5(2-k)>0$, $1-10+5k>0$

$5k>9$, $k>\frac{9}{5}$

22 $4x^2-2ax+b-1=4(x+1)(x-2)=4(x^2-x-2)$

$=4x^2-4x-8$

즉, $-2a=-4$, $b-1=-8$에서

$a=2$, $b=-7$이므로 $a-b=9$

23 (i) 영준이는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+4)(x-6)=x^2-2x-24$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -24이다.

(ii) 아름이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$(x+6)(x-1)=x^2+5x-6$

즉, 처음 이차방정식의 x의 계수는 5이다.

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+5x-24=0$이므로

$(x+8)(x-3)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=3$

24 $x=3+\sqrt{5}$에서 $x-3=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$(x-3)^2=5$, $x^2-6x+9=5$, $x^2-6x+4=0$

$\therefore k=4$

25 $\frac{n(n-3)}{2}=35$, $n^2-3n=70$

$n^2-3n-70=0$, $(n+7)(n-10)=0$

$n=10$ ($\because n>3$)

26 $80x-5x^2=0$, $x^2-16x=0$

$x(x-16)=0$, $x=16$ ($\because x>0$)

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 16초이다.

27 일의 자리의 숫자를 x로 놓으면 십의 자리의 숫자는 $3x$이므로

$x\times3x=(30x+x)-66$, $3x^2-31x+66=0$

$(x-3)(3x-22)=0$, $x=3$ ($\because x$는 3 이하의 자연수)

따라서 처음 두 자리 자연수는 93이다.

28 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$로 놓으면

$x^2+(x+2)^2=100$, $2x^2+4x-96=0$

$x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$

$x=6$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 합은 $6+8=14$

29 현재 형의 나이를 x살로 놓으면 동생의 나이는 $(x-4)$살이므로

$(x+3)^2=2x(x-4)+33$, $x^2+6x+9=2x^2-8x+33$

$x^2-14x+24=0$, $(x-2)(x-12)=0$

$x=12$ ($\because$ $x>4$)

따라서 현재 형의 나이는 12살이다.

30 한 학생이 가진 사탕의 개수를 x로 놓으면 학생 수는 $x+15$이므로

$x(x+15)=126$, $x^2+15x-126=0$

$(x+21)(x-6)=0$, $x=6$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 한 학생이 가진 사탕의 개수는 6이다.

31 점 P의 좌표를 $(a,\ -a+6)$으로 놓으면

$\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=-a+6$ $(0<a<3)$이므로

$\square OQPR=a(-a+6)=5$, $-a^2+6a=5$

$a^2-6a+5=0$, $(a-1)(a-5)=0$, $a=1$ ($\because$ $0<a<3$)

즉, 점 P의 좌표는 $(1,\ 5)$이다.

32 $\overline{PR}=x$ cm로 놓으면 $\overline{PQ}=\overline{AQ}=(10-x)$ cm $(0<x<5)$이므로

$\square PRCQ=x(10-x)=24$, $-x^2+10x=24$

$x^2-10x+24=0$, $(x-4)(x-6)=0$

$x=4$ ($\because$ $0<x<5$)

즉, $\overline{PR}$의 길이는 4 cm이다.

33 $\angle ABC=\angle ACB=72°$이므로

$\angle DAB=36°$, $\angle DBA=\angle DBC=36°$, $\angle BDC=72°$

즉, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=x$ cm로 놓으면

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$, $8:x=x:(8-x)$

$x^2=64-8x$, $x^2+8x=64$, $(x+4)^2=80$

$x+4=\pm4\sqrt{5}$, $x=-4+4\sqrt{5}$ ($\because$ $0<x<8$)

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $(-4+4\sqrt{5})$ cm이다.

34 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\dfrac{8-4x}{4}=2-x$(cm)

이때 $2-x>x$에서 $-2x>-2$, $x<1$이므로 $0<x<1$이다.

$(2-x)^2=2x^2$, $x^2-4x+4=2x^2$, $x^2+4x=4$

$(x+2)^2=8$, $x+2=\pm2\sqrt{2}$, $x=-2+2\sqrt{2}$ ($\because$ $0<x<1$)

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-2+2\sqrt{2})$ cm이다.

35 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-x)$ cm $\left(0<x<\dfrac{9}{2}\right)$이므로

$(9-x)^2+x^2=41$, $x^2-18x+81+x^2=41$

$2x^2-18x+40=0$, $x^2-9x+20=0$

$(x-4)(x-5)=0$, $x=4$ $\left(\because\ 0<x<\dfrac{9}{2}\right)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm이다.

36 구하는 시간을 x초로 놓으면

$(10+2x)(8-x)=10\times8$, $80+6x-2x^2=80$

$x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$

$x=3$ ($\because$ $0<x<8$)

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는 데 걸리는 시간은 3초이다.

37 통로의 폭이 x m이므로

$(10+2x)(6+2x)-10\times6=57$, $4x^2+32x-57=0$

$(2x+19)(2x-3)=0$, $x=\dfrac{3}{2}$ ($\because$ $x>0$)

따라서 통로의 폭은 $\dfrac{3}{2}$ m이다.

38 $\overline{AC}=2x$ cm로 놓으면 $\overline{BC}=(10-2x)$ cm이므로

$\dfrac{1}{2}\times\pi\times5^2-\dfrac{1}{2}\times\pi\times x^2-\dfrac{1}{2}\times\pi\times(5-x)^2=6\pi$

$25-x^2-(5-x)^2=12$, $-2x^2+10x-12=0$

$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$, $x=3$ $\left(\because\ \dfrac{5}{2}<x<5\right)$

$\therefore$ $\overline{AC}=6$ cm

39 처음 직사각형 모양의 세로의 길이를 x cm로 놓으면 가로의 길이는 $(x+3)$ cm이므로

$(x-4)(x-1)\times2=56$, $x^2-5x+4=28$

$x^2-5x-24=0$, $(x+3)(x-8)=0$, $x=8$ ($\because$ $x>4$)

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이는 8 cm이다.

40 (가) 일차함수

(나) 미지수가 분모에 있으므로 이차함수가 아니다.

(다) 이차함수

(라) $y=x^2-x$ (이차함수)

(마) $y=2x^2+6x-2x^2$, $y=6x$ (일차함수)

즉, 이차함수인 것의 개수는 (다), (라)의 2이다.

41 ① $y=4x$ (일차함수)

② $y=80x$ (일차함수)

③ $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)

④ $y=\pi x^2$ (이차함수)

⑤ $y=7000x$ (일차함수)

42 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.
$y=-3x^2-x(ax-2)+5$에서
$y=-3x^2-ax^2+2x+5=-(a+3)x^2+2x+5$
이때 이차함수이려면 $a+3\neq0$이므로 $a\neq-3$

43 $f(-1)=-2+a+3=-2$, $a=-3$
즉, $f(x)=-2x^2+3x+3$이므로
$f(2)=-8+6+3=b$, $b=1$
$\therefore a+b=-2$

44 $f(-1)=8$에서 $a+1+b=8$, $a+b=7$ …… ㉠
$f(2)=20$에서 $4a-2+b=20$, $4a+b=22$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=2$
즉, $f(x)=5x^2-x+2$이므로
$f(3)=45-3+2=44$

45 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하려면 $a<0$이어야 한다.
즉, $y=-\frac{1}{4}x^2$, $y=-\frac{2}{3}x^2$, $y=-3x^2$의 3개이다.

46 a의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아지고, 음수는 절댓값이 클수록 작은 수이므로
$-2<a<-\frac{1}{3}$

47 x축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2$이므로 $y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=-2$, $y=k$를 대입하면
$k=\left(-\frac{1}{2}\right)\times4=-2$

48 (i) $y=ax^2$에 $x=3$, $y=9$를 대입하면
$9=9a$, $a=1$
(ii) $y=x^2$에 $x=b$, $y=4$를 대입하면
$4=b^2$, $b=-2$ ($\because b<0$)
(i), (ii)에 의하여 $a+b=-1$

49 ⑤ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

50 $\overline{AB}=3$이므로 점 B의 좌표는 $(3, 9a)$이고 $\overline{BC}=2a$이므로 점 C의 좌표는 $(3+2a, 9a)$이다.
$y=\frac{1}{3}x^2$에 $x=3+2a$, $y=9a$를 대입하면
$9a=\frac{1}{3}(2a+3)^2$, $(2a+3)^2=27a$, $4a^2-15a+9=0$
$(4a-3)(a-3)=0$, $a=\frac{3}{4}$ 또는 $a=3$
이때 $\overline{AB}>\overline{BC}$에서 $3>2a$, $a<\frac{3}{2}$이므로 $a=\frac{3}{4}$

51 점 A의 x좌표를 t로 놓으면 $A(t, -t^2)$, $B(-t, -t^2)$
이때 $\overline{AB}=t-(-t)=2t$이므로 $\overline{BC}=2\times2t=4t$
즉, $C(-t, -t^2-4t)$이므로
$-t^2-4t=-5$, $t^2+4t-5=0$
$(t+5)(t-1)=0$, $t=1$ ($\because t>0$)
따라서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$이므로
$\square ABCD=2\times4=8$

52 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3x^2-3$
$y=3x^2-3$에 $x=-2$, $y=k$를 대입하면
$k=12-3=9$

53 이차함수 $y=-2(x-3)^2$의 그래프는 위로 볼록한 그래프이고, 축의 방정식이 $x=3$이므로 $x<3$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

54 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$
$y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$에 $x=k$, $y=-1$을 대입하면
$-1=-\frac{1}{4}(k-3)^2$, $(k-3)^2=4$
$k-3=\pm2$, $k=1$ 또는 $k=5$

55 이차함수 $y=3(x-1)^2+5$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5)$이다.
즉, $a=1$, $b=1$, $c=5$이므로 $a+b+c=7$

56 이차함수 $y=3(x+1)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x-2+1)^2-2+3$, $y=3(x-1)^2+1$
즉, $m=-1$, $n=1$이므로 $m+n=0$

57 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -6)$이므로
이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2-6$ 꼴이다.
$y=a(x+2)^2-6$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면
$-2=4a-6$, $-4a=-4$, $a=1$
즉, $a=1$, $p=-2$, $q=-6$이므로
$a+p+q=-7$

58 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여

(i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이고, 제1사분면 위의 점이므로

$p>0,\ q>0$

(i), (ii)에 의하여 $a<0,\ p>0,\ q>0$

59 이차함수 $y=x^2-ax+3$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=1-a+3,\ a=4$

따라서 $y=x^2-4x+3=x^2-4x+4-4+3=(x-2)^2-1$

즉, $b=2,\ c=-1$이므로

$a+b+c=5$

60 $y=-\frac{1}{2}x^2+2kx+k-1=-\frac{1}{2}(x^2-4kx+4k^2-4k^2)+k-1$

$=-\frac{1}{2}(x-2k)^2+2k^2+k-1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2k,\ 2k^2+k-1)$이다.

이때 꼭짓점이 직선 $y=x+5$ 위에 있으므로

$2k^2+k-1=2k+5,\ 2k^2-k-6=0$

$(2k+3)(k-2)=0,\ k=2\ (\because k>0)$

61 $y=-x^2+6x+a=-(x^2-6x+9-9)+a=-(x-3)^2+9+a$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ a+9)$이다.

즉, $b=3,\ 3=a+9$에서 $a=-6,\ b=3$이므로

$a+b=-3$

62 $y=x^2+6x-3=x^2+6x+9-9-3=(x+3)^2-12$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -12)$이다.

$y=-x^2-2px+q=-(x^2+2px+p^2-p^2)+q$

$=-(x+p)^2+p^2+q$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-p,\ p^2+q)$이다.

이때 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$-3=-p,\ -12=p^2+q$

즉, $p=3$이므로 $-12=9+q,\ q=-21$

$\therefore p-q=24$

63 $y=x^2-4x+3=x^2-4x+4-4+3=(x-2)^2-1$

이때 그래프는 아래로 볼록한 그래프이고, 축의 방정식이 $x=2$이므로 $x>2$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

64 $y=0$일 때의 x의 값을 구한다.

$x^2-2x-8=0,\ (x+2)(x-4)=0$

$x=-2$ 또는 $x=4$

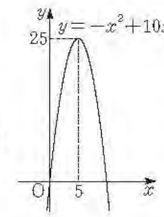
즉, $\mathrm{A}(-2,\ 0),\ \mathrm{B}(4,\ 0)$ 또는 $\mathrm{A}(4,\ 0),\ \mathrm{B}(-2,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=4-(-2)=6$

65 $y=-x^2+10x=-(x^2-10x+25-25)$

$=-(x-5)^2+25$

이고, y절편이 0이므로 이차함수 $y=-x^2+10x$의 그래프는 그림과 같다. 따라서 제2사분면은 지나지 않는다.



66 그림과 같은 그래프의 식을 $y=a(x+1)^2-4$로 놓고

$x=0,\ y=-1$을 대입하면 $-1=a-4,\ a=3$

즉, $y=3(x+1)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-4+1)^2-4+2$

$y=3(x-3)^2-2=3x^2-18x+25$

따라서 이 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 25이다.

67 꼭짓점이 $(1,\ -3)$인 그래프의 식을 $y=k(x-1)^2-3$으로 놓고

$x=0,\ y=-1$을 대입하면 $-1=k-3,\ k=2$

이때 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=2(x-1)^2-3,\ y=-2(x-1)^2+3=-2x^2+4x+1$

즉, $a=-2,\ b=4,\ c=1$이므로

$a+b-c=1$

68 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 a의 값은 변함이 없다.

69 $y=2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$

② 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다.

③ 아래로 볼록한 포물선이다.

④ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

70 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0,\ b<0$

y절편이 음수이므로 $c<0$

① $ab<0$ ② $ac<0$ ③ $bc>0$

④ $x=1$일 때, $a+b+c<0$

⑤ $x=-1$일 때, $a-b+c>0$

71 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0,\ b>0$

이때 이차함수 $y=ax^2+bx$에서 $a>0$이므로 아래로 볼록인 포물선이다.

또, $ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 있고 점 $(0,\ 0)$을 지난다.

즉, 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 ⑤이다.

72 이차방정식 $-x^2-4x+5=0$에서

$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0$, $x=-5$ 또는 $x=1$

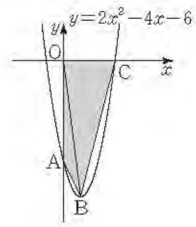
즉, $A(-5, 0)$, $B(1, 0)$

또, $y=-x^2-4x+5=-(x^2+4x+4-4)+5=-(x+2)^2+9$

이므로 $C(-2, 9)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times 9=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$

73 y절편이 -6이므로 $A(0, -6)$



$y=2x^2-4x-6$

$=2(x^2-2x+1-1)-6$

$=2(x-1)^2-8$

이므로 $B(1, -8)$

이차방정식 $2x^2-4x-6=0$에서

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$, $x=-1$ 또는 $x=3$

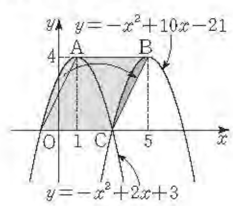
즉, $C(3, 0)$

$\therefore \square OABC=\triangle OAB+\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 6\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 8=15$

74 $y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x+1-1)+3=-(x-1)^2+4$

$y=-x^2+10x-21=-(x^2-10x+25-25)-21$

$=-(x-5)^2+4$



즉, $A(1, 4)$, $B(5, 4)$

이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 OCBA의 넓이와 같다.

$\therefore \square OCBA=4\times 4=16$

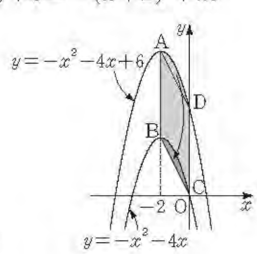
75 $y=-x^2-4x=-(x^2+4x+4-4)=-(x+2)^2+4$

$y=-x^2-4x+6=-(x^2+4x+4-4)+6=-(x+2)^2+10$

두 이차함수의 그래프와 두 직선 $x=-2$, $x=0$과의 교점을 각각 A, B, C, D로 놓으면

$A(-2, 10)$, $B(-2, 4)$

$C(0, 0)$, $D(0, 6)$



이때 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABCD의 넓이와 같다.

$\therefore \square ABCD=2\times 6=12$

76 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$라 하자.

$y=a(x+2)^2+5$에 $x=1$, $y=8$을 대입하면

$8=9a+5$, $-9a=-3$, $a=\frac{1}{3}$

즉, $y=\frac{1}{3}(x+2)^2+5$에 $x=-3$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{1}{3}(-1)^2+5=\frac{16}{3}$

77 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$이라 하자.

$y=a(x+2)^2$에 $x=0$, $y=4$를 대입하면

$4=4a$, $a=1$

즉, $y=(x+2)^2=x^2+4x+4$이므로 $b=4$, $c=4$

$\therefore b+c-a=7$

78 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+q$라 하자.

$y=a(x-3)^2+q$에 $x=0$, $y=-5$를 대입하면

$9a+q=-5$

$y=a(x-3)^2+q$에 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$a+q=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=4$

즉, $y=-(x-3)^2+4=-x^2+6x-5$이므로 $b=6$, $c=-5$

$\therefore a-b-c=-2$

79 y절편이 -2이므로 $c=-2$

$y=ax^2+bx-2$에 $x=1$, $y=-3$을 대입하면

$-3=a+b-2$, $a+b=-1$

$y=ax^2+bx-2$에 $x=-1$, $y=5$를 대입하면

$5=a-b-2$, $a-b=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-4$

$\therefore -a+b+c=-9$

80 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-6)$이라 하자.

$y=a(x+2)(x-6)$에 $x=0$, $y=6$을 대입하면

$6=-12a$, $a=-\frac{1}{2}$

즉, $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x-12)=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$

족집게 마무리 서술형 20선

132~136p

01 주어진 이차방정식에 $x=2$를 대입하면

$4(a-1)-2(a^2+1)+2(a+1)=0$

$4a-4-2a^2-2+2a+2=0$, $2a^2-6a+4=0$ …… ❶

$a^2-3a+2=0$, $(a-1)(a-2)=0$, $a=1$ 또는 $a=2$

이때 $a-1\neq 0$, 즉 $a\neq 1$이므로 $a=2$ …… ❷

처음 이차방정식이 $x^2-5x+6=0$이므로

$(x-2)(x-3)=0$, $x=2$ 또는 $x=3$ …… ❸

즉, 다른 한 근은 $x=3$이다. …… ❹

$\therefore x=3$

채점기준	배점
❶ 이차방정식에 $x=2$를 대입하고, 식을 바르게 정리하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❹ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

02 $x(x-3)=18$에서

$x^2-3x=18$, $x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0$, $x=-3$ 또는 $x=6$ …… ❶

두 근 중 작은 근은 $x=-3$이므로 …… ❷

$2x^2+(k+1)x+2k=0$에 $x=-3$을 대입하면

$18-3k-3+2k=0$, $k=15$ …… ❸

$\therefore$ 15

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x(x-3)=18$의 근을 바르게 구하였다.	2
❷ 두 근 중 작은 근을 바르게 제시하였다.	1
❸ k의 값을 바르게 구하였다.	2

03 $x^2+x+a=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9-3+a=0$, $a=-6$ …… ❶

$x^2-bx+3=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9+3b+3=0$, $3b=-12$, $b=-4$ …… ❷

$\therefore ab=-6\times(-4)=24$ …… ❸

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ ab의 값을 바르게 구하였다.	1

04 (1) $2x-\dfrac{x^2+1}{2}=\dfrac{x-1}{2}$의 양변에 2를 곱하면

$4x-(x^2+1)=x-1$, $4x-x^2-1=x-1$, $x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$, $x=0$ 또는 $x=3$ …… ❶

$\therefore a=3$, $b=0$ ($\because a>b$) …… ❷

(2) 이차방정식 $x^2+3x=0$에서

$x(x+3)=0$, $x=-3$ 또는 $x=0$ …… ❸

$\therefore x=-3$ 또는 $x=0$

채점기준	배점
❶ 주어진 이차방정식을 바르게 풀었다.	3
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식 $x^2+ax-b=0$의 해를 바르게 구하였다.	2

05 이차방정식이 해를 가지려면

$(-10)^2-4\times1\times(-2m+19)\geq0$이어야 하므로 …… ❶

$100+8m-76\geq0$, $8m\geq-24$, $m\geq-3$ …… ❷

$\therefore m\geq-3$

채점기준	배점
❶ 이차방정식이 해를 갖기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ m의 값의 범위를 바르게 구하였다.	3

06 (i) 지환이는 상수항을 바르게 보았으므로

$x^2+\square x+b=(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$

즉, $b=-14$ …… ❶

(ii) 민채는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$x^2+ax+\square=(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$

즉, $a=5$ …… ❷

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2+5x-14=0$이므로

$(x+7)(x-2)=0$, $x=-7$ 또는 $x=2$ …… ❸

$\therefore x=-7$ 또는 $x=2$

채점기준	배점
❶ b의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 처음 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

07 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$로 놓으면

$(x+2)^2=2x(x-2)-5$ …… ❶

$x^2+4x+4=2x^2-4x-5$, $x^2-8x-9=0$

$(x+1)(x-9)=0$, $x=9$ ($\because$ x는 2보다 큰 자연수)

…… ❷

따라서 연속하는 세 홀수는 7, 9, 11이므로

가장 작은 홀수는 7이다. …… ❸

$\therefore$ 7

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ 가장 작은 홀수를 바르게 구하였다.	2

08 점 P의 좌표를 $(a, 0)$으로 놓으면

$\overline{OP}=a$, $\overline{PQ}=-2a+16$ $(0<a<8)$이므로 …… ❶

$\square OPQR=a(-2a+16)=32$, $-2a^2+16a=32$

$a^2-8a+16=0$, $(a-4)^2=0$, $a=4$ (중근) …… ❷

따라서 점 P의 좌표는 $(4, 0)$이다. …… ❸

$\therefore (4, 0)$

채점기준	배점
❶ OP, PQ의 길이를 a에 대한 식으로 바르게 나타내었다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 점 P의 좌표를 바르게 구하였다.	2

09 구하는 시간을 x초 후로 놓으면

$\overline{PB}=(16-2x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로 …… ❶

$\triangle PBQ=\dfrac{1}{2}\times3x\times(16-2x)=36$ …… ❷

$24x-3x^2=36,\ 3x^2-24x+36=0$

$x^2-8x+12=0,\ (x-2)(x-6)=0$

$x=2$ 또는 $x=6$ …… ❸

즉, 처음으로 $\triangle$PBQ의 넓이가 36 cm^2가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 2초 후이다. …… ❹

$\therefore$ 2초 후

채점기준	배점
❶ PB, BQ의 길이를 x에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❸ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❹ 문제의 뜻에 맞는 답을 바르게 구하였다.	2

10 $\overline{AR}=x$로 놓으면 $\overline{AB}:\overline{CQ}=\overline{AR}:\overline{CD}$이므로

$1:(x-1)=x:1,\ x(x-1)=1,\ x^2-x-1=0$ …… ❶

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

이때 $x>1$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ …… ❷

$\therefore \overline{AR}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ 이차방정식을 바르게 풀었다.	2
❸ AR의 길이를 바르게 구하였다.	1

11 $f(1)=9$에서

$4-a+3=9,\ -a=2,\ a=-2$ …… ❶

즉, $f(x)=4x^2+2x+3$이므로 …… ❷

$f(3)=4\times9+6+3=45$ …… ❸

$\therefore$ 45

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ $f(x)$의 식을 바르게 제시하였다.	1
❸ $f(3)$의 값을 바르게 구하였다.	2

12 (1) 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=-3x^2,\ y=3x^2$

$\therefore a=3$ …… ❶

(2) 이차함수 $y=bx^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $b<0$

이때 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$|b|<|-3|,\ |b|<3,\ -3<b<0\ (\because b<0)$ …… ❷

$\therefore -3<b<0$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ b의 값의 범위를 바르게 구하였다.	3

13 점 D의 좌표를 $(a,\ 2a^2)$으로 놓으면

$A\left(-a,\ 2a^2\right),\ B\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right),\ C\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ …… ❶

이므로 $\overline{AB}=2a^2-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2,\ \overline{AD}=a-(-a)=2a$ …… ❷

이때 $\overline{AB}=2\overline{AD}$에서 $\frac{3}{2}a^2=2\times2a$이므로

$\frac{3}{2}a^2=4a,\ 3a^2-8a=0$

$a(3a-8)=0,\ a=\frac{8}{3}\ (\because a>0)$ …… ❸

즉, 점 D의 x좌표는 $\frac{8}{3}$이다. …… ❹

$\therefore \frac{8}{3}$

채점기준	배점
❶ 네 점의 좌표를 a에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
❷ AB, AD의 길이를 a에 대한 식으로 바르게 제시하였다.	2
❸ 이차방정식을 세우고 바르게 풀었다.	3
❹ 점 D의 x좌표를 바르게 구하였다.	1

14 이차함수 $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{5}(x-m)^2+n$ …… ❶

이 그래프가 이차함수 $y=\frac{1}{5}(x+3)^2-5$의 그래프와 일치하므로

$m=-3,\ n=-5$ …… ❷

$\therefore m-n=-3-(-5)=2$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 제시하였다.	3
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $m-n$의 값을 바르게 구하였다.	1

15 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+2$로 놓으면

이 그래프가 원점을 지나므로

$0=4a+2,\ -4a=2,\ a=-\frac{1}{2}$

즉, 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ …… ❶

이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-4+2)^2+2-2,\ y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$ …… ❷

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 식을 바르게 제시하였다.	3
❷ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	3

16 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$이므로 $p=-2$, $q=5$ …… ❶

즉, $y=a(x+2)^2+5$이고, 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=4a+5$, $-4a=2$, $a=-\frac{1}{2}$ …… ❷

$\therefore apq=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)\times5=5$ …… ❸

채점기준	배점
❶ p, q의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ apq의 값을 바르게 구하였다.	1

17 (1) $y=3x^2-6x+4$

$=3(x^2-2x+1-1)+4=3(x-1)^2+1$ …… ❶

$\therefore y=3(x-1)^2+1$

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$이다. …… ❷

$\therefore (1, 1)$

(3) 축의 방정식은 $x=1$이다. …… ❸

$\therefore x=1$

채점기준	배점
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
❷ 꼭짓점의 좌표를 바르게 구하였다.	1
❸ 축의 방정식을 바르게구하였다.	1

18 $y=2x^2-4x+1$

$=2(x^2-2x+1-1)+1=2(x-1)^2-1$

$y=2x^2-12x+13$

$=2(x^2-6x+9-9)+13=2(x-3)^2-5$ …… ❶

이때 꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$에서 $(3, -5)$로 이동한 것과 같으므로 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

즉, $m=2$, $n=-4$이므로 …… ❷

$m+n=2+(-4)=-2$ …… ❸

$\therefore -2$

채점기준	배점
❶ 주어진 두 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 각각 바르게 나타내었다.	4
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구하였다.	1

19 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-6=\frac{1}{2}(x^2+4x+4-4)-6=\frac{1}{2}(x+2)^2-8$

이므로 $A(-2, -8)$ …… ❶

이차방정식 $\frac{1}{2}x^2+2x-6=0$에서

$x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$, $x=-6$ 또는 $x=2$

즉, $B(-6, 0)$, $C(2, 0)$이므로 …… ❷

$\triangle ACB=\frac{1}{2}\times\{2-(-6)\}\times8=32$ …… ❸

$\therefore 32$

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 B, C의 좌표를 바르게 구하였다.	4
❸ △ACB의 넓이를 바르게 구하였다.	2

20 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$이라 하자. …… ❶

$y=a(x+2)^2+1$에 $x=0$, $y=4$를 대입하면

$4=4a+1$, $-4a=-3$, $a=\frac{3}{4}$ …… ❷

이때 $y=\frac{3}{4}(x+2)^2+1$에서

$y=\frac{3}{4}(x^2+4x+4)+1=\frac{3}{4}x^2+3x+4$

즉, $b=3$, $c=4$이므로 …… ❸

$abc=\frac{3}{4}\times3\times4=9$ …… ❹

$\therefore 9$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❹ abc의 값을 바르게 구하였다.	1

고난도 기출문제

137~144

01 $3+\cfrac{3}{3+\cfrac{3}{3+\cfrac{3}{3+\cfrac{3}{3+\cdots}}}}=x$로 놓으면

$3+\frac{3}{x}=x$, $3x+3=x^2$

$x^2-3x-3=0$, $x=\frac{3+\sqrt{21}}{2}$ $(\because x>3)$

02 $x^2-px-1=0$에 $x=\alpha$를 대입하면

$\alpha^2-p\alpha-1=0$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-p-\frac{1}{\alpha}=0$, $p=\alpha-\frac{1}{\alpha}$ …… ㉠

이때 $\alpha+\frac{1}{\alpha}=p+2$에 ㉠을 대입하면

$\alpha+\frac{1}{\alpha}=\alpha-\frac{1}{\alpha}+2$, $\frac{2}{\alpha}=2$, $\alpha=1$

㉠에 $\alpha=1$을 대입하면

$p=0$

$\therefore \alpha+p=1$

03 점 $(ab, a-b)$가 제2사분면 위의 점이므로 $ab<0$, $a-b>0$

즉, $a>0$, $b<0$이다.

(i) $x^2-x-12=0$에서 $(x+3)(x-4)=0$, $x=-3$ 또는 $x=4$

즉, $a=4$ ($\because a>0$)

(ii) $3x^2+2x-5=0$에서 $(3x+5)(x-1)=0$, $x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=1$

즉, $b=-\frac{5}{3}$ ($\because b<0$)

$\therefore a^2+3b=16-5=11$

04 $[x]-2=A$로 놓으면 $A^2-A-12=0$

$(A+3)(A-4)=0$, $A=4$ ($\because A$는 음이 아닌 정수)

즉, $[x]-2=4$에서 $[x]=6$이므로 이를 만족시키는 자연수 x는 13, 14, 15, 16이다.

$\therefore 13+14+15+16=58$

05 $15x^2-8ax+a^2=0$, $(3x-a)(5x-a)=0$

$x=\frac{a}{3}$ 또는 $x=\frac{a}{5}$

즉, a는 3의 배수이거나 5의 배수이어야 하므로

이를 만족시키는 a는 $(16+10)-3=23$(개)

이때 적어도 한 개의 정수인 근을 가질 확률은 $\frac{23}{50}$이므로

$p=50$, $q=23$

$\therefore p+q=73$

06 $p=(\sqrt{64}-\sqrt{65})+(\sqrt{65}-\sqrt{66})+\cdots+(\sqrt{99}-\sqrt{100})$

$=\sqrt{64}-\sqrt{100}=8-10=-2$

주어진 이차방정식에 $x=-2$를 대입하면

$4(a-1)+2(a^2-1)-4(a-1)=0$, $2a^2-2=0$

$a^2=1$, $a=-1$ ($\because a\neq1$)

이때 주어진 이차방정식은 $-2x^2+8=0$이므로

$x^2=4$, $x=\pm2$

즉, 다른 한 근은 $x=2$이다.

07 자연수 n의 십의 자리의 숫자는 3이고, 일의 자리의 숫자를 x로 놓으면

$n=30+x$, $a_n=3x$ (단, x는 한 자리 자연수)

이때 $x=n-30$이므로 $a_n=3n-90$

$n^2-30n-90=a_n$에 $a_n=3n-90$을 대입하면

$n^2-30n-90=3n-90$, $n^2-33n=0$

$n(n-33)=0$, $n=33$ ($\because 30<n<40$)

즉, $n=33=3\times11$이므로 구하는 약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)=4$

08 $[a, b]=A$, $(a, b)=B$로 놓으면 $Ax^2-Bx+16=0$

(i) $x=2$를 대입하면

$4A-2B+16=0$, $2A-B=-8$ ⋯⋯ ㉠

(ii) $x=4$를 대입하면

$16A-4B+16=0$, $4A-B=-4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=2$, $B=12$

이때 최대공약수가 2이고, 최소공배수가 12인 두 자연수는 4와 6이다. ($\because a$, b는 한 자리 자연수)

$\therefore a+b=10$

09 (i) $x^2+2x-2=0$에 $x=m$을 대입하면

$m^2+2m-2=0$, $m^2+2m=2$ ⋯⋯ ㉠

(ii) $x^2-2x+3=0$에 $x=n$을 대입하면

$n^2-2n+3=0$, $n^2-2n=-3$ ⋯⋯ ㉡

이때 ㉠−㉡을 하면 $m^2-n^2+2(m+n)=5$

$\therefore (m+n)(m-n+2)=m^2-n^2+2(m+n)=5$

10 두 근을 $\frac{-b+\sqrt{b^2+ac}}{a}$, $\frac{-b-\sqrt{b^2+ac}}{a}$로 보았으므로

두 근의 합은 $-\frac{2b}{a}=-9$, $2b=9a$, $b=\frac{9}{2}a$

두 근의 곱은 $\frac{b^2-(b^2+ac)}{a^2}=-\frac{c}{a}=18$, $c=-18a$

즉, 처음 이차방정식은 $ax^2+\frac{9}{2}ax-18a=0$이다.

양변을 a로 나누면

$x^2+\frac{9}{2}x-18=0$, $2x^2+9x-36=0$

$\therefore x=\frac{-9\pm\sqrt{81-4\times2\times(-36)}}{4}=\frac{-9\pm3\sqrt{41}}{4}$

11 ㄱ. $x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$, $x=2$ 또는 $x=6$

ㄴ. $b'^2-ac=(n+1)^2-(n^2+2n-3)=4>0$이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. $x^2-2(n+1)x+n^2+2n-3=0$에서 좌변을 인수분해하면

$x^2-2(n+1)x+(n+3)(n-1)=0$

$\{x-(n+3)\}\{x-(n-1)\}=0$

$x=n+3$ 또는 $x=n-1$

이때 $n=1$이면 $x=4$ 또는 $x=0$이 되어 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12 $x^2-2(k-4)x=-k^2+7k$

$x^2-2(k-4)x+(k-4)^2=-k^2+7k+(k-4)^2$

$\{x-(k-4)\}^2=-k+16$

이때 $-k+16$은 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$-k+16=1$, 4, 9

$\therefore k=7$, 12, 15

즉, 자연수 k의 개수는 3이다.

13 십의 자리의 숫자를 x로 놓으면 일의 자리의 숫자는 $8-x$이다.

이때 처음 수는 $10x+(8-x)=9x+8$이고, 자리를 서로 바꾼 수는 $10(8-x)+x=80-9x$이다.

즉, $a=9x+8$, $b=80-9x$이므로

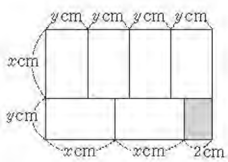
$ab=(9x+8)(80-9x)=1612$

$-81x^2+648x+640=1612$, $-81x^2+648x-972=0$

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$, $x=6$ ($\because a>b$)

따라서 $a=62$, $b=26$이므로 $a-b=36$

14 그림과 같이 색종이의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm로 놓으면



$4y=2x+2$ ...... ㉠

$4y(x+y)=96$ ...... ㉡

㉠에서

$2y=x+1$, $x=2y-1$ ...... ㉢

㉡에 ㉢을 대입하면

$4y(2y-1+y)=96$, $12y^2-4y-96=0$

$3y^2-y-24=0$, $(3y+8)(y-3)=0$

$y=3$ ($\because y>0$)

㉢에 $y=3$을 대입하면 $x=2\times3-1=5$

즉, 색종이 한 장의 넓이는 $5\times3=15(\text{cm}^2)$

15 점 P의 좌표를 $(a,\ -3a+6)$으로 놓자.

직선 $3x+y-6=0$의 x절편은 2, y절편은 6이므로 직선 $3x+y-6=0$과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times6=6$

또, $\overline{AH}=2-a$, $\overline{PH}=-3a+6$이므로

$\triangle PHA=\frac{1}{2}(2-a)(-3a+6)=\frac{4}{9}\times6$

$\frac{1}{2}(2-a)(-3a+6)=\frac{8}{3}$, $3(2-a)(-3a+6)=16$

$9a^2-36a+36=16$, $9a^2-36a+20=0$

$(3a-10)(3a-2)=0$, $a=\frac{2}{3}$ ($\because 0<a<2$)

따라서 점 P의 x좌표는 $\frac{2}{3}$이다.

[다른 풀이]

직선 $3x+y-6=0$의 y절편을 B라 하면 A(2, 0), B(0, 6)

$\triangle BOA \backsim \triangle PHA$ (AA 닮음)이고 넓이의 비가 9 : 4이므로 닮음비는 3 : 2이다.

즉, $\overline{OA}:\overline{HA}=3:2$이므로 $2\overline{OA}=3\overline{HA}$

$\overline{HA}=\frac{2}{3}\overline{OA}=\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$

따라서 점 H의 x좌표는 $2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$이므로

점 P의 x좌표는 $\frac{2}{3}$이다.

16 점 Q의 x좌표를 a ($a>0$)로 놓으면

$P(a,\ a+1)$

이때 $\overline{PQ}:\overline{PR}=2:1$이므로 $\overline{PR}=\frac{a+1}{2}$

$\triangle APR+\square PBOQ=12$에서

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{a+1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}a(a+2)=12$, $\frac{a^2+2a+1}{4}+a^2+2a=24$

$5a^2+10a-95=0$, $a^2+2a-19=0$

$a=-1+2\sqrt{5}$ ($\because a>0$)

즉, 점 Q의 좌표는 $(2\sqrt{5}-1,\ 0)$이다.

17 전체 빵의 개수를 $3a$, 빵 한 개의 가격을 b로 놓으면

$ab+ab\left(1-\frac{x}{100}\right)+ab\left(1-\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{2x}{100}\right)$

$=3ab\left(1-\frac{18.5}{100}\right)$

양변을 ab로 나누면

$1+1-\frac{x}{100}+1-\frac{3x}{100}+\frac{2x^2}{10000}=3-\frac{55.5}{100}$

$\frac{2x^2}{10000}-\frac{4x}{100}+\frac{55.5}{100}=0$, $2x^2-400x+5550=0$

$x^2-200x+2775=0$, $(x-15)(x-185)=0$

$\therefore x=15$ ($\because 0<x<50$)

18 $y=m^2x^2+2mx^2+4mx+2m=(m^2+2m)x^2+4mx+2m$

이때 $m^2+2m\neq0$이어야 하므로 $m(m+2)\neq0$

$\therefore m\neq0$ 그리고 $m\neq-2$

19 이차함수 $y=x^2-4x+ab+a+b$에서

$y=x^2-4x+4-4+ab+a+b=(x-2)^2+ab+a+b-4$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ ab+a+b-4)$이고, 제1사분면 위의 점이려면 $ab+a+b-4>0$이어야 한다.

$ab+a+b+1>5$, $(a+1)(b+1)>5$

부등식 $(a+1)(b+1)>5$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 1)$을 제외한 모든 순서쌍이다.

즉, 구하는 확률은 $1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}$

20 (i) $x=1$을 대입하면 $f(0)-f(1)=3$, $f(0)=3$, 즉, $c=3$

(ii) $x=2$를 대입하면 $f(1)-f(2)=-1$, $f(2)=1$

$f(2)=4a+2b+3=1$, $2a+b=-1$ ...... ㉠

$f(1)=a+b+3=0$, $a+b=-3$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-5$

(i), (ii)에 의하여 $f(x)=2x^2-5x+3$

이때 이차방정식 $2x^2-5x+3=0$에서

$(2x-3)(x-1)=0$, $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

즉, x축과 만나는 점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$, $(1,\ 0)$이다.

21 이차함수 $y=f(x)$의 x절편이 a, b이므로

$f(x)=(x-a)(x-b)$

이차함수 $y=g(x)$의 x절편이 a, c이므로

$g(x)=(x-a)(x-c)$

이때 방정식 $f(x)+g(x)=0$에 대하여

$f(x)+g(x)=(x-a)\{(x-b)+(x-c)\}=0$

$(x-a)(2x-b-c)=0$, $x=a$ 또는 $x=\dfrac{b+c}{2}$

22 ① $f(-1)=a+b+c=0$

② $a<0$, $b<0$, $c>0$이므로 $a+b-c<0$

③ $f(-2)=4a+2b+c=4\left(a+\dfrac{b}{2}+\dfrac{c}{4}\right)<0$

즉, $a+\dfrac{b}{2}+\dfrac{c}{4}<0$

④ $f(4)=16a-4b+c=16\left(a-\dfrac{b}{4}+\dfrac{c}{16}\right)<0$

즉, $a-\dfrac{b}{4}+\dfrac{c}{16}<0$

⑤ $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}a+\dfrac{1}{2}b+c=\dfrac{1}{4}(a+2b+4c)>0$

즉, $a+2b+4c>0$

23 $y=a(x-1)^2+9$에 $x=0$, $y=8$을 대입하면 $8=a+9$, $a=-1$

이때 $y=-(x-1)^2+9=-x^2+2x+8$이므로 $b=2$, $c=8$

$\therefore a-b+c=5$

24 $0=\dfrac{1}{2}x^2-k$에서

$-\dfrac{1}{2}x^2=-k$, $x^2=2k$, $x=\pm\sqrt{2k}$

즉, $A(-\sqrt{2k}, 0)$, $B(\sqrt{2k}, 0)$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{2k}$

이때 $2\sqrt{2k}$가 정수가 되려면 $k=2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 $k=2\times1^2$, 2×2^2, 2×3^2에서 $k=2$, 8, 18

따라서 모든 k의 값의 합은 $2+8+18=28$

25 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(5, 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-5)^2+4$라 하자.

$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QB}$이므로 $P(4, 2)$, $Q(6, 2)$

즉, $y=a(x-5)^2+4$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$2=a+4$, $a=-2$

이때 $y=-2(x-5)^2+4=-2x^2+20x-46$이므로

$b=20$, $c=-46$

$\therefore ab-c=6$

26 $2\overline{PC}=3\overline{EC}$이므로 $\overline{PC}:\overline{EC}=3:2$

점 P의 좌표를 $\left(3p, \dfrac{27}{2}p^2\right)$으로 놓으면 $Q(-2p, 6p^2)$이므로

$\overline{CD}=\dfrac{27}{2}p^2-6p^2=\dfrac{15}{2}p^2$

이때 $\square PABC=(3p)^2=9p^2$, $\square QDCE=2p\times\dfrac{15}{2}p^2=15p^3$

즉, $9p^2=15p^3$이므로 $15p=9$, $p=\dfrac{3}{5}$ ($\because p\neq0$)

따라서 점 P의 x좌표는 $3p=3\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{5}$

27 $A(-1, a)$, $B(1, a)$, $C\left(1, b+\dfrac{5}{4}\right)$, $D(2, 4a)$이다.

이때 점 $A(-1, a)$는 직선 $y=bx+\dfrac{5}{4}$ 위의 점이므로

$a=-b+\dfrac{5}{4}$, $a+b=\dfrac{5}{4}$ ...... ㉠

또, 두 점 C, D의 y좌표는 같으므로

$b+\dfrac{5}{4}=4a$, $4a-b=\dfrac{5}{4}$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{3}{4}$

$\therefore a-b=-\dfrac{1}{4}$

28 점 P의 x좌표를 a로 놓으면

$P\left(a, \dfrac{2}{3}(a+2)^2\right)$, $Q(a, -2a^2-2)$

이때 $\overline{PQ}=\dfrac{2}{3}(a+2)^2-(-2a^2-2)=\dfrac{14}{3}$이므로

$2(a+2)^2-3(-2a^2-2)=14$, $8a^2+8a=0$, $a^2+a=0$

$a(a+1)=0$, $a=-1$ ($\because a<0$)

즉, 점 P의 좌표는 $\left(-1, \dfrac{2}{3}\right)$이다.

29 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2-3x+a$에서

$y=\dfrac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+a=\dfrac{1}{2}(x-3)^2+a-\dfrac{9}{2}$

즉, $D\left(3, a-\dfrac{9}{2}\right)$이다.

이때 점 C의 좌표는 $(0, a)$이고 $\triangle ACB:\triangle ADB=2:11$이므로

$a:\left(a-\dfrac{9}{2}\right)=2:11$, $2a-9=11a$

$-9a=9$, $a=-1$

30 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 세 점 $(-1, 1)$, $(0, 3)$, $(1, 9)$를 지난다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 y절편이 3이므로 $c=3$

$y=ax^2+bx+3$에 $x=-1$, $y=1$을 대입하면

$1=a-b+3$, $a-b=-2$ ...... ㉠

$y=ax^2+bx+3$에 $x=1$, $y=9$를 대입하면

$9=a+b+3$, $a+b=6$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=4$

즉, $y=2x^2+4x+3$이므로

$y=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$

이차함수 $y=2x^2-4x-3$에서

$y=2(x^2-2x+1-1)-3=2(x-1)^2-5$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$에서 $(1, -5)$로 이동하였으므로 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 $p=2$, $q=-6$이므로 $p+q=-4$

31 점 Q의 x좌표를 a $(a>0)$로 놓으면

$\mathrm{P}(a, a^2)$, $\mathrm{Q}(a, 0)$

이때 정삼각형 PQR의 한 변의 길이는 $\overline{\mathrm{PQ}}=a^2$이므로

점 R에서 $\overline{\mathrm{PQ}}$에 내린 수선의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$이다.

즉, 점 R의 x좌표는 $a+\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$이므로

$a+\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=\frac{5\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}a^2+2a-5\sqrt{3}=0$

$(\sqrt{3}a+5)(a-\sqrt{3})=0$, $a=\sqrt{3}$ ($\because$ $a>0$)

따라서 점 P의 좌표는 $(\sqrt{3}, 3)$이다.

32 직선 $\mathrm{OP_1}$의 방정식은 $y=x$이므로 직선 $\mathrm{OP_1}$과 평행한 직선의 기울기는 모두 1이다.

$\mathrm{P_1}(1, 1)$, $\mathrm{P_2}(-1, 1)$

직선 $\mathrm{P_2P_3}$의 방정식을 $y=x+b_1$로 놓고, $x=-1$, $y=1$을 대입하면

$1=-1+b_1$, $b_1=2$, 즉 $y=x+2$

이때 직선 $\mathrm{P_2P_3}$과 이차함수 $y=x^2$의 그래프의 교점의 x좌표는

$x^2=x+2$, $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$, $x=-1$ 또는 $x=2$

즉, $\mathrm{P_3}(2, 4)$이고, $\mathrm{P_4}(-2, 4)$이다.

또, 직선 $\mathrm{P_4P_5}$의 방정식을 $y=x+b_2$로 놓고, $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=-2+b_2$, $b_2=6$, 즉 $y=x+6$

이때 직선 $\mathrm{P_4P_5}$와 이차함수 $y=x^2$의 그래프의 교점의 x좌표는

$x^2=x+6$, $x^2-x-6=0$

$(x+2)(x-3)=0$, $x=-2$ 또는 $x=3$

즉, $\mathrm{P_5}(3, 9)$

$\therefore \triangle\mathrm{P_3P_4P_5}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$

파이널 모의고사 • 1회

145~148p

01 ㄱ. x^2+x-6 (이차식)

ㄴ. $x^2-2x+1=-x^2+3$, $2x^2-2x-2=0$ (이차방정식)

ㄷ. 미지수가 분모에 있으므로 이차방정식이 아니다.

ㄹ. $-2x^2-2x+3=0$ (이차방정식)

ㅁ. $3x^2-3x=5+3x^2$, $-3x-5=0$ (일차방정식)

따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

02 $x^2-5x-6=0$에서 $(x+1)(x-6)=0$, $x=-1$ 또는 $x=6$

즉, $a=6$, $b=-1$ ($\because$ $a>b$)이므로

$a-b=6-(-1)=7$

03 ① $x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

② $x(x+7)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=-7$

③ $x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

④ $x=-4$ 또는 $x=1$

⑤ $x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$

따라서 중근을 갖는 것은 ⑤이다.

04 이차방정식 $2x^2-8x-6=0$에서

$x^2-4x-3=0$, $x^2-4x=3$

$x^2-4x+4=3+4$, $(x-2)^2=7$

즉, $p=-2$, $q=7$이므로

$p+q=-2+7=5$

05 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{57}}{4}$$

06 양변에 10을 곱하면 $5x^2-10x+4=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-5\times4}}{5}=\frac{5\pm\sqrt{5}}{5}$$

즉, $a=5$, $b=5$이므로

$a-b=5-5=0$

07 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 하므로

$(k+1)^2-(k+7)=0$, $k^2+k-6=0$

$(k+3)(k-2)=0$, $k=-3$ 또는 $k=2$

즉, $m=2$, $n=-3$ ($\because$ $m>n$)이므로

$m-n=2-(-3)=5$

08 $3x^2+ax+b=3(x+5)(x-2)=3(x^2+3x-10)$

$=3x^2+9x-30$

즉, $a=9$, $b=-30$이므로

$a+b=9+(-30)=-21$

09 $20x-5x^2=0$에서

$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$, $x=4$ ($\because x>0$)

따라서 야구공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 4초이다.

10 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$로 놓으면

$x(x+1)=182$, $x^2+x-182=0$

$(x+14)(x-13)=0$, $x=13$ ($\because x$는 자연수)

즉, 연속하는 두 자연수는 13, 14이므로 두 자연수의 합은

$13+14=27$

11 일차함수 $y=(1-m)x+4$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로

$1-m<0$, $-m<-1$, $m>1$

또, $y=(1-m)x+4$에 $x=m$, $y=2$를 대입하면

$2=(1-m)\times m+4$, $2=m-m^2+4$, $m^2-m-2=0$

$(m+1)(m-2)=0$, $m=2$ ($\because m>1$)

12 $\overline{PR}=x$ cm $(0<x<10)$로 놓으면 $\overline{PQ}=\overline{AQ}=(20-x)$ cm이므로

$\square PRCQ=(20-x)\times x=96$, $-x^2+20x=96$

$x^2-20x+96=0$, $(x-8)(x-12)=0$

$x=8$ ($\because 0<x<10$)

따라서 $\overline{PR}$의 길이는 8 cm이다.

13 ① $y=\dfrac{x(x-3)}{2}$ (이차함수)　② $y=x^2$ (이차함수)

③ $y=x(x+1)$ (이차함수)　④ $y=3x$ (일차함수)

⑤ $y=\dfrac{1}{2}x(x+2)$ (이차함수)

따라서 y가 x의 이차함수가 아닌 것은 ④이다.

14 ③ $y=-2x^2$에 $x=-3$, $y=-18$을 대입하면

$-18=-2\times(-3)^2$

즉, 등식이 성립하므로 점 $(-3, -18)$을 지난다.

⑤ 위로 볼록한 포물선이므로 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x-2)^2$

따라서 $y=3(x-2)^2$에 $x=5$, $y=a$를 대입하면

$a=3\times 9=27$

16 이차함수 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프에 대하여

(ⅰ) 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ⅱ) 꼭짓점의 좌표는 $(-p, q)$이고, 제3사분면 위의 점이므로

$-p<0$, $q<0$

즉, $p>0$, $q<0$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a>0$, $p>0$, $q<0$

17 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+2x+k=-\dfrac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+k$

$=-\dfrac{1}{3}(x-3)^2+3+k$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 3+k)$이다.

이때 꼭짓점이 직선 $y=2x-1$ 위에 있으므로

$3+k=6-1$, $k=2$

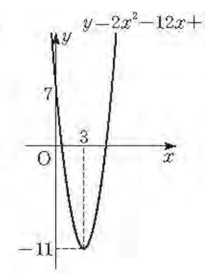
18 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 클수록 좁아진다.

즉, $\left|\dfrac{1}{4}\right|<\left|-\dfrac{1}{3}\right|<\left|\dfrac{1}{2}\right|<|2|<|-3|$이므로

그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

19 $y=2x^2-12x+7=2(x^2-6x+9-9)+7$

$=2(x-3)^2-11$



ㄱ. y절편은 7이다.

ㅁ. 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -11만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=2x^2-12x+7$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

20 이차방정식 $-x^2+6x-5=0$에서

$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$, $x=1$ 또는 $x=5$

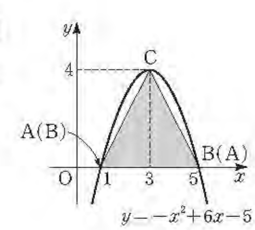
또, $y=-x^2+6x-5=-(x^2-6x+9-9)-5$

$=-(x-3)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$이다.

즉, 이차함수 $y=-x^2+6x-5$의 그래프는 그림과 같이 나타낼 수 있으므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(5-1)\times 4=8$



21 $x^2-mx+6=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-2m+6=0$, $-2m=-10$ ...... ❶

$\therefore m=5$ ...... ❷

채점기준	배점
❶ $x=2$를 대입하여 식을 바르게 정리하였다.	3
❷ m의 값을 바르게 구하였다.	2

22 좌변의 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2-3x=2$ …… ❶

양변에 $\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 더하면 $x^2-3x+\frac{9}{4}=2+\frac{9}{4}$ …… ❷

좌변을 완전제곱식으로 고치고, 우변을 정리하면

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$ …… ❸

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{17}}{2}$, $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ …… ❹

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

채점기준	배점
❶ 좌변의 상수항을 우변으로 바르게 이항하였다.	1
❷ 양변에 알맞은 수를 더하였다.	2
❸ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 바르게 나타내었다.	1
❹ 제곱근을 이용하여 이차방정식 $x^2-3x-2=0$의 해를 바르게 구하였다.	2

23 (1) 길을 제외한 부분의 넓이가 700 m^2이므로

$(40-x)(25-x)=700$ …… ❶

$\therefore (40-x)(25-x)=700$

(2) 이차방정식 $(40-x)(25-x)=700$에서

$x^2-65x+300=0$, $(x-5)(x-60)=0$

$x=5$ ($\because 0<x<25$) …… ❷

$\therefore 5$

채점기준	배점
❶ x에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ x의 값을 바르게 구하였다.	3

24 $f(-1)=-3$에서

$-1-k+1=-3$, $-k=-3$, $k=3$ …… ❶

즉, $f(x)=-x^2+3x+1$이므로 …… ❷

$f(0)=0+0+1=1$, $f(1)=-1+3+1=3$ …… ❸

$\therefore f(0)+f(1)=1+3=4$ …… ❹

채점기준	배점
❶ k의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ $f(x)$를 바르게 제시하였다.	1
❸ $f(0)$, $f(1)$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❹ $f(0)+f(1)$의 값을 바르게 구하였다.	1

25 꼭짓점의 좌표가 $(3, 4)$이므로 이차함수의 그래프의 식을

$y=a(x-3)^2+4$라 하자. …… ❶

$y=a(x-3)^2+4$에 $x=0$, $y=-5$를 대입하면

$-5=9a+4$, $-9a=9$, $a=-1$ …… ❷

이때 $y=-(x-3)^2+4=-(x^2-6x+9)+4$

$=-x^2+6x-5$

이므로 $b=6$, $c=-5$ …… ❸

$\therefore a+b+c=-1+6+(-5)=0$ …… ❹

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❹ $a+b+c$의 값을 바르게 구하였다.	1

파이널 모의고사 • 2회

149~152p

01 $x=3$을 각각 대입하면

① $2\times3^2-6=12\neq0$　② $3\times(3-3)=0$

③ $3^2+6\times3+9=36\neq0$　④ $3\times3^2+5\times3-12=30\neq0$

⑤ $(3-1)(3-2)=2\neq0$

따라서 $x=3$을 해로 갖는 이차방정식은 ②이다.

02 이차방정식 $(x+2)(2x-3)=0$에서

$x+2=0$ 또는 $2x-3=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

03 이차방정식 $x^2+8x+2k=4x+4$를 정리하면

$x^2+4x+2k-4=0$이므로

$2k-4=\left(\frac{4}{2}\right)^2$, $2k-4=4$, $2k=8$

$\therefore k=4$

04 이차방정식 $x^2-3x-4=0$에서

$(x+1)(x-4)=0$, $x=-1$ 또는 $x=4$

이차방정식 $3x^2-13x+4=0$에서

$(3x-1)(x-4)=0$, $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$

따라서 두 이차방정식 $x^2-3x-4=0$, $3x^2-13x+4=0$의 공통인 근은 $x=4$이다.

05 이차방정식 $2(x+a)^2=10$에서

$(x+a)^2=5$, $x+a=\pm\sqrt{5}$, $x=-a\pm\sqrt{5}$

즉, $-a=-5$, $5=b$이므로 $a=5$, $b=5$

$\therefore a-b=5-5=0$

06 공통부분 $x-3$을 A로 치환하면

$A^2-7A+10=0$, $(A-2)(A-5)=0$

$A=x-3$을 대입하면

$\{(x-3)-2\}\{(x-3)-5\}=0$, $(x-5)(x-8)=0$

$x=5$ 또는 $x=8$

따라서 이차방정식 $(x-3)^2-7(x-3)+10=0$의 두 근의 합은

$5+8=13$

07 ① $x^2-9=0$이므로 $0^2-4\times1\times(-9)=36>0$ ⇨ 근이 2개

② $3x^2-8x+6=0$이므로 $(-8)^2-4\times3\times6=-8<0$

⇨ 근이 0개

③ $(-7)^2-4\times2\times3=25>0$ ⇨ 근이 2개

④ $x^2+7x+10=0$이므로 $7^2-4\times1\times10=9>0$ ⇨ 근이 2개

⑤ $3x^2-x-2=0$이므로 $(-1)^2-4\times3\times(-2)=25>0$

⇨ 근이 2개

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

08 이차방정식 $x^2+(k+1)x+k=0$의 한 근이 $x=2$이므로

$x^2+(k+1)x+k=0$에 $x=2$를 대입하면

$4+(k+1)\times2+k=0$, $4+2k+2+k=0$

$3k=-6$, $k=-2$

즉, 처음 이차방정식은 $x^2-2x-1=0$이므로 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}}{1}=1\pm\sqrt{2}$$

09 어머니의 나이의 3배와 딸의 나이의 제곱이 같아지는 것을 x년 후로 놓으면

$3(46+x)=(10+x)^2$, $138+3x=100+20x+x^2$

$x^2+17x-38=0$, $(x+19)(x-2)=0$

$x=2$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 어머니의 나이의 3배와 딸의 나이의 제곱이 같아지는 것은 2년 후이다.

10 숲속에 있는 원숭이를 x마리로 놓으면

$\left(\frac{1}{4}x\right)^2+4=x$, $\frac{1}{16}x^2+4=x$, $x^2+64=16x$

$x^2-16x+64=0$, $(x-8)^2=0$, $x=8$

따라서 숲속에 있는 원숭이는 모두 8마리이다.

11 구하는 시간을 x초 후로 놓으면

$\overline{PB}=(10-x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times(10-x)\times3x=36$, $30x-3x^2=72$

$3x^2-30x+72=0$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$, $x=4$ ($\because$ $0<x\le5$)

따라서 $\triangle PBQ$의 넓이가 36 cm^2가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다.

12 처음 원의 반지름의 길이를 x cm로 놓으면

$\pi(x+4)^2=9\pi x^2$, $x^2+8x+16=9x^2$, $-8x^2+8x+16=0$

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$, $x=2$ ($\because$ $x>0$)

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

13 상수 a, b, c에 대하여 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\ne0$이어야 한다.

$y=2x^2-mx+mx^2+2=(2+m)x^2-mx+2$

즉, $2+m\ne0$, $m\ne-2$

14 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하려면 $a>0$이어야 한다.

따라서 아래로 볼록한 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

15 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2+a$

따라서 $y=\frac{2}{3}x^2+a$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{2}{3}\times9+a$, $4=6+a$, $a=-2$

16 $y=-3(x-1)^2+4 \xrightarrow[y\text{축}: n]{x\text{축}: m} y=-3(x-m-1)^2+4+n$

이때 $-m-1=2$, $4+n=1$이므로

$m=-3$, $n=-3$

$\therefore m+n=-3+(-3)=-6$

17 $y=0$일 때의 x의 값을 구하면

$x^2-2x-35=0$, $(x+5)(x-7)=0$, $x=-5$ 또는 $x=7$

즉, $A(-5, 0)$, $B(7, 0)$ 또는 $A(7, 0)$, $B(-5, 0)$이므로

$\overline{AB}=7-(-5)=12$

18 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 a의 값은 변함이 없다.

따라서 평행이동하여 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 완전히 포개어지는 것은 ③이다.

19 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$, $b>0$

y절편이 양수이므로 $c>0$

④ $x=2$일 때, $y=4a+2b+c>0$

⑤ $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c=\frac{1}{4}(a-2b+4c)<0$

즉, $a-2b+4c<0$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20 y절편이 5이므로 $c=5$

$y=ax^2+bx+5$에 $x=-3$, $y=2$를 대입하면

$2=9a-3b+5$, $9a-3b=-3$, $3a-b=-1$ …… ㉠

$y=ax^2+bx+5$에 $x=1$, $y=10$을 대입하면

$10=a+b+5$, $a+b=5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=4$

$\therefore a-b+c=1-4+5=2$

21 (1) $ax^2+(a-2)x+1=0$에 $x=1$을 대입하면

$a+a-2+1=0$, $2a=1$, $a=\frac{1}{2}$ …… ❶

$\therefore \frac{1}{2}$

(2) 처음 이차방정식이 $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=0$이므로

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$x=1$ 또는 $x=2$ …… ❷

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다. …… ❸

$\therefore x=2$

채점기준	배점
❶ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❷ 처음 이차방정식의 근을 바르게 구하였다.	3
❸ 다른 한 근을 바르게 구하였다.	1

22 (i) 이차방정식 $x^2+x-m=0$의 근이 존재하려면

$1^2-4\times1\times(-m)\geq0$이어야 하므로 …… ❶

$1+4m\geq0$, $4m\geq-1$, $m\geq-\frac{1}{4}$ …… ❷

(ii) 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$의 근이 존재하지 않으려면

$(-2)^2-4\times1\times(-m+3)<0$이어야 하므로 …… ❸

$4+4m-12<0$, $4m<8$, $m<2$ …… ❹

(i), (ii)를 모두 만족시키는 정수 m의 값은 0, 1이다. …… ❺

$\therefore$ 0, 1

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $x^2+x-m=0$의 근이 존재하기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
❷ 이차방정식 $x^2+x-m=0$의 근이 존재하도록 하는 m의 값의 범위를 바르게 구하였다.	1
❸ 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$의 근이 존재하지 않기 위한 조건을 바르게 제시하였다.	2
❹ 이차방정식 $x^2-2x-m+3=0$의 근이 존재하지 않도록 하는 m의 값의 범위를 바르게 구하였다.	1
❺ 정수 m의 값을 모두 바르게 구하였다.	2

23 새로 만든 꽃밭의 가로의 길이는 $(8+x)$ m, 세로의 길이는 $(6+x)$ m이므로

$(8+x)(6+x)=8\times6+32$ …… ❶

$48+14x+x^2=80$, $x^2+14x-32=0$

$(x+16)(x-2)=0$, $x=2$ ($\because x>0$) …… ❷

$\therefore$ 2

채점기준	배점
❶ x에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ x의 값을 바르게 구하였다.	3

24 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+3$이라 하자. …… ❶

이때 이차함수의 그래프가 점 $(4, -1)$을 지나므로

$y=a(x+2)^2+3$에 $x=4$, $y=-1$을 대입하면

$-1=36a+3$, $-36a=4$, $a=-\frac{1}{9}$ …… ❷

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{9}(x+2)^2+3$이다.

…… ❸

$\therefore y=-\frac{1}{9}(x+2)^2+3$

채점기준	배점
❶ 구하는 이차함수의 식의 꼴을 바르게 제시하였다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	1

25 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+3=\frac{1}{2}(x^2+6x+9-9)+3$

$=\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{3}{2}$ …… ❶

따라서 축의 방정식은 $x=-3$이고,

꼭짓점의 좌표는 $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$이다. …… ❷

$\therefore x=-3$, $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$

채점기준	배점
❶ $y=\frac{1}{2}x^2+3x+3$을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	3
❷ 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 차례대로 바르게 구하였다.	2

파이널 모의고사 • 3회

153~156p

01 $(x+2)(4x-1)=(a-1)^2x^2-3x$에서

$4x^2+7x-2=(a^2-2a+1)x^2-3x$

$(-a^2+2a+3)x^2+10x-2=0$

이때 $-a^2+2a+3\neq0$이어야 하므로

$a^2-2a-3\neq0$, $(a+1)(a-3)\neq0$, $a\neq-1$이고 $a\neq3$

02 $x^2-6x+1=0$에 $x=p$를 대입하면

$$p^2-6p+1=0$$

$p\neq0$이므로 양변을 p로 나누면

$$p-6+\frac{1}{p}=0,\ p+\frac{1}{p}=6$$

$$\therefore p^2+\frac{1}{p^2}=\left(p+\frac{1}{p}\right)^2-2=6^2-2=34$$

03 $x^2+3x-2a=0$에 $x=-5$를 대입하면

$$25-15-2a=0,\ -2a=-10,\ a=5$$

즉, $x^2+3x-10=0$이므로

$$(x+5)(x-2)=0,\ x=-5 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $x=2$가 이차방정식 $3x^2-2x+b=0$의 한 근이므로

$$3\times4-4+b=0,\ b=-8$$

$$\therefore a+b=5+(-8)=-3$$

04 ① $k=0$이면 $(x+p)^2=0$, $x=-p$이므로 중근을 갖는다.

② $p=0$이어도 $k<0$이면 근을 갖지 않는다.

③, ⑤ x에 대한 이차방정식 $(x+p)^2=k$가 근을 가지려면 $k\geq0$ 이어야 하고, 근을 갖지 않으려면 $k<0$이어야 한다.

④ $p<0$이고 $k>0$이면 $x+p=\pm\sqrt{k}$, $x=-p\pm\sqrt{k}$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 x에 대한 이차방정식 $(x+p)^2=k$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ②이다.

05 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(a-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9-4a+4}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{13-4a}}{2}$$

이때 해가 모두 유리수가 되려면 $13-4a$의 값이 0 또는 자연수의 제곱이 되어야 한다.

(i) $13-4a=0$에서 $a=\frac{13}{4}$ (ii) $13-4a=1$에서 $a=3$

(iii) $13-4a=4$에서 $a=\frac{9}{4}$ (iv) $13-4a=9$에서 $a=1$

(i)~(iv)에 의하여 자연수 a의 값은 1, 3이므로 모든 자연수 a의 값의 합은 $1+3=4$

06 $\frac{x(x-1)}{3}-\frac{(x-3)(x+2)}{6}=2$의 양변에 6을 곱하면

$$2x(x-1)-(x-3)(x+2)=12$$

괄호를 풀어 정리하면

$$2x^2-2x-(x^2-x-6)=12,\ 2x^2-2x-x^2+x+6=12$$

$$x^2-x-6=0,\ (x+2)(x-3)=0,\ x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

07 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b^2-4ac=0$이어야 하므로

$$\{-(k+2)\}^2-4\times1\times(3k-3)=0,\ k^2-8k+16=0$$

$$(k-4)^2=0,\ k=4$$

즉, $x^2-6x+9=0$이므로

$$(x-3)^2=0,\ x=3$$

따라서 상수 k의 값과 중근의 합은

$$4+3=7$$

08 $x=-1+\sqrt{6}$에서 $x+1=\sqrt{6}$

양변을 제곱하면

$$(x+1)^2=6,\ x^2+2x+1=6,\ x^2+2x-5=0$$

즉, $a=2$, $b=-5$이므로

$$a+b=2+(-5)=-3$$

09 $\frac{n(n-3)}{2}=77$에서

$$n^2-3n=154,\ n^2-3n-154=0$$

$$(n+11)(n-14)=0,\ n=14\ (\because n\text{은 3보다 큰 자연수})$$

따라서 대각선의 개수가 77인 다각형은 십사각형이다.

10 어떤 자연수를 x로 놓으면

$$x(x+2)=48,\ x^2+2x-48=0$$

$$(x+8)(x-6)=0,\ x=6\ (\because x\text{는 자연수})$$

즉, 어떤 자연수는 6이므로 처음에 구하려고 했던 두 수의 곱은

$$6\times(6-4)=12$$

11 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이므로

$$x^2+(8-x)^2=40,\ x^2+64-16x+x^2=40$$

$$2x^2-16x+24=0,\ x^2-8x+12=0$$

$$(x-2)(x-6)=0,\ x=6\ (\because 4<x<8)$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다.

12 ③ $y=x^2-3x-x^2+8=-3x+8$ (일차함수)

④ $y=x^2-6x+9-2x-7=x^2-8x+2$ (이차함수)

⑤ $y=2x^2-5x-3-x^2=x^2-5x-3$ (이차함수)

따라서 이차함수가 아닌 것은 ③이다.

13 그래프가 색칠한 부분에 있는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 그래프의 폭은 a의 절댓값이 작을수록 넓어진다.

즉, $-1<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{3}$이어야 하므로 그래프가 색칠한 부분에 있는 것은 ②, ③이다.

14 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -1)$이다.

④ 그래프가 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 제3사분면, 제4사분면을 지난다.

따라서 이차함수 $y=-2x^2-1$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ③이다.

15 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$이므로 $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

16 ㄴ. $y=3(x-1)^2+2$에 $x=0$을 대입하면

$$y=3\times1+2=5$$

즉, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 5)$이다.

ㄷ. 그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=1$이므로 $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

ㄹ. 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=3(x-1)^2+2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

17 $y=-x^2+4x-3=-(x^2-4x+4-4)-3=-(x-2)^2+1$

즉, 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 $p=2,\ q=1$

$\therefore p+q=2+1=3$

[다른 풀이]

이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-(x-p)^2+q=-(x^2-2px+p^2)+q$$
$$=-x^2+2px-p^2+q$$

즉, $2p=4,\ -p^2+q=-3$이므로

$$p=2,\ q=p^2-3=4-3=1$$

$\therefore p+q=2+1=3$

18 $y=\frac{1}{4}x^2+x+4=\frac{1}{4}(x^2+4x+4-4)+4=\frac{1}{4}(x+2)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$, y절편이 4이고, 아래로 볼록한 그래프는 ①이다.

19 $y=2x^2+4x+3$에서

$$y=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$$

$y=2x^2-16x+36$에서

$$y=2(x^2-8x+16-16)+36=2(x-4)^2+4$$

이때 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 1)$에서 $(4,\ 4)$로 이동했으므로 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

즉, $m=5,\ n=3$이므로

$$mn=5\times3=15$$

[다른 풀이]

$y=2x^2+4x+3=2(x^2+2x+1-1)+3=2(x+1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=2(x-m+1)^2+1+n$$

이때 $y=2x^2-16x+36=2(x^2-8x+16-16)+36$
$=2(x-4)^2+4$

이므로 $-m+1=-4,\ 1+n=4$

즉, $m=5,\ n=3$이므로

$$mn=5\times3=15$$

20 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$라 하자.

$y=a(x-1)^2+q$에 $x=0,\ y=1$을 대입하면

$a+q=1$ …… ㉠

$y=a(x-1)^2+q$에 $x=-1,\ y=10$을 대입하면

$4a+q=10$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ q=-2$

즉, $y=3(x-1)^2-2=3x^2-6x+1$이므로 $b=-6,\ c=1$

$\therefore a+b+c=3+(-6)+1=-2$

21 근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times a}}{3}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{4-3a}}{3}$$ …… ❶

이때 $4-3a=19$에서 $-3a=15,\ a=-5$이고, $b=2$이다. …… ❷

$\therefore a=-5,\ b=2$

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $3x^2-4x+a=0$의 해를 a를 사용한 식으로 바르게 나타내었다.	3
❷ 유리수 $a,\ b$의 값을 각각 바르게 구하였다.	2

22 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm로 놓으면 가로의 길이는 $(x+4)$ cm이므로

$\{(x+4)-6\}\times(x-6)\times3=231$ …… ❶

이 이차방정식을 풀면

$(x-2)(x-6)=77,\ x^2-8x+12=77,\ x^2-8x-65=0$

$(x+5)(x-13)=0,\ x=13\ (\because x>6)$ …… ❷

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이는 13 cm이다. …… ❸

$\therefore$ 13 cm

채점기준	배점
❶ 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm로 놓은 후 x에 대한 이차방정식을 바르게 세웠다.	3
❷ x의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 바르게 구하였다.	1

23 원점을 꼭짓점으로 하므로 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(-2, 12)$를 지나므로

$12=4a$, $a=3$

즉, 이차함수의 그래프의 식은 $y=3x^2$이다. …… ❶

이때 이차함수 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 9)$를 지나므로

$9=3k^2$, $k^2=3$, $k=\sqrt{3}$ ($\because$ k는 양수) …… ❷

$\therefore$ $\sqrt{3}$

채점기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구하였다.	3
❷ 양수 k의 값을 바르게 구하였다.	2

24 (1) 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 17만큼 평행이동한 이차함수의 그래프의 식은 $y=-3(x+4)^2+17$이다. …… ❶

$\therefore$ $y=-3(x+4)^2+17$

(2) $y=-3(x+4)^2+17$에 $x=k$, $y=5$를 대입하면

$5=-3(k+4)^2+17$, $3(k+4)^2=12$, $(k+4)^2=4$

$k+4=\pm2$, $k=-6$ 또는 $k=-2$

따라서 k의 값을 모두 구하면 -6, -2이다. …… ❷

$\therefore$ -6, -2

채점기준	배점
❶ 평행이동한 이차함수의 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
❷ k의 값을 모두 바르게 구하였다.	3

25 이차방정식 $2x^2-4x-6=0$에서

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $A(3, 0)$ …… ❶

y절편이 -6이므로 $B(0, -6)$ …… ❷

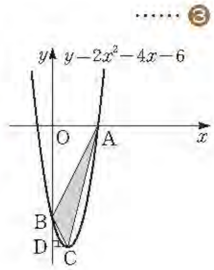
$y=2x^2-4x-6=2(x^2-2x+1-1)-6$

$=2(x-1)^2-8$

이므로 $C(1, -8)$ …… ❸

그림과 같이 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 D로 놓으면

$D(0, -8)$ …… ❹



$\therefore$ $\triangle ABC$

$=\square AODC-(\triangle AOB+\triangle BDC)$

$=\frac{1}{2}\times(3+1)\times8$

$-\left(\frac{1}{2}\times3\times6+\frac{1}{2}\times1\times2\right)$

$=16-(9+1)$

$=6$ …… ❺

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 B의 좌표를 바르게 구하였다.	1
❸ 점 C의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❹ 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 D로 놓은 후 점 D의 좌표를 바르게 구하였다.	1
❺ $\triangle ABC$의 넓이를 바르게 구하였다.	2

[다른 풀이]

이차방정식 $2x^2-4x-6=0$에서

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$x=-1$ 또는 $x=3$

즉, $A(3, 0)$ …… ❶

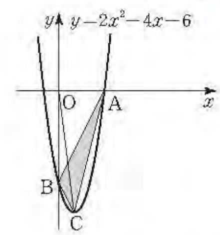
y절편이 -6이므로 $B(0, -6)$ …… ❷

$y=2x^2-4x-6=2(x^2-2x+1-1)-6$

$=2(x-1)^2-8$

이므로 $C(1, -8)$ …… ❸

이때 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle ABC$

$=\triangle AOC+\triangle OBC-\triangle AOB$

$=\frac{1}{2}\times3\times8+\frac{1}{2}\times6\times1$

$-\frac{1}{2}\times3\times6$

$=12+3-9=6$ …… ❹

$\therefore$ 6

채점기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❷ 점 B의 좌표를 바르게 구하였다.	1
❸ 점 C의 좌표를 바르게 구하였다.	2
❹ $\triangle ABC$의 넓이를 바르게 구하였다.	3

파이널 모의고사 • 4회

157~160p

01 ① $-5x^2-2x+3=0$ (이차방정식)

② $x^2+5x-2=0$ (이차방정식)

③ $3x^2-4x+1=0$ (이차방정식)

④ $x^2+x-2=x^2$, $x-2=0$ (일차방정식)

⑤ $3x^2-3x=2x^2-5x-3$, $x^2+2x+3=0$ (이차방정식)

따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ④이다.

02 $(2k-4)x^2-(3k-4)x-3=0$에 $x=3$을 대입하면

$9(2k-4)-3(3k-4)-3=0$, $18k-36-9k+12-3=0$

$9k=27$, $k=3$

03 $3x^2-5x-28=0$에서

$(3x+7)(x-4)=0$, $x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=4$

04 양변을 2로 나누면 $x^2-4x-7=0$

-7을 우변으로 이항하면 $x^2-4x=7$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$를 더하면 $x^2-4x+4=7+4$

좌변을 완전제곱식으로 고치고, 우변을 정리하면 $(x-2)^2=11$

제곱근을 이용하여 해를 구하면

$x-2=\pm\sqrt{11}$, $x=2\pm\sqrt{11}$

즉, $A=4$, $B=11$이므로

$A+B=4+11=15$

05 양변에 6을 곱하면 $9x^2-2x-1=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-9\times(-1)}}{9}=\frac{1\pm\sqrt{10}}{9}$

즉, $p=9$, $q=1$, $r=10$이므로

$p+q+r=9+1+10=20$

06 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac<0$인 것을 찾는다.

① $6^2-4\times1\times9=0$ ⇨ 중근

② $4^2-4\times1\times(-1)=20>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

③ $3^2-4\times1\times9=-27<0$ ⇨ 근이 없다.

④ $(-3)^2-4\times1\times2=1>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

⑤ $(-6)^2-4\times1\times(-9)=72>0$ ⇨ 서로 다른 두 근

따라서 근이 없는 것은 ③이다.

07 $2x^2+5x=17x-m$에서 $2x^2-12x+m=0$

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 하므로

$(-6)^2-2\times m=0$, $-2m=-36$, $m=18$

즉, $(m-15)x^2+6x-9=0$에 $m=18$을 대입하면

$3x^2+6x-9=0$이므로

$x^2+2x-3=0$, $(x+3)(x-1)=0$, $x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 두 근의 합은

$-3+1=-2$

08 $-5t^2+50t+30=110$에서

$-5t^2+50t-80=0$, $t^2-10t+16=0$

$(t-2)(t-8)=0$, $t=2$ 또는 $t=8$

따라서 물 로켓의 지면으로부터의 높이가 110 m 이상인 것은 2초 후부터 8초 후까지이므로 $8-2=6$(초) 동안이다.

09 윤우네 반의 전체 학생 수를 x로 놓으면 한 학생이 받을 색종이의 장수는 $x-3$이므로

$x(x-3)=180$, $x^2-3x-180=0$

$(x+12)(x-15)=0$, $x=15$ ($\because$ x는 3보다 큰 자연수)

따라서 윤우네 반의 전체 학생 수는 15이다.

10 직사각형 DEFC와 직사각형 ABCD가 서로 닮은 도형이고, $\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-10$(cm)이므로

$(x-10):10=10:x$, $x(x-10)=100$, $x^2-10x-100=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times(-100)}}{1}=5\pm5\sqrt{5}$

이때 $x>10$이므로

$x=5+5\sqrt{5}$

11 통로의 넓이가 32 m^2이므로

$(8+2x)(6+2x)-8\times6=32$, $48+28x+4x^2-48=32$

$4x^2+28x-32=0$, $x^2+7x-8=0$

$(x+8)(x-1)=0$, $x=1$ ($\because$ $x>0$)

12 $f(1)=-1$에서

$3-a+5=-1$, $-a=-9$, $a=9$

즉, $f(x)=3x^2-9x+5$이므로 $f(2)=b$에서

$12-18+5=b$, $b=-1$

$\therefore$ $a-b=9-(-1)=10$

13 두 이차함수 $y=ax^2$, $y=2x^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로 $a=-2$

$y=-2x^2$에 $x=b$, $y=-8$을 대입하면

$-8=-2b^2$, $b^2=4$, $b=2$ ($\because$ $b>0$)

$\therefore$ $a+b=-2+2=0$

14 ① 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 0)$이다.

② 직선 $x=-5$를 축으로 한다.

③ 그래프가 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-5, 0)$이므로 제3, 4사분면을 지난다.

따라서 이차함수 $y=-(x+5)^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ④, ⑤이다.

15 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$로 놓자.

$y=a(x+2)^2+4$에 $x=0$, $y=1$을 대입하면

$1=4a+4$, $-4a=3$, $a=-\frac{3}{4}$

즉, $a=-\frac{3}{4}$, $p=-2$, $q=4$이므로

$apq=-\frac{3}{4}\times(-2)\times4=6$

16 $y=3x^2+12x+5=3(x^2+4x+4-4)+5=3(x+2)^2-7$

즉, $a=3$, $p=-2$, $q=-7$이므로

$a+p-q=3+(-2)-(-7)=8$

17 $y=-5x^2+10x+4=-5(x^2-2x+1-1)+4$

$=-5(x-1)^2+9$

즉, 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=1$이므로 $x>1$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

18 (i) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$, $b>0$

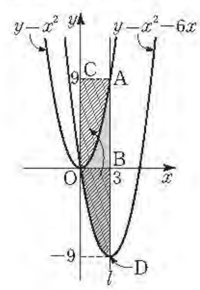
(iii) y절편이 음수이므로 $c<0$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$a>0$, $b>0$, $c<0$

19 $y=x^2-6x=x^2-6x+9-9=(x-3)^2-9$이므로 이차함수 $y=x^2-6x$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 것이다.

즉, 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 직선 l과 두 이차함수의 그래프의 교점을 각각 A, D로 놓으면 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 OBAC의 넓이와 같다.



이때 A(3, 9)이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=3\times9=27$

20 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$로 놓자.

$y=a(x+3)(x-2)$에 $x=0$, $y=6$을 대입하면

$6=-6a$, $a=-1$

즉, $y=-(x+3)(x-2)=-(x^2+x-6)=-x^2-x+6$이므로

$a=-1$, $b=-1$, $c=6$

$\therefore abc=-1\times(-1)\times6=6$

21 이차방정식 $x(x-8)=k$를 정리하면 $x^2-8x-k=0$이므로

$-k=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$, $-k=16$, $k=-16$ …… ❶

$x^2-8x-k=0$에 $k=-16$을 대입하여 풀면

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$, $x=4$

즉, $a=4$ …… ❷

$\therefore a=4$, $k=-16$

채점기준	배점
❶ k의 값을 바르게 구하였다.	3
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	2

22 근이 $x=-1$ 또는 $x=5$이고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-5)=0$, $x^2-4x-5=0$ …… ❶

즉, $a=-4$, $b=-5$ …… ❷

이때 $x^2+bx+a=0$에 $a=-4$, $b=-5$를 대입하면

$x^2-5x-4=0$

따라서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$ …… ❸

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2}$

채점기준	배점
❶ 근이 $x=-1$ 또는 $x=5$이고, x^2의 계수가 1인 이차방정식을 바르게 구하였다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ 이차방정식 $x^2+bx+a=0$의 근을 바르게 구하였다.	2

23 이차함수 $y=a(x+1)^2+b$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x+2+1)^2+b+3=a(x+3)^2+b+3$ …… ❶

이때 두 이차함수 $y=a(x+3)^2+b+3$, $y=-(x+c)^2+5$의 그래프가 일치하므로 $a=-1$, $b+3=5$에서 $b=2$, $c=3$ …… ❷

$\therefore a(b+c)=-1\times(2+3)=-5$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식을 a, b를 사용하여 바르게 나타내었다.	2
❷ a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
❸ $a(b+c)$의 값을 바르게 구하였다.	1

24 $y=2x^2-8x+3=2(x^2-4x+4-4)+3=2(x-2)^2-5$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$이다.

또, $y=x^2+mx+n=x^2+mx+\frac{m^2}{4}-\frac{m^2}{4}+n$

$=\left(x+\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2}{4}+n$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2}{4}+n\right)$이다. …… ❶

이때 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$2=-\frac{m}{2}$, $-5=-\frac{m^2}{4}+n$

즉, $m=-4$, $n=-5+\frac{16}{4}=-1$ …… ❷

$\therefore m+n=-4+(-1)=-5$ …… ❸

채점기준	배점
❶ 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 각각 바르게 구하였다.	4
❷ m, n의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $m+n$의 값을 바르게 구하였다.	1

25 (1) y절편이 3이므로 $c=3$ …… ❶

$\therefore 3$

(2) $y=ax^2+bx+3$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=a+b+3$, $a+b=-3$ …… ㉠

$y=ax^2+bx+3$에 $x=-1$, $y=4$를 대입하면

$4=a-b+3$, $a-b=1$ …… ㉡

㉠과 ㉡을 변끼리 더하면 $2a=-2$, $a=-1$

$a=-1$을 ㉠에 대입하면 $-1+b=-3$, $b=-2$ …… ❷

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2-2x+3$이다. …… ❸

$\therefore y=-x^2-2x+3$

채점기준	배점
❶ c의 값을 바르게 구하였다.	1
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	4
❸ 이차함수의 식을 바르게 구하였다.	1

파이널 모의고사 • 5회

161~164p

01 [ ] 안의 수를 x에 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾는다.

① $4=8-4$ ② $-3\times(-8)=24$

③ $2\times1-1-1=0$ ④ $1+2-3=0$

⑤ $(-4)^2=16\neq6+6=12$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은 ⑤이다.

02 $x^2-7x-5=0$에 $x=m$을 대입하면

$m^2-7m-5=0$, $m^2-7m=5$

또, $x^2-7x-4=0$에 $x=n$을 대입하면

$n^2-7n-4=0$, $n^2-7n=4$

$\therefore m^2-7m+2n^2-14n=m^2-7m+2(n^2-7n)$

$=5+2\times4=13$

03 $x^2-2x-8=0$에서 $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

04 $2x^2-3ax-2a+3=0$에 $x=1$을 대입하면

$2-3a-2a+3=0$, $-5a=-5$, $a=1$

이때 처음 이차방정식이 $2x^2-3x+1=0$이므로

$(2x-1)(x-1)=0$, $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

즉, $b=\frac{1}{2}$

$\therefore a+2b=1+2\times\frac{1}{2}=2$

05 이차방정식 $2(x+2)(x-3)=x^2+2x$에서

$2(x^2-x-6)=x^2+2x$, $2x^2-2x-12=x^2+2x$

$x^2-4x=12$, $x^2-4x+4=12+4$, $(x-2)^2=16$

즉, $p=-2$, $q=16$이므로

$p+q=-2+16=14$

06 이차방정식 $x^2+2ax+b=0$이 중근을 가지려면

$a^2-1\times b=0$이어야 하므로 $a^2=b$

이때 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고, $a^2=b$를 만족시키는 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(1, 1)$, $(2, 4)$의 2가지이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

[다른 풀이]

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$이 중근을 가지려면

$b=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$이어야 하므로 $b=a^2$

이때 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고, $b=a^2$을 만족시키는 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(1, 1)$, $(2, 4)$의 2가지이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

07 $2x^2+k-2=3x$에서 $2x^2-3x+k-2=0$

이때 주어진 이차방정식이 근을 가지려면

$(-3)^2-4\times2\times(k-2)\geq0$이어야 하므로

$9-8k+16\geq0$, $-8k\geq-25$, $k\leq\frac{25}{8}$

08 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$이므로

$\angle DBA=\angle DBC=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

$\angle BDC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

즉, $\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{AD}=x$로 놓으면

$\triangle ABC\backsim\triangle BCD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$, $6:x=x:(6-x)$, $x^2=6(6-x)$

$x^2=36-6x$, $x^2+6x-36=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-36)}}{1}=-3\pm\sqrt{45}=-3\pm3\sqrt{5}$

이때 $0<x<6$이므로 $x=-3+3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $-3+3\sqrt{5}$이다.

09 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{16-4x}{4}=4-x$(cm)이므로

$(4-x)^2:x^2=1:3$, $3(4-x)^2=x^2$, $3(16-8x+x^2)=x^2$

$48-24x+3x^2=x^2$, $2x^2-24x+48=0$, $x^2-12x+24=0$

근의 짝수 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-1\times24}}{1}=6\pm\sqrt{12}=6\pm2\sqrt{3}$$

이때 $2<x<4$이므로 $x=6-2\sqrt{3}$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(6-2\sqrt{3})$ cm이다.

10 넓이가 90 cm^2가 되는 데 걸리는 시간을 x초로 놓으면 x초 후의 가로의 길이는 $(16-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(10+x)$ cm이므로

$(16-2x)(10+x)=90$, $160-4x-2x^2=90$

$-2x^2-4x+70=0$, $x^2+2x-35=0$

$(x+7)(x-5)=0$, $x=5$ ($\because 0<x<8$)

따라서 넓이가 90 cm^2가 되는 데 걸리는 시간은 5초이다.

11 상수 a, b, c에 대하여 함수 $y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

$y=mx^2+x(2x+1)-4$에서

$y=mx^2+2x^2+x-4=(m+2)x^2+x-4$

이때 이차함수이므로 $m+2\neq0$, 즉 $m\neq-2$

12 $y=ax^2$에 $x=2$, $y=-2$를 대입하면

$-2=4a$, $a=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=-4$, $y=k$를 대입하면

$k=-\frac{1}{2}\times16=-8$

$\therefore ak=-\frac{1}{2}\times(-8)=4$

13 이차함수 $y=-x^2+4$의 그래프가 점 $(p, 0)$을 지나므로

$0=-p^2+4$, $p^2=4$, $p=2$ ($\because p>0$)

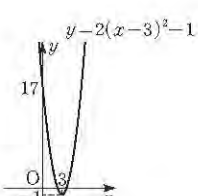
또, 이차함수 $y=a(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4=4a$, $a=1$

$\therefore a+p=1+2=3$

14 ③ 꼭짓점의 좌표가 $(3, -1)$, y절편이 17이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지난다.

즉, 제3사분면을 지나지 않는다.



④ 그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=3$이므로 $x<3$에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 이차함수 $y=2(x-3)^2-1$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ④이다.

15 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0$, $b<0$

이때 이차함수 $y=b(x+a)^2+ab$에서 $b<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $-a<0$, $ab<0$이므로 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

따라서 이차함수 $y=b(x+a)^2+ab$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

16 $y=-3x^2+12x-k=-3(x^2-4x+4-4)-k$

$=-3(x-2)^2+12-k$

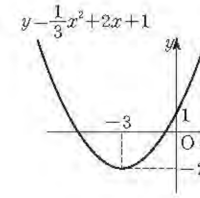
이때 꼭짓점의 좌표는 $(2, 12-k)$이고, x축 위에 있어야 하므로

$12-k=0$, $k=12$

17 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+1$

$=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)+1$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2-2$



이고, y절편이 1이므로 이차함수

$y=\frac{1}{3}x^2+2x+1$의 그래프는 그림과 같다.

따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

18 $y=-x^2+4x+3=-(x^2-4x+4-4)+3=-(x-2)^2+7$

④ 그래프가 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=2$이므로 $x<2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 이차함수 $y=-x^2+4x+3$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ④이다.

19 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+3$이라 하자.

$y=a(x-2)^2+3$에 $x=1$, $y=1$을 대입하면

$1=a+3$, $a=-2$

$\therefore y=-2(x-2)^2+3=-2(x^2-4x+4)+3=-2x^2+8x-5$

20 직선 $x=-1$을 축으로 하고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 x절편이 -4, 2임을 알 수 있다.

이때 x^2의 계수가 1이므로 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 그래프의 식은 $y=(x+4)(x-2)=x^2+2x-8$이다.

즉, $a=2$, $b=-8$이므로

$a-b=2-(-8)=10$

21 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$$ ······ ❶

즉, $a=5$, $b=37$이므로 …… ❷

$b-a=37-5=32$ …… ❸

$\therefore$ 32

채점기준	배점
❶ 이차방정식 $3x^2-5x-1=0$의 근을 바르게 구하였다.	2
❷ a, b의 값을 각각 바르게 구하였다.	2
❸ $b-a$의 값을 바르게 구하였다.	1

22 (i) 혜리는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+3)(x-2)=0$에서 $x^2+x-6=0$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -6이다. …… ❶

(ii) 준영이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$(x+2)(x-7)=0$에서 $x^2-5x-14=0$

즉, 처음 이차방정식의 x의 계수는 -5이다. …… ❷

(i), (ii)에 의하여 처음 이차방정식은 $x^2-5x-6=0$이므로

$(x+1)(x-6)=0$, $x=-1$ 또는 $x=6$ …… ❸

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=6$

채점기준	배점
❶ 처음 이차방정식의 상수항을 바르게 구하였다.	2
❷ 처음 이차방정식의 x의 계수를 바르게 구하였다.	2
❸ 처음 이차방정식의 해를 바르게 구하였다.	2

23 (1) 가운데 수가 x이면 가장 큰 수는 $x+2$, 가장 작은 수는 $x-2$이므로

$(x+2)(x-2)=8x+5$ …… ❶

$\therefore$ $(x+2)(x-2)=8x+5$

(2) $(x+2)(x-2)=8x+5$에서

$x^2-4=8x+5$, $x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$

$x=9$ ($\because$ x는 2보다 큰 홀수) …… ❷

즉, 가운데 수가 9이므로 가장 큰 수는

$9+2=11$ …… ❸

$\therefore$ 11

채점기준	배점
❶ 이차방정식을 바르게 세웠다.	2
❷ x의 값을 바르게 구하였다.	2
❸ 가장 큰 수를 바르게 구하였다.	1

24 이차함수 $y=kx^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 점 A의 x좌표를 a $(a>0)$로 놓으면

$A(a,\ a^2)$, $B(-a,\ a^2)$, $D(a,\ -2a^2)$ …… ❶

이때 $\overline{AB}=2a$, $\overline{AD}=3a^2$이고, □ABCD가 정사각형이므로

$2a=3a^2$, $3a^2-2a=0$

$a(3a-2)=0$, $a=\frac{2}{3}$ ($\because$ $a>0$) …… ❷

즉, 제1사분면 위의 점 A의 좌표는 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$이고,

□ABCD는 한 변의 길이가 $\overline{AB}=2a=\frac{4}{3}$인 정사각형이므로

넓이는 $\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$이다. …… ❸

$\therefore$ $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$, $\frac{16}{9}$

채점기준	배점
❶ 점 A의 x좌표를 a $(a>0)$로 놓은 후 세 점 A, B, D의 좌표를 a를 사용하여 각각 바르게 나타내었다.	2
❷ a의 값을 바르게 구하였다.	3
❸ 제1사분면 위의 점 A의 좌표와 □ABCD의 넓이를 차례대로 바르게 구하였다.	3

25 $y=4x^2-8x+3$에서

$y=4(x^2-2x+1-1)+3=4(x-1)^2-1$ …… ❶

이때 이차함수 $y=4(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=4(x+2-1)^2-1+3=4(x+1)^2+2$

$=4(x^2+2x+1)+2=4x^2+8x+6$ …… ❷

즉, $a=4$, $b=8$, $c=6$이므로 …… ❸

$a+b+c=4+8+6=18$ …… ❹

$\therefore$ 18

채점기준	배점
❶ $y=4x^2-8x+3$을 $y=k(x-p)^2+q$ 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❷ 평행이동한 그래프의 식을 바르게 구하였다.	2
❸ a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	1
❹ $a+b+c$의 값을 바르게 구하였다.	1